12/3

INFORMATION REPORT INFORMATION REPORT

C-1/433-11

CENTRAL INTELLIGENCE AGENCY

50X1-HUM

CONTROLLED DISSEM C-O-N-F-I-D-E-N-T-I-A-L

[redacted]

COUNTRY USSR

REPORT [redacted]

SUBJECT Institute of Heat and Mass Transfer, Minsk -- Wind Tunnel Facilities/ Type of Research and Techniques

DATE DISTR. 2 December 1965

NO. PAGES 2

50X1-HUM

REFERENCES [redacted]

8 - DEC

DATE OF INFO. [redacted]

PLACE & DATE ACQ. [redacted]

THIS IS UNEVALUATED INFORMATION

[redacted]

[redacted] three technical books published by the Minsk Institute of Head and Mass Transfer, 1965. They are:

50X1-HUM

1) Teplo-i Massoobmen v Kapillyarnotoristikh Telakh;
2) Teplo-i Massoobmen v Dispersnikh Sistemakh;
3) Teplo-i Massoobmen v Tel S Okroozhaiyushchei Gazovoi Sredoi.

OFFICIAL USE ONLY.]

[redacted]

50X1-HUM

5
4
3
2
1

C-O-N-F-I-D-E-N-T-I-A-L

S-NO U-NO

GROUP 1 Excluded from automatic downgrading and declassification

INFORMATION REPORT INFORMATION REPORT

50X1-HUM

Page Denied

ГАЗОВОЙ СРЕДОЙ

МИНСК 1965

АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛОРУССКОЙ ССР
ИНСТИТУТ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ТЕЛ С ОКРУЖАЮЩЕЙ ГАЗОВОЙ СРЕДОЙ

Под редакцией
академика АН БССР А. В. ЛЫКОВА
и профессора Б. М. СМОЛЬСКОГО

НАУКА И ТЕХНИКА

Минск 1965

В книге рассмотрены теоретические [illegible] ментальные данные, важные для разработки [illegible] тей интенсификации процессов тепло- и [illegible] мена твердых материалов с [illegible] средой

Рассчитана [illegible] инженеров [illegible] дентов [illegible]

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

[illegible] В. ЛЫКОВ, [illegible] Л. ПЕРЕЛЬМАН

О НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ МЕЖДУ ТЕЛОМ И ОБТЕКАЮЩИМ ЕГО ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ

В современной технике процессы переноса тепла при нестационарном режиме приобретают все возрастающее значение. Однако если вопросы нестационарной теории теплопроводности [1] изучаются удовлетворительно, то о теоретическом описании процессов нестационарного теплообмена между твердым телом и потоком жидкости этого сказать нельзя. Причина в том, что приближения, которые далеко не всегда применимы даже при описании стационарного теплообмена между телом и жидкостью, переносятся на случай нестационарных процессов, где они порой совершенно неприемлемы.

Полная система уравнений, описывающая перенос тепла между телом и движущейся жидкостью, состоит из уравнений гидродинамики, уравнения конвективного переноса тепла в жидкости * и уравнения теплопроводности для обтекаемого тела. Решение этой системы представляет серьезные математические трудности. В качестве приближения обычно опускают одно из уравнений системы (уравнение теплопроводности в теле), заменяя его заданием условия на поверхности тела. Обычно задается температура на поверхности тела (она принимается постоянной [2]) или поток тепла через эту поверхность. Эти допущения неудовлетворительны при интенсивном теплообмене, когда обязательно следует учитывать взаимное тепловое влияние тела и жидкости. Следовательно, в данном случае ни температура, ни тепловой поток на поверхности раздела неизвестны и не могут быть заданы, а должны быть определены в результате решения задачи.

Приближение, в котором задана температура или поток на поверхности тела, вызывает и принципиальные возражения, так как теплообмен при этом не зависит от свойств тела, его

* Уравнения гидродинамики и переноса тепла в жидкости следует рассматривать в приближении теории пограничного слоя, так как именно в области пограничного слоя наиболее существенны явления переноса.

теплофизических характеристик, распределения источников тепла, размеров и т. д.

При стационарном теплообмене приближение заданных условий на границе раздела тело — жидкость оправдано лишь в предельных случаях крайне большой и исчезающе малой теплопроводности обтекаемого тела и, кроме того, при благоприятном распределении внутренних или внешних источников тепла, поддерживающих стационарный режим. Например, в первом из названных предельных случаев — очень большой теплопроводности тела — можно приближенно считать температуру вдоль его поверхности постоянной. Естественно, что решение задачи о теплообмене жидкости с такой изотермической поверхностью не содержит зависимости процесса теплообмена от свойств тела [2].

Однако при нестационарном теплообмене, наиболее благоприятном для применения приближения случае, условия на поверхности раздела тело — жидкость нельзя считать заданными, так как хотя температура поверхности и не будет зависеть от координат точек поверхности, но эта «постоянная» вдоль поверхности температура будет изменяться во времени из-за охлаждения или нагревания тела. Закон изменения температуры поверхности во времени не может быть задан a priori. Независимо от соотношения между свойствами тела и жидкости задачи теплообмена должны формулироваться как сопряженные, если источники тепла зависят от времени (и координат) или неоднородного начального распределения температуры.

Наиболее часто условия теплообмена между поверхностью тела и потоком жидкости задаются в виде закона конвективного теплообмена. Согласно этому закону, удельный поток тепла q_s у поверхности тела прямо пропорционален температурному напору ΔT (разность между температурой поверхности тела T_s и температурой жидкости $T_{f\infty}$ вдали от поверхности, $\Delta T = T_s - T_{f\infty}$):

$$q_s = \alpha (T_s - T_{f\infty}) = \alpha \Delta T. \qquad (1)$$

Коэффициент пропорциональности α, называемый коэффициентом теплообмена или теплоотдачи, зависит от гидродинамики потока, физических свойств жидкости, характерного размера обтекаемой поверхности тела и не зависит от его теплофизических свойств.

Соотношение (1), известное под названием граничных условий третьего рода, справедливо, вообще говоря, только для стационарного режима (постоянного потока тепла $q_s = \mathrm{const}$).

При нестационарном теплообмене граничные условия третьего рода могут терять свой физический смысл, поскольку коэффициент теплообмена зависит от времени (при этом эта зависимость заранее неизвестна), физических свойств тела и жидкости, а также от геометрических размеров тела.

Действительно, если считать, что перенос тепла вблизи стенки происходит путем теплопроводности, то на границе раздела тело — жидкость имеет место соотношение

$$T_{sb} = T_{sf}: \quad q_s = -\lambda_b \left(\frac{\partial T_b}{\partial n}\right)_s = -\lambda_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial n}\right)_s, \qquad (2)$$

где n — направление нормали к изотермичной поверхности.

Таким образом, на границе раздела тело — жидкость имеет место равенство температур и потоков тепла. При стационарном режиме равенство (2) можно записать так:

$$q_s = -\lambda_b \left(\frac{\partial T_b}{\partial n}\right)_s \approx \frac{\lambda_f}{\delta}(T_{fs} - T_{f\infty}) = \alpha (T_{fs} - T_{f\infty}) = \alpha \Delta T, \quad (3)$$

где δ — условная толщина пограничного слоя. Коэффициент теплообмена α равен отношению λ_f/δ $(\alpha = \lambda_f/\delta)$.

Поскольку δ зависит от гидродинамики потока, то коэффициент теплообмена α зависит от свойств жидкости, скорости ее движения и линейного размера поверхности тела в направлении движения и не зависит от свойств тела, его основных размеров. Поэтому в случае стационарного теплообмена коэффициент α можно принять в качестве коэффициента пропорциональности между потоком тепла и температурным напором, т. е. постоянной величиной $q_s/\Delta T$ для заданной точки на поверхности тела.

Однако в случае нестационарного теплообмена, когда градиент температуры $(\partial T_f/\partial n)_s$ величина переменная, условная толщина пограничного слоя будет зависеть от времени и основных размеров тела. Поэтому коэффициент теплообмена как характеристика отношения $q_s/\Delta T$ теряет свой физический смысл.

Как уже было сказано, соотношение $q_s = \alpha \Delta T$ обычно называют законом конвективного теплообмена Ньютона. Однако в оригинальной работе Ньютона равенство $q_s = \alpha \Delta T$ предлагается в качестве выражения закона лучистого теплообмена при малых разностях температуры между поверхностью тела и окружающей средой

$$q_s = \sigma^* (T_s^4 - T_f^4) = \alpha (T) (T_s - T_f), \qquad (4)$$

где σ^* — приведенный коэффициент излучения, $\alpha(T)$ — коэффициент лучистого теплообмена, зависящий от температуры, свойств поверхности тела, но не зависящий от гидродинамики среды.

Таким образом, при нестационарном теплообмене граничные условия третьего рода можно использовать при лучистом теплообмене между телом и средой. Кстати, в работе X. С. Карслоу [3], граничные условия третьего рода интерпретируются как выражение закона теплообмена радиацией *(radiation into medium at zero temperature)*, а коэффициент α называется коэффициентом излучения *(emissivity)* или коэффициентом внешней теплопроводности *(exterior conductivity)*. Однако в дальнейшем этот закон Ньютона совершенно произвольно был экстраполирован [4—5] на задачи конвективного нестационарного теплообмена. Только в некоторых случаях нестационарного конвективного теплообмена можно использовать соотношение (1) как некоторую условную схему расчета. Строгая математическая и физическая формулировка задачи требует использования соотношения (2), т. е. граничных условий четвертого рода.

Рассуждения относительно применимости граничных условий третьего рода к нестационарному конвективному теплообмену подтверждаются экспериментами. В работе [6] при изучении теплообмена между металлической полуограниченной пластиной (медные и серебряные тела) и потоком жидкости (вода) было установлено, что коэффициент теплообмена α непрерывно уменьшается с течением времени, зависит от теплофизических свойств обтекаемого тела (объемной теплоемкости) и его толщины R.

Объяснение некоторых качественных результатов, полученных в работе [6], нами будет дано ниже. Здесь важно отметить, что экспериментами была установлена зависимость коэффициента теплообмена от времени, теплоемкости и размеров тела в процессе нестационарного «чистого» теплообмена.

При теплообмене, осложненном массообменом (сушка влажных тел), уже давно было установлено, что в процессе сушки с течением времени непрерывно уменьшается коэффициент теплообмена, постепенно приближаясь к величине коэффициента «чистого» теплообмена, достигая его величин при $\tau = \infty$.

В работах [7—9] было установлено, что число Нуссельта в периоде падающей скорости сушки $\mathrm{Nu}(\tau)$ изменяется в зависимости от влагосодержания тела u по соотношению

$$\frac{\mathrm{Nu}(\tau)}{\mathrm{Nu}_0} = \left(\frac{u}{u_\kappa}\right)^n, \tag{5}$$

где Nu_0 — число Нуссельта в периоде постоянной скорости сушки, u_κ — критическое влагосодержание (начальная влажность периода падающей скорости сушки), n — постоянная, зависящая от свойств тела (см. таблицу).

Таблица

Значения постоянных n для некоторых влажных материалов

Материал	n	Материал	n
Кварцевый песок	1,8	Штапельное полотно	0,9
Глина	0,9	Асборезиновые кольца	0,34
Древесина	0,3	Керамические плиты	2,9

В процессе сушки с течением времени влагосодержание тела уменьшается в соответствии с кривой кинетики сушки: $u = f(\tau)$. Поэтому число Нуссельта $\mathrm{Nu}(\tau)$ будет также уменьшаться. Хотя на величину изменения числа Нуссельта $\mathrm{Nu}(\tau)$ от времени для некоторых капиллярнопористых тел влияет углубление поверхности испарения внутрь тела, основной причиной уменьшения числа $\mathrm{Nu}(\tau)$ в процессе сушки является нестационарность процесса теплообмена между влажным телом и обтекающим его нагретым воздухом.

Таким образом, можно считать экспериментально установленным, что для большинства случаев нестационарного конвективного теплообмена между телом и потоком жидкости коэффициент теплообмена изменяется с течением времени. Это вызвано непригодностью граничных условий третьего рода для аналитического описания нестационарного теплообмена и подтверждается аналитическими решениями задач нестационарного конвективного теплообмена.

Итак, проблемы нестационарного теплообмена должны формулироваться в виде сопряженных краевых задач, сводящихся к совместному решению уравнений конвективного переноса тепла в жидкости и уравнения теплопроводности в теле.

На границе раздела тело — жидкость температуры обеих сред принимаются равными, исключая случай течения разреженного газа со скольжением и температурным скачком у стенки. Поток тепла, выходящий из одной среды, должен быть равен потоку, входящему во вторую среду, если на границе раздела нет источников тепла. Остальные граничные и начальные условия для тела и жидкости зависят от конкретного вида задачи. Через граничные и начальные условия в решение войдут некоторые характеристические температуры, длина, а также скорость.

Распределение скоростей в движущейся жидкости может быть определено независимо от решения соответствующей гидродинамической задачи, если жидкость является несжимаемой [10]. Неравномерно нагретую жидкость можно считать несжимаемой, если, как и в изотермическом потоке, скорость движения жидкости мала по сравнению со скоростью звука.

Тогда возникающие в результате движения жидкости изменения давления настолько незначительны, что вызываемым ими изменением плотности можно пренебречь. Необходимо также, чтобы разности температур в жидкости не были велики. В таком случае изменение свойств жидкости с температурой можно не учитывать. Так как гидродинамическая стабилизация потоков наступает гораздо быстрее тепловой, распределение скоростей в жидкости можно считать не зависящим от времени.

Система уравнений гидродинамики и переноса тепла в жидкости и твердом теле полностью описывает процесс нестационарного теплообмена. Конечно, при определенных условиях некоторые члены перечисленных уравнений не оказывают существенного влияния на ход процесса и ими можно пренебречь. Например, при временах, много больших d/w_e, где d — продольный размер обтекаемого тела, а w_e — характеристическая скорость жидкости в тепловом пограничном слое, процесс в жидкости будет квазистационарным в том смысле, что изменение температуры жидкости во времени будет обязано лишь изменению условий (температуры и теплового потока) на поверхности раздела тело — жидкость. Однако задача остается сопряженной, так как условия на поверхности и их зависимость от времени по-прежнему неизвестны.

Метод решения стационарных сопряженных задач был разработан по инициативе А. В. Лыкова в работе [11] путем асимптотического решения специального класса сингулярных уравнений [12].

Нестационарные сопряженные задачи являются более сложными, однако такой подход в ряде случаев необходим.

Ниже решены при ряде упрощающих предположений простейшие нестационарные сопряженные задачи теплообмена. Несмотря на эти предположения, учет взаимного теплового влияния тела и жидкости позволяет объяснить некоторые результаты немногочисленных экспериментов по нестационарному теплообмену.

Рассмотрим ламинарный поток жидкости, текущий в прямоугольной трубе, у одной из стенок которой помещено тело A (рис. 1), имеющее определенную начальную температуру и охлаждаемое (или нагреваемое) потоком. Тело A расположено достаточно далеко от входа в трубу, так что профиль скорости успевает полностью развиться.

В приближении теории пограничного слоя для температуры жидкости $\vartheta(\tau, y, x)$ имеет место уравнение:

$$\frac{\partial \vartheta(x, y, \tau)}{\partial \tau} + w(y)\frac{\partial \vartheta(x, y, \tau)}{\partial x} = a_l \frac{\partial^2 \vartheta(x, y, \tau)}{\partial y^2} \qquad (6)$$

$$(0 \leqslant \tau < \infty, \; 0 \leqslant y < \infty, \; 0 \leqslant x \leqslant d).$$

Возьмем за начало отсчета температуру натекающей жидкости. Тогда можно записать

$$\vartheta(x, y, 0) = 0; \; \vartheta(0, y, \tau) = 0; \; \vartheta(x, \infty, \tau) = 0. \qquad (7)$$

Уравнение теплопроводности для $T(x, y, \tau)$ — температуры тела A — имеет вид

$$\frac{\partial T(x, y, \tau)}{\partial \tau} = a_b\left(\frac{\partial^2 T(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, \tau)}{\partial y^2}\right) \qquad (8)$$

$$(0 \leqslant \tau < \infty, \; -R \leqslant y \leqslant 0, \; 0 \leqslant x \leqslant d).$$

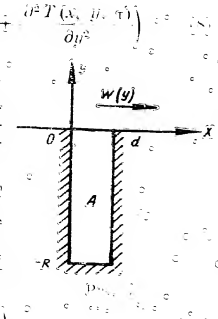


Рис. 1

Начальное распределение температуры в теле в проводившихся экспериментах поддерживалось однородным, следовательно,

$$T(x, y, 0) = T_0 = \text{const}. \qquad (9)$$

За исключением поверхности $y = 0$, через которую происходит теплообмен твердого тела и потока жидкости, вся поверхность тела A теплоизолирована. Таким образом,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=d} = 0; \; \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=-R} = 0. \qquad (10)$$

Наконец, на границе раздела тело — жидкость примем, как обычно:

$$(\vartheta)_{y=0} = (T)_{y=0}; \; -\lambda_l\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right)_{y=0} = -\lambda_b\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}. \qquad (11)$$

Точное решение нестационарной сопряженной краевой задачи (6) — (11) не представляет непреодолимых трудностей. Однако, так как эта задача имеет иллюстративный характер и результаты должны быть возможно более обозримыми, следует максимально упростить ее формулировку. В частности, отсутствуют какие-либо экспериментальные данные о зависимости условий на поверхности раздела от координаты. Ввиду малости размера d (в том смысле, что времена d/w и d^2/a_b малы по сравнению с характерным временем в теле R^2/a_b), а также большой величины коэффициента теплопроводности тела λ_b (металлы) можно усреднить систему (6) — (11) по x. Обозначая среднее значение температуры жидкости

$$\bar{\vartheta}(y, \tau) = \frac{1}{d}\int_0^d \vartheta(x, y, \tau)\,dx \qquad (12)$$

и аналогично для $T(x, y, \tau)$, получим усредненные уравнения для температуры жидкости и тела соответственно:

$$\frac{\partial \bar{\vartheta}}{\partial \tau} + w(y)\frac{1}{d}(\vartheta) = a_l \frac{\partial^2 \bar{\vartheta}}{\partial y^2}; \quad (13)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \tau} = a_s \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2}. \quad (14)$$

где при усреднении температуры было использовано второе из условий (7), а также первая пара равенств (10). Все остальные начальные и граничные условия остаются в силе для усредненных температур $\bar{\vartheta}(y, \tau)$ и $\bar{T}(y, \tau)$. Так как температура $\vartheta(x, y, \tau)$ неотрицательна и не является монотонно убывающей функцией x (это можно показать, воспользовавшись принципом максимума для параболических уравнений), то функцию $(\vartheta)_{x=d}$, входящую в уравнение (13), можно связать с $\bar{\vartheta}$ с помощью теоремы о среднем значении следующего вида:

$$\int_0^d \vartheta(x) q(x)\, dx = (\vartheta)_{x=d^*} \int_{0}^{d} q(x)\, dx \quad (0 < d^* < d),$$

где $q(x)$ — произвольная интегрируемая функция. Полагая $q(x) = 1$, получаем

$$\bar{\vartheta}(y, \tau) = (\vartheta)_{x=d^*}(1 - d^*/d), \quad [illegible]$$

где параметр d^* может, вообще говоря, зависеть только от y и τ. Однако при условиях, сформулированных в начале этого раздела, и так как наибольший интерес представляют условия вблизи и на поверхности раздела тело — жидкость ($y \to 0$), зависимость параметра d^* от y и τ будет слабой и можно приближенно считать множитель в правой части уравнения (15) постоянным. В этом же приближении не имеет смысла учитывать (хотя это и легко сделать) точную зависимость скорости $w(y)$ от координаты y, так как соответствующий член в уравнении (13) учтен приближенно. Введем некоторое эффективное значение скорости w_e, в которую включим и множитель $(1 - d^*/d)$ и которая по порядку величины будет совпадать со скоростью в тепловом пограничном слое*.

* Простая оценка для эффективной скорости, которая по своему физическому смыслу должна совпадать по порядку величины со средней скоростью в тепловом пограничном слое, дает

$$w_e \sim 2w_0\left(\frac{9a_l\, d}{4w_0 D^2}\right)^{1/3},$$

где w_0 — скорость в центре трубы.

Введем безразмерные независимые переменные [illegible] и температуры жидкости и тела $\bar{\vartheta}$ и $\bar{T}$ будем в дальнейшем относить к начальной температуре твердого тела T_0, обозначая для простоты эти новые безразмерные величины как ϑ и T соответственно. Система уравнений переноса тепла в жидкости и теле теперь окончательно запишется:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \vartheta = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \eta^2}; \quad \frac{\partial T}{\partial \xi} = K_a \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}. \quad [illegible]$$

Начальные и граничные условия:

$$(\vartheta)_{\xi=0} = 0, \quad (\vartheta)_{\eta\to\infty} = 0, \quad (T)_{\xi=0} = 1, \quad \left(\frac{\partial T}{\partial \eta}\right)_{\eta=-\infty} = 0. \quad (17)$$

Условия сопряжения на границе раздела тело — жидкость

$$(\vartheta)_{\eta=+0} = (T)_{\eta=-0} = \Theta(\xi),$$

$$\frac{1}{K_\lambda}\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \eta}\right)_{\eta=+0} = \left(\frac{\partial T}{\partial \eta}\right)_{\eta=-0} = -\Psi(\xi). \quad (18)$$

Если известна любая из функций $\Theta(\xi)$ или $\Psi(\xi)$ (соответственно безразмерная температура поверхности раздела тело — жидкость и безразмерная плотность теплового потока через эту поверхность), то определение $\vartheta(\xi, \eta)$ и $T(\xi, \eta)$ приводится к квадратурам. Например, для температуры жидкости $\vartheta(\xi, \eta)$ имеем

$$\vartheta(\xi, \eta) = \frac{K_\lambda}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} \frac{e^{-\xi' - \eta^2/4\xi'}}{\sqrt{\xi'}} \Psi(\xi - \xi')\, d\xi' \quad (19)$$

и столь же простое соотношение для $T(\xi, \eta)$, которое мы опустим.

Перейдем к определению потока $\Psi(\xi)$, являющегося наиболее важной характеристикой процесса нестационарного теплообмена. Из системы уравнений (16) — (18) нетрудно получить

$$\Psi_l(s) = \frac{1}{K_\lambda s} \cdot \frac{\sqrt{s+1}}{1 + K_\varepsilon \sqrt{s+1}\, \dfrac{\operatorname{cth} \Lambda \sqrt{s}}{\sqrt{s}}}, \quad (20)$$

где

$$(\Psi_l(s) = \int_0^{\infty} e^{-s\xi}\, \Psi(\xi)\, d\xi).$$

Для вычисления $\Psi(\xi)$ исследуем [illegible] $\Psi_l(s)$ в комплексной плоскости [illegible]

[illegible] 1 и бесконечно удаленную точку. Для выделения однозначной ветви проведем вдоль отрицательной вещественной [illegible] разрез, как указано на рис. 2. [illegible]

[illegible] (21)

[illegible] решение трансцендентного уравнения

$$[illegible]\, \Lambda\mu = K \sqrt{1-\mu^2}\,[illegible] \qquad (22)$$

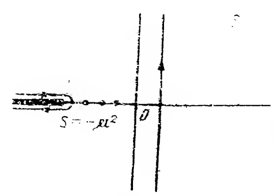


Рис. 2

Исследование этого уравнения для выделенной нами однозначной ветки показывает, что все его корни действительны и по абсолютной величине заключены между нулем и единицей.

Характер расположения положительных корней уравнения (22) (а лишь ими можно ограничиться ввиду соотношения (21)), указан на рис. 3. Число корней уравнения (22) [illegible] и наименьший корень μ_0, который существует всегда

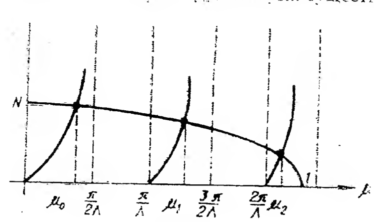


Рис. 3

независимо от величины Λ и определяет самую правую особенность функции $\Psi_1(s)$, т. е. поведение $\Psi(\xi)$ при больших [illegible] зависит от величины критерия Λ и равно

$$[illegible] \left| \frac{\Lambda}{\pi} \right| \qquad (23)$$

[illegible] приведена [illegible]

[illegible] корней трансцендентного уравнения (22) для ряда значений Λ и K приведена в приложении.

Интегрируя по контуру (см. рис. 2), охватывающему все полюсы $\Psi_1(s)$ (лежащие на отрезке $-1 < \mathrm{Re}\, s < 0$), и по берегам разреза, выделяющего однозначную ветвь функции $\Psi_1(s)$, вычислим поток

$$\Psi(\xi) = \frac{2}{K} \sum [illegible] \frac{\sqrt{1-\mu_n^2}\, [illegible]}{\Lambda K \sqrt{1-\mu_n^2} [illegible] \frac{\Lambda}{K} \frac{\mu_n^2}{\sqrt{1-\mu_n^2}} [illegible] \frac{1}{1-\mu_n^2}} +$$

$$+ \frac{[illegible]}{\pi K} \int [illegible] \frac{\sqrt{u}\, e^{[illegible]}\, du}{1+u - K_\xi^2 u \operatorname{ctg}^2 (\Lambda \sqrt{1+u})}. \qquad (24)$$

Поведение функции $\Psi(\xi)$ весьма простое. При малых значениях $\xi \ll 1$* главным является последний член формулы (24), и $\Psi(\xi)$ убывает $\sim 1/\sqrt{\xi}$ с ростом ξ.

С дальнейшим ростом ξ поток $\Psi(\xi)$ продолжает монотонно убывать, стремясь к нулю, причем главными являются члены, входящие в сумму в формуле (24). Последний, интегральный член в формуле становится при больших ξ меньше любого члена суммы. Этот интеграл может быть элементарно оценен методом перевала. В результате получим

$$\Psi(\xi) \sim \frac{2}{K_\xi} \sum^{1+\left[\frac{N}{\pi}\right]} \frac{\sqrt{1-\mu_n^2}\, e^{[illegible]}}{\Lambda K_\xi \sqrt{1-\mu_n^2} [illegible] \frac{\Lambda}{K_\xi} \frac{\mu_n^2}{\sqrt{1-\mu_n^2}} [illegible] \frac{1}{1-\mu_n^2}} +$$

$$+ \frac{e^{-\xi}}{2\sqrt{\pi} K_\xi\, \xi^{[illegible]}}. \qquad (25)$$

Наконец, при дальнейшем росте ξ несущественными становятся все члены в формуле (25), кроме первого члена суммы. Заметим, что для проведенных экспериментов значения параметров и Λ таковы, что значения μ_0^2 обычно существенно меньше 0,1.

Для ряда случаев можно найти простые приближенны[illegible]

* В известных нам экспериментах $\xi = [illegible]$ [illegible] от нескольких десятых долей до десятков [illegible]

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

[illegible] формулы для интересующего нас корня μ_0. Например, если Λ [illegible] мало, а K_ε очень мало ($\Lambda K_\varepsilon \ll 1$), легко получить

$$\mu_0^2 \simeq \frac{K_\varepsilon}{\Lambda} \qquad (26)$$

Наоборот, если Λ мало, а K_ε произвольно, то корень μ_0 является единственным вещественным корнем уравнения (22) и приближенно имеет вид

$$\mu_0^2 \simeq \frac{1}{2}\left(\frac{K_\varepsilon}{\Lambda}\right)^2\left[\sqrt{1+4\left(\frac{\Lambda}{K_\varepsilon}\right)^2}-1\right]. \qquad (27)$$

Из (27) с той же степенью точности легко получить еще более простые приближенные формулы для μ_0^2 при больших и малых K_ε ($K_\varepsilon \gtrless \Lambda$). Это, а также рассмотрение других случаев приближенного решения уравнения (22) мы опустим.

Воспользовавшись полученными выше асимптотическими разложениями функции $\Psi(\xi)$ и простыми выражениями для корня μ_0^2, можно выписать в явном виде простые формулы для плотности потока тепла через поверхность раздела тело — жидкость, связанную с безразмерной плотностью потока соотношением

$$q(\tau) = -\lambda_b\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} = \lambda_f T_0 \sqrt{\frac{\mathrm{Pe}}{Dd}}\,\Psi\left(\frac{w_e \tau}{d}\right). \qquad (28)$$

Например, когда μ_0^2 определяется согласно (26), имеем при достаточно больших ξ

$$q(\tau) \simeq \lambda_f T_0 \sqrt{\frac{\mathrm{Pe}}{Dd}} \exp\left[-\lambda_f \sqrt{\frac{\mathrm{Pe}}{Dd}}\,\frac{\tau}{c_b \rho_b R}\right]. \qquad (29)$$

Хотя бы кратко проанализируем следствия из простейшей асимптотической формулы (29). Итак, поток убывает со временем, как $\sim \exp\left[-\frac{K_\varepsilon}{\Lambda}\xi\right]$, $\left(\frac{K_\varepsilon}{\Lambda} \ll 1\right)$. Отсюда получается вытекающее из анализа экспериментальных данных постоянство логарифмической производной потока во времени.

Соотношение (29) подтверждает экспериментально установленную зависимость теплового потока от времени и характеристик твердого тела вида $\frac{1}{c_b \rho_b R}$ [6]. Заметим, что время $\frac{c_b \rho_b R}{\lambda_f}\sqrt{\frac{Dd}{\mathrm{Pe}}}$, определяющее поведение теплового потока в процессе нестационарного теплообмена, не является характерным временем тела или потока жидкости отдельно, а определяется свойствами и тела и потока.

Нетрудно рассмотреть и ряд других частных случаев общей формулы для теплового потока (24). Однако за отсутствием места мы вынуждены ограничиться приведенными случаями. По этой же причине не приводится выражение для температуры поверхности раздела $\Theta(\xi)$.

В заключение еще раз подчеркнем фундаментальный для построения теории нестационарного теплообмена факт: как следует из полученных выше результатов — соотношений (24), (22) и асимптотических и приближенных формул (25), (26), (30) и других — ход процесса нестационарного теплообмена одинаково существенно зависит от характеристик потока жидкости и свойств твердого тела. Поэтому, как указано выше, задачи нестационарного теплообмена между потоком и телом являются существенно сопряженными.

Рассмотрим случай, когда теплопроводность тела очень велика ($\lambda_b \gg \lambda_f$). При этом градиенты температуры в теле легко выравниваются и приближение средней (по пространству) температуры тела должно иметь смысл. Заранее очевидно, что для применимости принятого приближения время R^2/a_b не должно быть слишком велико. Хотя все эти условия не всегда выполняются, мы рассмотрим случай, при котором были проведены некоторые эксперименты по нестационарному теплообмену.

Итак, при $\lambda_b \to \infty$ краевая задача запишется следующим образом:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \vartheta = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \eta^2}; \quad \frac{dT}{d\xi} = M\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \eta}\right)_{\eta=0}; \qquad (30)$$

$$(\vartheta)_{\xi=0} = 0, \quad (\vartheta)_{\eta=\infty} = 0, \quad (T)_{\xi=0} = 1, \qquad (31)$$

$$(\vartheta)_{\eta=0} = T(\xi) \equiv \Theta(\xi). \qquad (32)$$

Решая эту систему, получаем соответственно для безразмерной температуры поверхности раздела тело — жидкость и потока тепла через эту поверхность

$$\Theta_0(\xi) = \frac{e^{-\xi}}{2\beta}\left\{b_1 e^{b_1^2\xi}\left[1-\mathrm{erf}\left(b_1\sqrt{\xi}\right)\right] - b_2 e^{b_2^2\xi}\,\mathrm{erfc}\left(b_2\sqrt{\xi}\right)\right\}; \qquad (33)$$

$$\Psi_{fb}(\xi) = \frac{e^{-\xi}}{2}\left\{\frac{2}{\sqrt{\pi\xi}} + \lambda_1 e^{b_1^2\xi}\left[1 + \operatorname{erf}(b_1\sqrt{\xi})\right] - \right.$$
$$\left. - \lambda_2 e^{b_2^2\xi}\operatorname{erfc}(b_2\sqrt{\xi})\right\}, \qquad (34)$$

где $\Psi_{fb}(\xi)$ определено как $\Psi_{fb}(\xi) = -\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\eta}\right)_{\eta=0}$ и введены обозначения: $\beta = \sqrt{1 + M^2/4}$,

$$b_1 = \beta - M/2, \quad b_2 = \beta + M/2, \qquad (35)$$
$$\lambda_1 = \frac{1}{\beta}(1 + M^2/2) - M, \quad \lambda_2 = \frac{1}{\beta}(1 + M^2/2) + M.$$

Температура $\Theta_{fb}(\xi)$ и поток $\Psi_{fb}(\xi)$ монотонно убывают со временем, изменяясь при малых ξ по закону

$$\Theta_{fb}(\xi) \simeq 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} M\sqrt{\xi} + O(\xi), \qquad (36)$$

$$\Psi_{fb}(\xi) \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi\xi}} - M + O(\sqrt{\xi}). \qquad (37)$$

При больших ξ соответственно имеем:

$$\Theta_{fb}(\xi) \simeq \frac{b_1}{\beta} e^{-Mb_1\xi} + M\frac{e^{-\xi}}{2\sqrt{\pi}\,\xi^{3/2}} + \ldots, \qquad (38)$$

$$\Psi_{fb}(\xi) \simeq \lambda_1 e^{-Mb_1\xi} + (\lambda_1 b_2^3 + \lambda_2 b_1^3)\frac{e^{-\xi}}{4\sqrt{\pi}\,\xi^{3/2}} \ldots \qquad (39)$$

Заметим, что $Mb_1 < 1$ при $M < \infty$. Дальнейшие члены асимптотических разложений получаются совершенно элементарно из известных асимптотических разложений функции $\operatorname{erf}(x)$ для больших и малых x.

Коэффициент теплообмена выразится через $\Psi_{fb}(\xi)$ и $\Theta_{fb}(\xi)$ следующим образом:

$$\alpha(\xi) = \lambda f b(\xi)\sqrt{\frac{\mathrm{Pe}}{Dd}}\,\frac{\Psi_{fb}(\xi)}{\Theta_{fb}(\xi)}, \qquad (40)$$

где отношение $\frac{\Psi_{fb}(\xi)}{\Theta_{fb}(\xi)} = f(\xi, M)$ определяется формулами (33) и (34). Отсюда для числа Нуссельта имеем

$$\mathrm{Nu}(\xi) = \sqrt{\frac{D}{d}\mathrm{Pe}}\,\frac{\Psi_{fb}(\xi)}{\Theta_{fb}(\xi)}. \qquad (41)$$

Число Нуссельта изменяется при малых ξ по закону

$$\frac{\mathrm{Nu}(\xi)}{\sqrt{\frac{D}{d}\mathrm{Pe}}} \simeq \frac{1}{\sqrt{\pi\xi}}\left[1 - \frac{\pi - 2}{\sqrt{\pi}} M\sqrt{\xi} + 0(\xi)\right]. \qquad (42)$$

При больших ξ

$$\frac{\mathrm{Nu}(\xi)}{\mathrm{Nu}_\infty} \simeq 1 + \left(\frac{\lambda_1 b_2^3 + \lambda_2 b_1^3}{2\lambda_1} - \frac{M\beta}{b_1}\right)\frac{e^{-(1-Mb_1)\xi}}{2\sqrt{\pi}\,\xi^{3/2}}, \qquad (43)$$

где

$$\mathrm{Nu}_\infty = \sqrt{\frac{D}{d}\mathrm{Pe}}\,\frac{\lambda_1}{b_1}\beta. \qquad (44)$$

Рассмотрим предыдущие формулы в важном частном случае, когда критерий $M \ll 1$. Для потока и температуры поверхности раздела имеем соответственно

$$\Psi_{fb}(\xi) = \frac{e^{-\xi}}{2}\left\{\frac{2}{\sqrt{\pi\xi}} + (1 - M)e^{(1-M)\xi} \times \right.$$
$$\times\left[1 + \operatorname{erf}((1 - M/2)\sqrt{\xi})\right] -$$
$$- (1 + M)e^{(1+M)\xi} \times$$
$$\left.\times \operatorname{erfc}((1 + M/2)\sqrt{\xi})\right\}, \qquad (45)$$

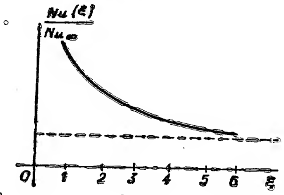


Рис. 4

$$\Theta_{fb}(\xi) = \frac{e^{-\xi}}{2}\left\{(1 - M/2)e^{(1-M)\xi}\left[1 + \operatorname{erf}((1 - M/2)\sqrt{\xi})\right] + \right.$$
$$\left. + (1 + M/2)e^{(1+M)\xi}\operatorname{erfc}((1 + M/2)\sqrt{\xi})\right\}, \qquad (46)$$

а соотношение (43) примет вид

$$\frac{\mathrm{Nu}(\xi)}{\sqrt{\frac{D}{d}\mathrm{Pe}}} \simeq (1 - M/2)\left[1 + \frac{e^{-(1-M)\xi}}{2\sqrt{\pi}\,\xi^{3/2}}\right]. \qquad (47)$$

Зависимость числа Нуссельта от времени, согласно формулам (42) и (47), качественно изображена на рис. 4.

Отметим некоторые следствия последних формул. Из (45) при достаточно больших ξ опять следует установленная

Могут быть определены и другие характеристики нестационарного теплообмена.

Цель настоящей работы состояла прежде всего в выяснении принципиальных особенностей математического описания процессов нестационарного теплообмена. Ход процесса нестационарного теплообмена потока жидкости с телом следует описывать, строго говоря, с учетом зависимости процесса в потоке от свойств тела, его теплофизических характеристик и размеров.

Важнейшие характеристики процесса нестационарного теплообмена, такие, как тепловой поток через поверхность раздела тело — жидкость, одинаково сильно зависят и от свойств жидкости и тела. В этом проявляется отличие процесса нестационарного теплообмена, который, как правило, существенно зависит и от свойств потока и от свойств тела, от стационарного теплообмена, где эта зависимость проявляется только, если теплофизические характеристики тела и жидкости не различаются очень резко.

Обозначения

ρ_b — плотность твердого тела, ρ_f — плотность жидкости, c_b — удельная теплоемкость тела при постоянном давлении, c_f — удельная теплоемкость жидкости при постоянном давлении, λ_b — коэффициент теплопроводности тела, λ_f — коэффициент теплопроводности жидкости, a_b — температуропроводность тела, a_f — температуропроводность жидкости, d — размер тела вдоль границы с жидкостью, D — эквивалентный диаметр канала, R — поперечный размер тела («глубина»), w_e — эффективная скорость жидкости в тепловом пограничном слое, $q(\tau)$ — плотность теплового потока через поверхность раздела фаз, $\mathrm{Pe} = \frac{w_e D}{a_f}$ — число Пекле, $\mathrm{Fo}_b = \frac{a_b \tau}{R^2}$ — критерий Фурье тела, $\mathrm{Fo}_f = \frac{a_f \tau}{D^2}$ — критерий Фурье жидкости, $\xi = \frac{w_e}{d}\tau = \frac{D}{d}\mathrm{Pe}\,\mathrm{Fo}_f$, $\eta = \sqrt{\frac{w_e}{a_f d}}\,y = \sqrt{\mathrm{Pe}}\frac{y}{\sqrt{Dd}}$; $\Psi(\xi)$ — безразмерный тепловой поток через границу раздела тело — жидкость, $\Theta(\xi)$ — температура поверхности раздела тело — жидкость, $K_\lambda = \lambda_b/\lambda_f$; $K_a = a_b/a_f$; $\Gamma = \sqrt{\frac{w_e}{a_f d}}\,R = \sqrt{\frac{\mathrm{Pe}}{Dd}}\,R$; $K_{c\rho} = \frac{c_f \rho_f}{c_b \rho_b}$; $K_l = \frac{\sqrt{Dd}}{R}$; $K = K_\varepsilon = \sqrt{\frac{c_f \rho_f \lambda_f}{c_b \rho_b \lambda_b}}$; $A = \frac{1}{K_l}\sqrt{\frac{\mathrm{Pe}}{K_a}}$; $Al = \frac{K_{c\rho} K_l}{\sqrt{\mathrm{Pe}}}$; $\mathrm{Nu}(\tau) = \frac{D}{\lambda_f}\,\frac{q(\tau)}{T_0 - T_\infty}$; $P(\tau) = \frac{q(\tau)}{c_f \rho_f W_0 \Delta T_0}$; [illegible] — знак асимптотического равенства; $Q(\tau) = \frac{\int_0^\tau q(\tau)\,d(\tau)}{c_b \rho_b T_0 P}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

КОРНИ УРАВНЕНИЯ

$$\operatorname{ctg} A\mu = K_\varepsilon \sqrt{1-\mu^2}$$

$A = 50$

K_ε	μ_0	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5
0,01	0,0128	0,0659	0,1272	0,1896	0,2521	0,3148
0,02	0,0172	0,0685	0,1285	0,1906	0,2529	0,3154
0,03	0,0197	0,0708	0,1301	0,1916	0,2536	0,3159
0,04	0,0215	0,0729	0,1315	0,1925	0,2544	0,3166
0,05	0,0227	0,0746	0,1328	0,1934	0,2551	0,3171
0,1	0,0263	0,0806	0,1381	0,1977	0,2584	0,3199

K_ε	μ_6	μ_7	μ_8	μ_9	μ_{10}
0,01	0,3775	0,4402	0,5030	0,5658	0,6266
0,02	0,3780	0,4406	0,5033	0,5661	0,6288
0,03	0,3785	0,4410	0,5037	0,5664	0,6291
0,04	0,3789	0,4415	0,5040	0,5666	0,6293
0,05	0,3794	0,4418	0,5044	0,5669	0,6295
0,1	0,3818	0,4438	0,5061	0,5684	0,6308

K_ε	μ_{11}	μ_{12}	μ_{13}	μ_{14}	μ_{15}
0,01	0,6913	0,7541	0,8169	0,8797	0,9425
0,02	0,6915	0,7543	0,8171	0,8798	0,9426
0,03	0,6918	0,7545	0,8172	0,8800	0,9427
0,04	0,6920	0,7547	0,8174	0,8801	0,9427
0,05	0,6922	0,7548	0,8175	0,8802	0,9428
0,1	0,6932	0,7557	0,8182	0,8807	0,9432

$A = 40$

K_ε	μ_0	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4
0,01	0,0149	0,0816	0,1560	0,2366	0,3129
0,02	0,0198	0,0844	0,1573	0,2377	0,3132
0,03	0,0230	0,0868	0,1576	0,2387	0,3139
0,04	0,0252	0,0891	0,1577	0,2397	0,3145
0,05	0,0263	0,0910	0,1579	0,2406	0,3153
0,1	0,0316	0,0983	0,1702	0,2450	0,3213

$$\alpha_6 = \frac{(f \varkappa)_t}{f \varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_7 = \frac{\varphi (f \varkappa)_z}{(f \varkappa^2)^n}, \quad \alpha_8 = \frac{U_t + UU_x + WU_z}{\varkappa (f \varkappa^2)^n},$$

$$\alpha_9 = \frac{g_x (T_0 - T_\infty)}{T_\infty f \varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_{10} = \frac{(\varphi\varkappa)_z}{\varkappa^2 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_{11} = \frac{(\varphi\varkappa)_t}{\varphi\varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}},$$

$$\alpha_{12} = \frac{f (\varphi\varkappa)_x}{\varphi\varkappa^2 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_{13} = \frac{W_t + UW_x + WW_z}{\varphi\varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}},$$

$$\alpha_{14} = \frac{g_z (T_0 - T_\infty)}{T_\infty \varphi\varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \tag{15}$$

$$\beta_1 = \frac{f_x}{\varkappa}, \quad \beta_2 = \frac{\partial}{\varkappa}, \quad \beta_3 = \frac{\varkappa_t}{\varkappa^3}, \quad \beta_4 = \frac{\varphi_z}{\varkappa},$$

$$\beta_5 = \frac{f}{\varkappa} \frac{F_\eta}{T_0 - T_\infty} \frac{\partial T_0}{\partial x} + \frac{\varphi}{\varkappa} \frac{\Phi_\eta}{T_0 - T_\infty} \frac{\partial T_0}{\partial z} + \frac{1}{\varkappa^2 (T_0 - T_\infty)} \frac{\partial T_0}{\partial t}. \tag{16}$$

Краевыми и начальными условиями в новых переменных будут

$$F_0 = F(x, 0, z, t), \quad \Phi_0 = \Phi(x, 0, z, t), \quad \vartheta_0 = 1,$$
$$F_\eta^* = F_\eta(x, 0, z, t), \quad \Phi_\eta^* = \Phi_\eta(x, 0, z, t), \tag{17}$$
$$\lim_{\eta \to \infty} F = 1, \quad \lim_{\eta \to \infty} \Phi = 1, \quad \lim_{\eta \to \infty} \vartheta = 0;$$

$$F_1 = F(0, \eta, z, t), \quad \Phi_1 = \Phi(0, \eta, z, t), \quad \vartheta_1 = \vartheta(0, \eta, z, t), \tag{18}$$
$$F_2 = F(x, \eta, 0, t), \quad \Phi_2 = \Phi(x, \eta, 0, t), \quad \vartheta_2 = \vartheta(x, \eta, z, t), \tag{19}$$
$$F_3 = F(x, \eta, z, 0), \quad \Phi_3 = \Phi(x, \eta, z, 0), \quad \vartheta_3 = \vartheta(x, \eta, z, 0). \tag{20}$$

Можно разыскивать такие решения полученной системы, когда:

а) искомые функции зависят явно от двух или трех переменных, например, типа

$$F = F(x, \eta, t), \quad \Phi = \Phi(x, \eta, t), \quad \vartheta = \vartheta(x, \eta, t)$$

или

$$F = F(\eta, z), \quad \Phi = \Phi(\eta, z), \quad \vartheta = \vartheta(\eta, z),$$

назовем такие решения „частично автомодельными";

б) искомые функции F, Φ, ϑ зависят только от одного переменного. Такие решения назовем „полностью автомодельными".

Оставляя в стороне построение частично автомодельных решений, займемся отысканием полностью автомодельных решений. Из граничных условий (17) — (20) видно, что единственно возможными полностью автомодельными решениями являются

$$F = F(\eta), \quad \Phi = \Phi(\eta), \quad \vartheta = \vartheta(\eta). \tag{21}$$

Для этого случая уравнения и краевые условия записываются в виде

$$\frac{d}{d\eta} \{ [|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_6 \Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}} F_{\eta\eta} \} + \alpha_1 F F_{\eta\eta} -$$
$$- (\alpha_2 + \alpha_3 \eta + \alpha_4 \Phi) F_{\eta\eta} - \alpha_5 F_\eta^2 - (\alpha_6 + \alpha_7 \Phi_\eta) F_\eta + \alpha_8 + \alpha_9 \vartheta = 0;$$
$$\frac{d}{d\eta} \{ [|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0 \Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{\eta\eta} \} + \alpha_4 \Phi \Phi_{\eta\eta} - \tag{22}$$
$$- (\alpha_2 + \alpha_3 \eta + \alpha_1 F) \Phi_{\eta\eta} - \alpha_{10} \Phi_\eta^2 - (\alpha_{11} + \alpha_{12} F_\eta) \Phi_\eta +$$
$$+ \alpha_{13} + \alpha_{14} \vartheta = 0;$$

$$\vartheta_{\eta\eta} + \Pr (\beta_1 F \quad \beta_2 + \beta_3 \eta + \beta_4 \Phi) \vartheta_\eta - \Pr \beta_5 \vartheta = 0; \tag{23}$$

$$F(0) = F_0 = N_1, \quad \Phi(0) = \Phi_0 = M_1, \quad \vartheta(0) = \vartheta_0 = 1; \tag{24}$$

$$F_\eta(0) = N_2, \quad \Phi_\eta(0) = M_2$$
$$\lim_{\eta \to \infty} F_\eta = N_3, \quad \lim_{\eta \to \infty} \Phi_\eta = M_3, \quad \lim_{\eta \to \infty} \vartheta = 0; \tag{25}$$

$$F_1 = F(\eta_1), \quad \Phi_1 = \Phi(\eta_1), \quad \vartheta_1 = \vartheta(\eta_1), \quad F_2 = F(\eta_2),$$
$$\Phi_2 = \Phi(\eta_2), \quad \vartheta_2 = \vartheta(\eta_2), \tag{26}$$
$$F_3 = F(\eta_3), \quad \Phi_3 = \Phi(\eta_3), \quad \vartheta_3 = \vartheta(\eta_3),$$

где

$$\eta_1 = \varkappa(0, z, t) y, \quad \eta_2 = \varkappa(x, 0, t) y, \quad \eta_3 = \varkappa(x, z, 0) y. \tag{27}$$

Система (22) — (27) определяет полностью автомодельную задачу только в том случае, если потребовать еще постоянства α_i, β_i. Отсюда получаем совокупность уравнений для разыскания возможных краевых условий.

Интегрирование полученной системы уравнений для коэффициентов α_i и β_i приведено в приложении II.

Рассмотрим теперь отдельно возможные автомодельные задачи: а) вынужденной конвекции; б) вынужденной конвекции с теплообменом; г) свободной конвекции; д) совместной свободной и вынужденной конвекций.

Отметим, что рассматриваются только случаи, когда $n \neq 1$. Исследование аналогичной задачи для $n = 1$ проведено в предыдущей статье автора [16].

Прежде чем перейти к рассмотрению конкретных задач, запишем выражение для искомых составляющих скорости:

$$u = f\varkappa F_\eta, \quad w = \varphi\varkappa\Phi_\eta, \tag{28}$$

$$v = d - f_x F - f\frac{\varkappa_x}{\varkappa}\eta F_\eta - \varphi_z\Phi - \varphi\frac{\varkappa_z}{\varkappa}\eta\Phi_\eta.$$

Из соотношений (28) и необходимости удовлетворить краевому условию (25) сразу же следует, что для задач вынужденной конвекции

$$f\varkappa = U, \quad \varphi\varkappa = W, \; W = \alpha_0 U. \tag{29}$$

СТАЦИОНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

Для стационарной трехмерной динамической задачи отличными от нуля могут быть только коэффициенты α_0, α_1, α_2, α_5, α_8, α_{12}, α_{13}. Система уравнений для указанных коэффициентов (П2, 1—5) проинтегрирована в приложении II. Полученные ограничения на вид произвольных функций f, φ, $\varkappa$ и соотношения (29) приводят нас к следующим законам скорости на внешней границе пограничного слоя, позволяющим построение полностью автомодельной задачи:

$$\text{I} \quad U = c(x + c^*)^m, \; W = \alpha_0 c(x + c^*)^m, \tag{30}$$

$$\text{II} \quad U = c_1 e^{c_2 x}, \quad W = \alpha_0 c_1 e^{c_2 x}. \tag{31}$$

При этом искомые составляющие скорости имеют вид

$$\text{I} \quad u = c(x + c^*)^m F_\eta, \; w = \alpha_0 c(x + c^*)^m \Phi_\eta, \tag{32}$$

$$v = (c^{2n-1}\alpha_1)^{\frac{1}{1+n}}\left(\frac{1 + 2mn - m}{1 + n}\right)^{\frac{n}{1+n}}\left(\alpha_2\alpha_1^{\frac{-1}{1+n}} - \right.$$

$$\left. - F - \frac{2m - mn - 1}{2mn - m + 1}\eta F_\eta\right)(x + c^*)^{\frac{2mn-m-n}{1+n}},$$

$$\eta = c^{\frac{2-n}{1+n}}\left[\frac{1 + 2mn - m}{\alpha_1(1 + n)}\right]^{\frac{1}{1+n}}(x + c^*)^{\frac{2m-mn-1}{1+n}} y; \tag{33}$$

$$\text{II} \quad u = c_1 e^{c_2 x}, \quad w = \alpha_0 c_1 e^{c_2 x}, \tag{34}$$

$$v = \frac{2 - n}{1 + n}\left(\frac{1 - n}{2n - 1}\alpha_1 c_2^n c_1^{2n-1}\right)^{\frac{1}{1+n}}\left[\alpha_2\alpha_1\frac{1 + n}{(2 - n)(2n - 1)} - \right.$$

$$\left. - \frac{2n - 1}{2 - n}F - \eta F_\eta\right] e^{\frac{2n-1}{n+1} c_2 x},$$

$$\eta = \left[\frac{2n - 1}{(1 + n)\alpha_1} c_1^{2-n} c_2\right]^{\frac{1}{1+n}} e^{\frac{2-n}{n+1} c_2 x} y, \tag{35}$$

где F, F_η, Φ, Φ_η являются решениями соответствующих систем уравнений:

$$\text{I} \quad \frac{d}{d\eta}\{[|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0\Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}} F_{\eta\eta}\} + \alpha_1 FF_{\eta\eta} -$$

$$-x\alpha_2 F_{\eta\eta} + \alpha_1\frac{m(1 + n)}{1 - m + 2mn}(1 - F_\eta^2) = 0,$$

$$\frac{d}{d\eta}\{[|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0\Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}}\Phi_{\eta\eta}\} - (\alpha_2 - \alpha_1 F)\Phi_{\eta\eta} -$$

$$- \alpha_1 F_\eta\Phi_\eta + \alpha_1\frac{m(1 + n)}{1 - m + 2mn} = 0; \tag{36}$$

$$\text{II} \quad \frac{d}{d\eta}\{[|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0\Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}} F_{\eta\eta}\} + \alpha_1 FF_{\eta\eta} - \alpha_2 F_{\eta\eta} +$$

$$+ \alpha_1\frac{1 + n}{2n - 1}(1 - F_\eta^2) = 0, \tag{37}$$

$$\frac{d}{d\eta}\{[|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0\Phi_{\eta\eta}|^2]^{\frac{n-1}{2}}\Phi_{\eta\eta}\} - (\alpha_2 + \alpha_1 F)\Phi_{\eta\eta} -$$

$$- \alpha_1 F_\eta\Phi_\eta + \alpha_1\frac{1 + n}{2n - 1} = 0$$

при следующих граничных условиях:

$$F(0) = N, \quad F_\eta(0) = 0 \quad \lim_{\eta \to \infty} F_\eta = 1;$$

$$\Phi(0) = M, \; \Phi_\eta(0) = 0 \quad \lim \Phi_\eta = 1, \tag{38}$$

Неопределенности, возникающие в формулах (32), (34), когда

а) $\alpha_1 = 0$, $n \neq 0{,}5$;

б) $\alpha_1 = 0$, $n = 0{,}5$,

легко раскрываются, и поэтому мы не будем этого делать.

Несомненный интерес представляет, казалось бы, тривиальный случай $\alpha_1 = \alpha_5 = 0$. Он позволяет, например, рассмотреть задачу об асимптотическом профиле на плоской пластинке в косо набегающем потоке при наличии однородного отсоса.

В этом случае мы имеем

$$u = UF_y, \quad w = \alpha_0 U \Phi_y, \quad v = v_0 = \alpha_2, \tag{39}$$

где $F = F(y)$, $\Phi = \Phi(y)$, и они находятся из уравнений

$$\frac{d}{dy}\left\{\left[|F_{yy}|^2 + |\alpha_0\Phi_{yy}|^2\right]^{\frac{n-1}{2}} F_{yy}\right\} - \alpha_2 F_{yy} = 0,$$

$$\frac{d}{dy}\left\{\left[|F_{yy}|^2 + |\alpha_0\Phi_{yy}|^2\right]^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{yy}\right\} - \alpha_2 \Phi_{yy} = 0. \tag{40}$$

Краевые условия остаются прежними (38).

Интересно отметить, что при наличии вдувов (отсосов) задачу можно поставить двояким образом. Величину поперечной составляющей скорости на стенке, как видно, из (10), (32), (34), можно учесть функцией d, тогда в уравнениях присутствуют члены $\alpha_2 F_{\eta\eta}$ и $\alpha_2 \Phi_{\eta\eta}$, а в граничных условиях константы N, M равны нулю. Возможно также считать $d = \alpha_2 = 0$, но тогда учесть v_0 краевым условием $F(0) = N$, $\Phi(0) = M$.

Выбор той или иной постановки зависит, конечно, от удобства решения задачи. Заметим также, что хотя от выбора коэффициента α_1 решение для продольной и трансверсальной составляющих скорости не зависит, он сказывается на величине поперечной составляющей скорости, как видно из (32), (34).

Остановимся несколько подробней на биноминальном законе скорости на верхней границе пограничного слоя. Из уравнений (36), (37) и граничных условий видно, что они не зависят явно от постоянной c^*. Следовательно, в выражениях (32), (34) вся зависимость от c^* может быть связана с определением начала отсчета по оси x.

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

Кроме коэффициентов, указанных в предыдущем параграфе, могут быть отличными от нуля коэффициенты α_3, α_6. При этом $\alpha_8 = \alpha_{13} = \alpha_6 + \alpha_5$.

Ограничения, полученные при решении подсистем П(1) — (5), на вид произвольных функций значительно сужают вид возможных законов скорости потенциального течения:

$$U = a\frac{x + c^*}{t + a^*}, \quad W = \alpha_0 a \frac{x + c^*}{t + a^*}. \tag{41}$$

Выпишем выражение для искомых составляющих скорости:

$$u = a\frac{x + c^*}{t + a^*} F_\eta, \quad w = \alpha_0 a \frac{x + c^*}{t + a^*}\Phi_\eta, \tag{42}$$

$$v = (a^{2n-1}\alpha_1)^{\frac{1}{1+n}} \left(\frac{2n}{n+1}\right)^{\frac{1}{1+n}} \left(\alpha_2 \alpha_1^{-\frac{1}{1+n}} - F - \frac{1-n}{2n}\eta F_\eta\right)(x + c^*)^{\frac{n-1}{1+n}} (t + a^*)^{\frac{1-2n}{1+n}},$$

$$\eta = a^{\frac{2-n}{1+n}}\left[\frac{2n}{\alpha_1(1+n)}\right]^{\frac{1}{1+n}} (x + c^*)^{\frac{1-n}{1+n}} (t + a^*)^{\frac{1-2n}{1+n}}, \tag{43}$$

где F, F_η и Φ, Φ_η — решение следующей системы уравнений:

$$\frac{d}{d\eta}\left\{\left[|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0\Phi_{\eta\eta}|^2\right]^{\frac{n-1}{2}} F_{\eta\eta}\right\} + \alpha_1 F F_{\eta\eta} - \alpha_2 F_{\eta\eta} + \frac{1+n}{2na}\left(\eta F_{\eta\eta}\frac{n-2}{1+n} + F_\eta - 1\right) + \frac{1+n}{2n}\alpha_1(1 - F_\eta^2) = 0, \tag{44}$$

$$\frac{d}{d\eta}\left\{\left[|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0\Phi_{\eta\eta}|^2\right]^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{\eta\eta}\right\} - (\alpha_2 - \alpha_1 F)\Phi_{\eta\eta} + \frac{1+n}{2na}\left(\eta\Phi_{\eta\eta}\frac{n-2}{1+n} + \Phi_\eta - 1\right) + \alpha_1 F_\eta \Phi_\eta + \frac{1+n}{2n}\alpha_1(1 - \Phi_\eta^2) = 0 \tag{45}$$

с краевыми условиями

$$F(0) = N, \quad \Phi(0) = M, \quad F_\eta(0) = 0, \quad \Phi_\eta(0) = 0 \tag{46}$$

$$\lim_{\eta\to\infty} F_\eta = 1, \quad \lim_{\eta\to\infty}\Phi_\eta = 1. \tag{47}$$

3 Зак. 396

Интересно отметить, что начальные условия совпадают с (46) и в начальный момент $t = -a^*$ движение начинается с теоретически бесконечной скоростью.

Построенную автомодельную задачу для двумерного случая можно трактовать как течение вблизи критической точки затупленного тела со скоростью потенциального течения, убывающей обратно пропорционально времени. Если положить коэффициенты a_i, a_5 равными нулю, можно рассмотреть автомодельную задачу о мгновенном, степенном и экспоненциальном разгоне (остановке) бесконечной плоскости при наличии нормальной составляющей скорости на поверхности.

ТЕПЛОВОЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

К рассмотренным коэффициентам α_i необходимо добавить β_i. Изучение уравнений для коэффициентов (приложение II) показало, что система еще разрешима, если учесть уравнение для β_1.

Интегрирование полученной системы привело к весьма жесткому ограничению на вид возможных законов скорости вне пограничного слоя и распределения температур на поверхности:

$$v = c(x + c^*)^{\frac{1}{3}}, \quad W = \alpha_0 c(x + c^*)^{\frac{1}{3}},$$

$$T_0 = T_\infty + b(x + c^*)^p. \tag{48}$$

Разыскиваемые составляющие скорости и температура находятся из соотношений

$$u = c(x + c^*)^{\frac{1}{3}} F_\eta, \quad w = \alpha_0 c(x + c^*)^{\frac{1}{3}} \Phi_\eta,$$

$$v = (c^{2n-1}\alpha_1)^{\frac{1}{1+n}} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n}{1+n}} \left(\alpha_2 \alpha_1^{-\frac{1}{1+n}} - F + \frac{1}{2} \eta F_\eta\right), \tag{49}$$

$$T = T_\infty + b(x + c^*)^p,$$

$$\eta = c^{\frac{2-n}{1+n}} \left(\frac{2}{3\alpha_1}\right)^{\frac{1}{1+n}} (x + c^*)^{-\frac{1}{3}} y, \tag{50}$$

где F, F_η, Φ, Φ_η — решение следующих уравнений:

$$\frac{d}{d\eta}\left\{\left[|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0 \Phi_{\eta\eta}|^2\right]^{\frac{n-1}{2}} F_{\eta\eta}\right\} + \alpha_1 F F_{\eta\eta} - \alpha_2 F_{\eta\eta} +$$

$$+ \frac{1}{2}\alpha_1 (1 - F_\eta^2) = 0.$$

$$\frac{d}{d\eta}\left\{\left[|F_{\eta\eta}|^2 + |\alpha_0 \Phi_{\eta\eta}|^2\right]^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{\eta\eta}\right\} - (\alpha_2 - \alpha_1 F)\Phi_{\eta\eta} -$$

$$- \frac{1}{2}\alpha_1 F_\eta \Phi_\eta + \frac{1}{2}\alpha_1 = 0, \tag{51}$$

$$\vartheta'' + \frac{2}{3}\Pr\left(\frac{3\alpha_1}{2}\right)^{\frac{2}{1+n}} F\vartheta' - p\Pr\left(\frac{3\alpha_1}{2}\right)^{\frac{2}{1-n}} F'\vartheta = 0$$

с краевыми условиями

$$F(0) = N, \quad F_\eta(0) = 0 \quad \lim_{\eta\to\infty} F_\eta = 1,$$

$$\Phi(0) = M, \quad \Phi_\eta(0) = 0 \quad \lim_{\eta\to\infty} \Phi_\eta = 1, \tag{52}$$

$$\vartheta(0) = 1 \quad \lim_{\eta\to\infty} \vartheta = 0.$$

Сравнивая полученный результат с результатами аналогичной задачи для ньютоновской жидкости, необходимо указать на значительное сужение класса возможных автомодельных решений.

СОВМЕСТНАЯ СВОБОДНАЯ И ВЫНУЖДЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ

Все предыдущие результаты могут быть текстуально повторены и для задачи о совместной свободной и вынужденной конвекции, если добавить в уравнение движения члены, содержащие соответствующие составляющие архимедовой подъемной силы $\alpha_9\,\vartheta$, $\alpha_{14}\,\vartheta$. Используя уже известные решения для функций $f, \varphi, \varkappa, d$ и температуры поверхности T_0, в приложении II получены следующие законы для составляющих вектора силы тяжести на выбранные оси координат:

$$g_x = \frac{2\alpha_9 T_\infty}{3\alpha_1 b} c^{\frac{2n-1}{3}} (x + c^*)^{-(p+1/3)},$$

$$g_z = \frac{2\alpha_0 \alpha_{14} T_\infty}{3\alpha_1 b} c^{\frac{2n-1}{3}} (x + c^*)^{-(p+1/3)}. \tag{53}$$

По полученным составляющим вектора силы тяжести теперь необходимо восстановить форму тела, для которого возможно построение автомодельной задачи совместной свободной и вынужденной конвекции.

Вспомним, что автомодельные решения теплового пограничного слоя возможны только для $U \sim x^{1/3}$, $W \sim x^{1/3}$. Такую задачу можно трактовать как косое обтекание полубесконечного клина бесконечного размаха, но для этого случая g_x и g_z могут быть только постоянными.

Следовательно, автомодельное решение совместной и вынужденной конвекции возможно для задачи о косом обтекании полубесконечного клина бесконечного размаха при следующем законе изменения температуры поверхности:

$$T_0 = b(x + c^*)^{-1/3} + T_\infty.$$

СВОБОДНАЯ КОНВЕКЦИЯ

Для задачи свободной конвекции $\alpha_8 = \alpha_{13} = 0$ и все ограничения связаны только с соотношениями (50), (53). В общем случае восстановление формы тела по заданным составляющим силы тяжести весьма трудная задача. Укажем некоторые, на наш взгляд, возможные автомодельные задачи свободной конвекции:

а) стационарная свободная конвекция на вертикальной пластинке при следующем законе температуры поверхности:

$$T_0 = T_\infty + b(x + c^*)^{-1/3}, \tag{54}$$

б) стационарная двумерная свободная конвекция вблизи критической точки, если температура поверхности задается формулой

$$T_0 = T_\infty + b(x + c^*)^{-4/3}. \tag{55}$$

В обоих случаях искомые величины u, v, η, ϑ, уравнения и граничные условия имеют вид

$$u = c(x + c^*)^{1/3} F_\eta,$$

$$v = (c^{2n-1}\alpha_1)^{\frac{1}{1+n}} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n}{1+n}} \left(\alpha_2 \alpha_1^{-\frac{1}{1+n}} - F + \frac{1}{2}\eta F_\eta\right)(x + c^*)^{-1/3}, \tag{56}$$

$$\eta = c^{\frac{2-n}{1+n}} \left(\frac{2}{3\alpha_1}\right)^{\frac{1}{1+n}} (x + c^*)^{-1/3} y,$$

$$\frac{d}{d\eta}|F_{\eta\eta}|^n + \alpha_1 F F_{\eta\eta} - \alpha_2 F_{\eta\eta} - \frac{1}{2}\alpha_1 F_\eta^2 + \alpha_9 \vartheta = 0, \tag{57}$$

$$\vartheta_{\eta\eta} + \Pr\left(\frac{2}{3\alpha_1}c^3\right)^{\frac{n-1}{n+1}} (\alpha_1 F - \alpha_2)\vartheta_\eta - \beta_5 \vartheta = 0,$$

$$F(0) = F_\eta(0) = 0 \quad \lim_{\eta \to \infty} F_\eta = 0,$$

$$\vartheta(0) = 1 \quad \lim_{\eta \to \infty} \vartheta = 0, \tag{58}$$

где α_9 и β_5 равны соответственно:

а) $\alpha_9 = \dfrac{3\alpha_1 b}{2T_\infty} c^{\frac{1-2n}{3}}, \quad \beta_5 = \Pr\left(\dfrac{2}{3\alpha_1}\right)^{-\frac{2}{n+1}} c^{3\frac{n-1}{n+1}} F_\eta;$

б) $\alpha_9 = \dfrac{3\alpha_1 b}{2T_\infty} c^{\frac{1-2n}{3}}, \quad \beta_5 = 2\Pr\left(\dfrac{2}{3\alpha_1}\right)^{-\frac{2}{n+1}} c^{3\frac{n-1}{n+1}} F_\eta.$

Пример 1. Рассмотренный выше случай $\alpha_1 = \alpha_5 = 0$ (39), (40) позволяет дать одно удивительно простое решение, являющееся точным решением полной системы уравнений трехмерного движения некоторых псевдопластичных и дилатантных жидкостей.

Будем считать $F_{yy} > 0$. Тогда система (40) принимает вид

$$\frac{d}{d\eta}\left[(F_{yy}^2 + \alpha_0^2 \Phi_{yy}^2)^{\frac{n-1}{2}} F_{yy}\right] - \alpha_2 F_{yy} = 0,$$

$$\frac{d}{d\eta}\left[(F_{yy}^2 + \alpha_0^2 \Phi_{yy})\right] - \alpha_2 \Phi_{yy} = 0. \tag{59}$$

Выписанные уравнения можно один раз проинтегрировать:

$$(F_{yy}^2 + \alpha_0^2 \Phi_{yy}^2)^{\frac{n-1}{2}} F_{yy} - \alpha_2 F_y = c_1,$$

$$(F_{yy}^2 + \alpha_0^2 \Phi_{yy}^2)^{\frac{n-1}{2}} \Phi_{yy} - \alpha_2 \Phi_y = c_2. \tag{60}$$

Теперь нетрудно получить связь между Φ_y и F_y:

$$\Phi_y = \frac{c_3 \alpha_2 F_y + c_3 c_1 - c_2}{\alpha_2},$$

где c_i — постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий

$$F_y(0) = \Phi_y(0) = 0$$

$$\lim_{y \to \infty} F_y = 1, \quad \lim_{y \to \infty} \Phi_y = 1. \tag{61}$$

Учитывая, что краевые условия (61) дают

$$c_1 c_3 - c_2 = 0, \quad c_3 = 1,$$

приходим к равенству

$$\Phi_y = F_y. \tag{62}$$

Подставим (62) в (60):

$$(1 + \alpha_0^2)^{\frac{n-1}{2}} F_{yy} - \alpha_2 F_y = c_1.$$

Интегралом этого уравнения является

$$\alpha_2 F_y = [\alpha_2 \frac{n-1}{n} (1 + \alpha_0^2)^{\frac{1-n}{2n}} y + c_1]^{\frac{n}{n-1}} - c_1. \tag{63}$$

Вспоминая, что составляющие скорости искались в виде

$$u = UF_y, \quad v = v_0 = \alpha_2, \quad w = \alpha U \Phi_y,$$

выпишем их выражение, используя (63). Нам придется рассмотреть возможности а) $n = 1$, б) $n > 1$.

В первом и во втором случаях, как видно из (63), легко удовлетворить граничному условию на бесконечности. После перехода к размерным величинам искомыми составляющими скорости будут:

$$\text{а)} \quad u = U\left\{1 - \left[1 - \frac{n-1}{n}\left(\frac{-v_0 U}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{U} (1 + \alpha_0^2)^{\frac{1-n}{2n}} y\right]^{\frac{n}{n-1}}\right\},$$

$$w = \alpha_0 u; \tag{64}$$

$$\text{б)} \quad u = U\left[1 - \exp\left(\frac{v_0}{\nu} y\right)\right], \quad w = \alpha_0 u. \tag{65}$$

Когда $n > 1$, интеграл (63) можно использовать до

$$y = y_\infty = \frac{n}{n-1} U (1 + \alpha_0^2)^{\frac{n-1}{2n}} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{-d_2 U}\right)^{\frac{1}{n}}.$$

В этой точке $F_y = 1$, $\Phi_y = 1$, т. е. искомые функции достигают величины, требуемой из граничных условий на бесконечности. Для всех y, больших y_∞, мы должны считать $F_y = 1$, $\Phi_y = 1$. Нетрудно убедиться, что при этом уравнения

(63) удовлетворяются. Таким образом, в размерных переменных решение для $n > 1$ можно записать в виде

$$u = \begin{cases} U[1 - (1 - y/y_\infty)^{\frac{n}{n-1}}] & \text{для } y \leq y_\infty, \\ U & \text{для } y > y_\infty, \end{cases} \tag{66}$$

где

$$y_\infty = \frac{n}{n-1} U \left(\frac{\varepsilon}{-v_0 U}\right)^{\frac{1}{n}} (1 + \alpha_0^2)^{\frac{n-1}{2n}}.$$

Вычислим условные толщины

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy = \frac{1-n}{1-2n} y_\infty,$$

$$\delta^{**} = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U}\right) \frac{u}{U}\, dy = \frac{n^2}{(2n-1)(3n-1)} y_\infty,$$

когда $n > 0{,}5$, $n \neq 1$

и

$$\delta^* = \frac{\nu}{-v_0}, \quad \delta^{**} = \frac{1}{2} \frac{\nu}{-v_0},$$

когда $n = 1$.

Если $n < 0{,}5$, обе условные толщины пограничного слоя стремятся к бесконечности.

Решение для двумерного движения при $n = 1$ было известно ранее [9] и трактовалось как асимптотический профиль скорости на плоской пластинке при наличии равномерного отсоса $v_0 < 0$. Независимость продольной составляющей скорости от трансверсальной указывает на то, что косое обтекание пластинки не оказывает никакого влияния на развитие асимптотического профиля для u в этом случае.

Профили (64), (66) представляют естественное обобщение указанной ньютоновской задачи на некоторые псевдопластичные и дилатантные жидкости.

При этом в пространственном случае имеются существенные различия. Если для ньютоновской жидкости наличие бокового скольжения не сказывалось на продольной составляющей скорости, то для жидкостей, подчиняющихся степенному реологическому закону, наличие косого обтекания, как видно из 61, ведет, например, к уменьшению u при увеличении α_0 для псевдопластичной жидкости при постоянном n.

Примечательным является тот факт, что касательные напряжения на стенке τ_{xy}, τ_{yz} не зависят от коэффициента

вязкости как для ньютоновской, так и для степенной реологической жидкости:

$$\tau_{xy} = \rho(-v_0 U), \quad \tau_{yz} = \rho(-v_0 \alpha_0 U).$$

Интересно отметить также, что боковое скольжение пластинки не сказывается на величине τ_{xy}.

Для рассмотренной выше задачи решением уравнений теплового пограничного слоя при постоянной температуре поверхности будет

$$T = (T_0 - T_\infty)\exp\left(\frac{v_0}{a}\,y\right) + T_\infty.$$

Свойства жидкости учитываются коэффициентом температуропроводности.

Пример 2. Рассмотрим движение, описываемое уравнениями

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \varepsilon\frac{\partial}{\partial y}\left\{\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}}\frac{\partial u}{\partial y}\right\},$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + v\frac{\partial w}{\partial y} = \varepsilon\frac{\partial}{\partial y}\left\{\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}}\frac{\partial w}{\partial y}\right\}, \tag{67}$$

где $u = u(t, y)$, $v = v(t)$, $w = w(t, y)$.

Полагая $w = \alpha u$ и используя формулы (приложение II (20)), нетрудно построить решение уравнений (67):

$$u = \frac{U_\infty}{\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \mathrm{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{\nu}}\right)}\left\{\mathrm{erf}\left[\frac{1}{2}(\nu t)^{-1/2}y + \frac{b}{\sqrt{\nu}}\right] - \right.$$

$$\left. - \mathrm{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{\nu}}\right)\right\}, \quad v = -bt^{-\frac{1}{2}} \text{ для } n = 1, \tag{68}$$

$$u = U_\infty\left\{1 - (1 + at^{-\frac{1}{1+n}}y)^{\frac{n+1}{n-1}}\right\}, \quad v = -dt^{-\frac{n}{1+n}} \text{ для } n < 1,$$

удовлетворяющее следующим граничным и начальным условиям:

$$t < 0, \quad u = w = v = 0,$$

$$t = 0, \quad u = U_\infty, \quad v \to -\infty, \tag{69}$$

$$t > 0, \quad u(0, t) = 0, \quad v(0, t) = -dt^{-\frac{n}{n+1}}, \quad w(0, t) = 0$$

$$\lim_{y\to\infty} u = U_\infty, \quad \lim_{y\to\infty} w = \alpha U_\infty,$$

где

$$a = \frac{1}{d(n+1)}, \quad d = \left[U_\infty^{n-1}\frac{2\varepsilon n}{n+1}(1+\alpha^2)^{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{1}{1-n}\right)^n\right]^{\frac{1}{1-n}}, \; b > 0.$$

Вычислим условные толщины

$$\delta^* = \frac{1-n}{2na}\,t^{\frac{1}{1-n}}, \qquad \delta^{**} = \frac{5n+1}{2na}\,\frac{1-n}{3n+1}\,t^{\frac{1}{1+n}}. \tag{70}$$

Формулы (70) для $n = 1$ несправедливы, и обе условные толщины в этом случае становятся бесконечными.

Составляющие трения для случаев $n = 1$ и $n < 1$ соответственно выписаны ниже:

$$\tau_{xy} = \frac{U_\infty}{\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \mathrm{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{\nu}}\right)}\exp(-b^2)(\rho\mu t)^{-1/2},$$

$$\tau_{xy} = \left[\frac{kU_\infty}{(1-n)b}\right]^n(1+\alpha^2)^{\frac{n-1}{2}}\,t^{-\frac{n}{1+n}}, \quad \tau_{zy} = \alpha\tau_{xy}. \tag{71}$$

Вероятно, полученное решение можно трактовать как задачу об асимптотическом профиле на кособтекаемой плоской пластинке при однородном отсосе, зависящем от времени по закону

$$v(0, t) = -dt^{-\frac{1}{1+n}}. \tag{72}$$

При этом начальное условие (69) надо понимать следующим образом. В момент времени нуль отсос бесконечен, следовательно, все подторможенные частицы из пограничного слоя удалены и во всех точках продольная составляющая скорости равна скорости набегающего потока.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Запишем в развернутом виде общее уравнение движения в напряжениях, а также уравнение теплопроводности для несжимаемой жидкости при наличии архимедовой подъемной силы:

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x} +$$

$$+ \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} + \rho g_x\,\frac{T - T_\infty}{T_\infty},$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x}+$$

$$+\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}+\rho g_y\frac{T-T_\infty}{T_\infty}, \qquad (1)$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+$$

$$+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}+\rho g_z\frac{T-T_\infty}{T_\infty}.$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0.$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}+w\frac{\partial T}{\partial z}=$$

$$=a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right). \qquad (2)$$

Физические характеристики среды считаются не зависящими от времени, пренебрегается диссипацией энергии. Рассмотрим вещества, подчиняющиеся степенному реологическому закону

$$\tau_{ij}=k\,|e_{lm}e_{ml}|^{\frac{n-1}{2}}e_{ij},$$

где e_{ij} — тензор скоростей деформаций, имеющий в декартовой системе координат следующий вид:

$$e_{ij}=\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j}+\frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right).$$

Выпишем отдельно касательные составляющие тензора напряжения на оси координат:

$$\tau_{xx}=2kA\frac{\partial u}{\partial x},\quad \tau_{xy}=kA\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

$$\tau_{yy}=2kA\frac{\partial v}{\partial y},\quad \tau_{yz}=kA\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right),$$

$$\tau_{zz}=kA\frac{\partial w}{\partial z},\quad \tau_{zx}=kA\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right),$$

где

$$A=\left[\left(2\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(2\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial z}2\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}}.$$

$$e_{ij}=e_{ji},\quad \tau_{ij}=\tau_{ji}.$$

Для того чтобы произвести в дальнейшем сравнительную оценку порядка величин отдельных членов уравнений (1, 2), перейдем к безразмерной форме последних.

Примем в качестве масштабов L, Y, Z — для координат x, y, z соответственно; U, V, W — для продольной, поперечной и трансверсальной компонент скорости. Будем считать основными масштабы L, U. Выразим через них масштабы времени и давление, положив

$$t=\frac{L}{U};\quad p=\rho U^2.$$

Введем безразмерные температуру и составляющие вектора силы тяжести

$$\vartheta=\frac{T-T_\infty}{T_0-T_\infty},\quad g'_x=g_x/g,\quad g'_y=g_y/g,\quad g'_z=g_z/g,$$

где g — абсолютная величина вектора силы тяжести, штрих относится к безразмерной величине.

Построим безразмерные комплексы

$$\mathrm{R}=\frac{L^nU^{2-n}}{\varepsilon}2^{\frac{n-1}{2}},\quad \mathrm{Gr}=gL^{\frac{2+n}{2-n}}\varepsilon^{\frac{2}{n-2}}\cdot 2^{\frac{n-1}{2-n}},\ \varepsilon=\frac{\mathrm{K}}{\rho},$$

которые назовем обобщенными числами Рейнольдса и Грасгофа. После проведённой подготовительной работы нетрудно перейти к безразмерному виду уравнений (1), (2). Предварительно распорядимся пока произвольными масштабами поперечных и трансверсальных длин и скоростей, так чтобы система содержала в качестве параметров только построенные выше обобщенные числа Рейнольдса и Грасгофа.

Для этого, как легко установить, необходимо положить

$$Z=L,\quad W=U,\quad Y=L\mathrm{R}^{-\frac{1}{1+n}},\quad V=U\mathrm{R}^{-\frac{1}{1+n}}. \qquad (3)$$

Безразмерная система (1), (2) выписана ниже:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left[A\frac{\partial u}{\partial x}\right] +$$

$$+ R^{-\frac{n}{1+n}}\frac{\partial}{\partial y}\left[A\left(R^{\frac{1}{1+n}}\frac{\partial u}{\partial y} + R^{-\frac{1}{1+n}}\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] +$$

$$+ R^{-\frac{2}{1+n}}\frac{\partial}{\partial z}\left[A\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right] + \mathrm{Gr}\, R^{\frac{2}{n-2}} g_x \frac{T_0 - T_\infty}{T_\infty}\vartheta,$$

$$R^{-\frac{2}{1+n}}\frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + R^{-\frac{2+n}{1+n}}\frac{\partial}{\partial x}\left[A\left(R^{\frac{1}{1+n}}\frac{\partial u}{\partial y} +\right.\right.$$

$$\left.\left.+ R^{-\frac{1}{1+n}}\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] + R^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(A\frac{\partial v}{\partial y}\right) +$$

$$+ R^{-\frac{2+n}{1+n}}\frac{\partial}{\partial z}\left[A\left(R^{\frac{1}{1+n}}\frac{\partial w}{\partial y} + R^{-\frac{1}{1+n}}\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right] +$$

$$+ \mathrm{Gr}\, R^{\frac{n+4}{(n-2)(n+1)}} g_z \frac{T_0 - T_\infty}{T_\infty}\vartheta.$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + R^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left[A\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)\right] +$$

$$+ R^{\frac{-n}{1+n}}\frac{\partial}{\partial y}\left[A\left(R^{\frac{1}{1+n}}\frac{\partial w}{\partial y} + R^{-\frac{1}{1+n}}\frac{\partial v}{\partial z}\right)\right] +$$

$$+ R^{-1}\frac{\partial}{\partial z}\left(A\frac{\partial w}{\partial z}\right) + \mathrm{Gr}\, R^{\frac{2}{n-2}} g_z \frac{T_0 - T_\infty}{T_\infty}\vartheta.$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

$$\frac{D\vartheta}{Dt} + \frac{1}{T_0 - T_\infty}\left(\frac{\partial T_0}{\partial t} + u\frac{\partial T_0}{\partial x} + w\frac{\partial T_0}{\partial z}\right)\vartheta =$$

$$= \frac{R^{-\frac{1}{1+n}}}{\Pr(T_0 - T_\infty)}\frac{\partial^2}{\partial x^2}[T_\infty + (T_0 - T_\infty)\vartheta] + \frac{1}{\Pr}\frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2} +$$

$$+ \frac{R^{-\frac{1}{1+n}}}{\Pr(T_0 - T_\infty)}\frac{\partial^2}{\partial z^2}[T_\infty + (T_0 - T_\infty)\vartheta],$$

где штрих у безразмерных величин опущен, введено обобщенное число Прандтля $\Pr = ULa^{-1}R^{-\frac{2}{1+n}}$ и

$$A = \left[\left(2\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(2\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(2\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 +\right.$$

$$+ \left(R^{\frac{1}{1+n}}\frac{\partial u}{\partial y} + R^{-\frac{1}{1+n}}\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 +$$

$$\left. + \left(R^{\frac{1}{1+n}}\frac{\partial w}{\partial y} + R^{-\frac{1}{1+n}}\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}}.$$

Заметим, что выписанная система для больших чисел Рейнольдса имеет малый параметр, за который удобно принять $R^{-\frac{1}{1+n}}$. Будем искать решения уравнений (1), (2) в виде

$$u = u_0 + R^{-\frac{1}{1+n}} u_1 + R^{-\frac{2}{1+n}} u_2 + \ldots,$$

$$v = v_0 + R^{-\frac{1}{1+n}} v_1 + R^{-\frac{2}{1+n}} v_2 + \ldots,$$

$$w = w_0 + R^{-\frac{1}{1+n}} w_1 + R^{-\frac{2}{1+n}} w_2 + \ldots,$$

$$\vartheta = \vartheta_0 + R^{-\frac{1}{1+n}} \vartheta_1 + R^{-\frac{2}{1+n}} \vartheta_2 + \ldots,$$

$$p = p_0 + R^{-\frac{1}{1+n}} p_1 + R^{-\frac{2}{1+n}} p_2 + \ldots,$$

Подставим эти разложения в систему (1), (2) и, приравнивая члены при нулевых степенях малого параметра, выпишем уравнения нулевого приближения, опуская индекс нуль:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left\{\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}}\frac{\partial u}{\partial y}\right\} +$$

$$+ g_x\frac{T_0 - T_\infty}{T_\infty}\vartheta, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y}\left\{\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial w}{\partial y}\right\} +$$

$$+ g_z \frac{T_0 - T_\infty}{T_\infty} \vartheta,$$

$$\frac{\partial \vartheta}{Dt} = \Pr{}^{-1} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} - \frac{1}{T_0 - T_\infty}\left(\frac{\partial T_0}{\partial t} + u \frac{\partial T_0}{\partial x} + \right.$$

$$\left. + w \frac{\partial T_0}{\partial z}\right) \vartheta. \qquad (5)$$

Считается, что $\mathrm{Gr} R^{\frac{2}{n-2}} \sim 1$.

Как непосредственно следует из (3), конечным значениям безразмерных поперечных координат при больших значениях R соответствуют малые абсолютные значения размерных координат y. Таким образом, ясно, что полученные уравнения (4), (5) описывают движения жидкости в тонкой области вблизи нулевой линии тока. Эту область мы и будем называть пограничным слоем по аналогии с пограничным слоем ньютоновской жидкости, а уравнения (4), (5) — уравнениями пограничного слоя для степенной реологической жидкости.

Если теперь сделать предположение о том, что пограничный слой оказывает малое обратное влияние на внешний поток, как это делается в теории пограничного слоя для ньютоновской жидкости, то теоретическая формулировка краевых условий не вызывает затруднений. Действительно, граничные условия при $x=0$, $y=0$ записываются сразу:

$$\vartheta(x, 0, z, t) = \vartheta_0, \quad u(x, 0, z, t) = u_0, \quad v(x, 0, z, t) = v_0,$$

$$w(x, 0, z, t) = w_0,$$

$$u(0, y, z, t) = u_1, \quad w(0, y, z, t) = w_1, \quad \vartheta(0, y, z, t) = \vartheta_1, \qquad (6)$$

$$u(x, y, 0, t) = u_2, \quad w(x, y, 0, t) = w_2, \quad \vartheta(x, y, 0, t) = \vartheta_2.$$

Распределение давления на поверхности в силу принятого предположения и уравнения (4) должно соответствовать распределению давления при обтекании идеальной жидкостью и находиться из уравнений Бернулли:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial p_0}{\partial x},$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z}.$$

Теперь, учитывая последние равенства и независимость давления от переменной y, нетрудно записать производные давления по координатам, входящим в уравнение (4), (5) через составляющие скорости потенциального течения на поверхности тела, и сформулировать граничные условия на бесконечности:

$$\lim_{y\to\infty} u = U(x, z, t), \quad \lim_{y\to\infty} w = W(x, z, t). \qquad (7)$$

$$\lim_{y\to\infty} \vartheta = 0.$$

Начальными условиями будут:

$$u(x, y, z, 0) = u_3, \quad v(x, y, z, 0) = v_3, \quad w(x, y, z, 0) = w_3,$$

$$\vartheta(x, y, z, 0) = \vartheta_3.$$

Интересно отметить, что для $0<n<2$ возрастание соответствует возрастанию R, при $n=0$, $n=2$ число Рейнольдса не зависит от L и U соответственно, а при $n>2$ рост U соответствует убыванию числа Рейнольдса. Это последнее обстоятельство ставит под сомнение применимость полученных уравнений пограничного слоя для $n>2$.

Таким образом, резюмируя, можно сказать, что, по-видимому, полученные уравнения (4), (5) с граничными и начальными условиями (6), (7) будут справедливы для псевдопластичных и дилатантных жидкостей в интервале значений показателя степени $0<n<2$.

ПРИЛОЖЕНИЕ II

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Для наглядности дальнейшего изложения перепишем уравнения (15) в следующем порядке:

$$\alpha_1 = \frac{f_x}{\varkappa (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_5 = \frac{(f\varkappa)_x}{\varkappa^2 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_2 = \frac{d}{\varkappa (f \varkappa^2)^{n-1}},$$

$$\alpha_3 = \frac{\varkappa_t}{\varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_6 = \frac{(f\varkappa)_t}{f \varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \qquad (1)$$

$$\alpha_0 = \frac{\varphi}{f}, \qquad (2)$$

$$\alpha_4 = \frac{\varphi_z}{\varkappa (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_{10} = \frac{(\varphi\varkappa)_z}{\varkappa^2 (f \varkappa^2)^{n-1}},$$

$$\alpha_2 = \frac{d}{\varkappa (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_{11} = \frac{(\varphi\varkappa)_t}{\varphi\varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \tag{3}$$

$$\alpha_7 = \frac{\varphi (f\varkappa)_z}{f \varkappa^2 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_{12} = \frac{f (\varphi\varkappa)_x}{\varphi\varkappa^2 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \tag{4}$$

$$\alpha_8 = \frac{U_t + UU_x + WU_z}{f \varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_{13} = \frac{W_t + UW_x + WW_z}{\varphi\varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \tag{5}$$

$$\beta_1 = \frac{f_x}{\varkappa}, \quad \beta_2 = \frac{d}{\varkappa}, \quad \beta_3 = \frac{\varkappa_t}{\varkappa^3}, \quad \beta_4 = \frac{\varphi_z}{\varkappa},$$

$$\beta_5 = \frac{f}{\varkappa (T_0 - T_\infty)} \frac{\partial T_0}{\partial x}, \quad \beta_6 = \frac{1}{\varkappa^2 (T_0 - T_\infty)} \frac{\partial T_0}{\partial t}, \tag{6}$$

$$\beta_7 = \frac{\varphi}{\varkappa (T_0 - T_\infty)} \frac{\partial T_0}{\partial z},$$

$$\alpha_9 = \frac{g_x (T_0 - T_\infty)}{T_\infty f \varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_{14} = \frac{g_z (T_0 - T_\infty)}{T_\infty \varphi\varkappa^3 (f \varkappa^2)^{n-1}}. \tag{7}$$

Решение системы (1)—(7) будем проводить в порядке, приведенном выше. Рассмотрим подсистему (1). Из первых двух уравнений находим

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_5 - \alpha_1} = \frac{f_x \varkappa}{f \varkappa_x}, \ f = c_0 \varkappa^{\frac{\alpha_1}{\alpha_5 - \alpha_1}}, \tag{8}$$

откуда

$$\alpha_5 - \alpha_1 = c_0^{2-n} \varkappa^d \varkappa_x, \quad d = \frac{3\alpha_1 - 2\alpha_5 + (1-n)(2\alpha_5 - \alpha_1)}{\alpha_5 - \alpha_1}. \tag{9}$$

Проинтегрировав (9) и учитывая (8), найдем искомые функции

$$\varkappa_1 = \left[- \frac{1 + 2mn - m}{\alpha_1 (1 + n)} \right]^{\frac{1}{1+n}} (x + c_1)^{\frac{2m - mn - 1}{1+n}} c^{\frac{2-n}{1+n}},$$

$$f_1 = \left[\frac{1 + 2mn - m}{\alpha_1 (1 + n)} \right]^{-\frac{1}{1+n}} (x + c_1)^{\frac{2mn - m + 1}{1+n}} c^{\frac{2n-1}{1+n}}, \tag{10}$$

$$f_1 \varkappa_1 = c (x + c_1)^m,$$

когда $\alpha_1 \neq 0$, $\alpha_5 \neq \frac{1+n}{2n-1} \alpha_1$;

$$\varkappa_2 = \left(\frac{c^{2-n} c_1}{\alpha_5} \right)^{\frac{1}{1+n}} \exp \left(\frac{2-n}{n+1} c_1 x \right),$$

$$f_2 = c \left(\frac{c^{2-n} c_1}{\alpha_5} \right)^{-\frac{1}{1+n}} \exp \left(\frac{2n-1}{n+1} c_1 x \right), \tag{11}$$

$$f_2 \varkappa_2 = c \exp (c_1 x),$$

когда $\alpha_5 = \frac{1+n}{2n-1} \alpha_1$, $n \neq 0{,}5$;

$$\varkappa_3 = [(1 - 2n) \alpha_5]^{-\frac{1}{1+n}} (x + c_1)^{\frac{1}{1-2n}},$$

$$f_3 = c^{\frac{2n-1}{1+n}} [(1 - 2n) \alpha_5]^{\frac{1}{1+n}}, \quad f_3 \varkappa_3 = c (x + c_1)^{\frac{1}{1-2n}}, \tag{12}$$

когда $\alpha_1 = 0$, $n \neq 0{,}5$.

В формуле (10) для удобства записи введена величина

$$m = \frac{\alpha_5}{\alpha_5 + \alpha_1 - n (2\alpha_5 - \alpha_1)}. \tag{13}$$

В случае, если $\alpha_1 = \alpha_5 = 0$, функции f, $\varkappa$ могут зависеть только от z, t.

Напомним, что $c = c(z, t)$, $c_1 = c_1(z, t)$. Теперь из третьего уравнения подсистемы (1) нетрудно найти вид функции d:

$$d_1 = \alpha_2 \left[\frac{2mn + 1 - m}{(1 + n) \alpha_1} \right]^{\frac{n}{1+n}} (x + c_1)^{\frac{2mn - m - n}{1+n}} c^{\frac{2n-1}{1+n}},$$

$$d_2 = \alpha_2 \left(\frac{c_1}{\alpha_5} \right)^{\frac{n}{1+n}} c^{\frac{2n-1}{1+n}} \exp \left(\frac{2n-1}{1+n} c_1 x \right), \tag{14}$$

$$d_3 = \alpha_2 c^{\frac{2n-1}{1+n}} (x + c_1)^{-1} [\alpha_5 (1 - 2n)]^{\frac{-n}{1+n}}.$$

Учитывая, что в выражениях (10)—(14) величины c, c_1 являются пока произвольными функциями времени, подберем их так, чтобы удовлетворить двум последним уравнениям

4. Зак. 396

подсистемы (1). Для этого подставим в эти уравнения сначала (10), а затем (11), (12).

В первом случае получим

$$\alpha_3 = \alpha_1 \frac{(2m - mn - 1)}{(1 + 2mn - n)} \; \frac{c_{1t} + (2 - n)\, c_t (x + c_1)}{c^2 (x + c_1)^m},$$

$$\alpha_6 = \frac{\alpha_1 (1 + n)}{1 + 2mn - n} \; \frac{c_t (x + c_1) + mcc_{1t}}{c^2 (x + c_1)^m}. \tag{15}$$

Функции c, c_1 не зависят от x, поэтому равенства (15) возможны, если

$$m = 1, \quad c_1 = \text{const}, \quad c = \frac{a}{a_1 t + a_2} \tag{16}$$

или

$$m = 0, \quad c = \text{const}, \quad \frac{\partial c_1}{\partial t} = \text{const}, \tag{17}$$

$$c_1 = at + a_1.$$

При этом

$$\varkappa = \left[\frac{2n}{\alpha_1 (1 + n)}\right]^{\frac{1}{1+n}} \left(\frac{a}{a_1 t + a_2}\right)^{\frac{2-1}{1+n}} (x + c_1)^{\frac{1-n}{1+n}},$$

$$f\varkappa = a\, \frac{x + c_1}{a_1 t + a_2}, \tag{18}$$

$$\alpha_3 = \alpha_1 \frac{n - 2}{2n} \; \frac{a_1}{a}, \quad \alpha_5 = \alpha_1 \frac{1 + n}{2n}, \quad \alpha_6 = -\alpha_1 \frac{1 + n}{2n} \; \frac{a_1}{a}$$

для $m = 1$ и

$$\varkappa = \left[\frac{1}{\alpha_1 (1 + n)}\right]^{\frac{1}{1+n}} (x + at + a_1)^{\frac{-1}{1+n}} c^{\frac{2-n}{1+n}},$$

$$f(\varkappa) = c, \quad \alpha_3 = -\alpha_1 \frac{a}{c}, \quad \alpha_5 = \alpha_6 = 0$$

для $m = 0$.

Подставляя (11), (12) в два последних уравнения подсистемы (1), убеждаемся, что они могут быть удовлетворены только, когда c, c_1 постоянные.

В случае $\alpha_1 = \alpha_5 = 0$ искомые функции f, $\varkappa$ являются решениями уравнений для коэффициентов α_3, α_6:

$$\varkappa_1 = \left(\frac{a^{n-1}\alpha_6}{\varepsilon}\right)^{\frac{-1}{1+n}} (t + a_1)^{\frac{\varepsilon - \varepsilon n - 1}{n+1}}, \tag{20}$$

$$f_1 = a \left(\frac{a^{n-1}\alpha_6}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{1+n}} (t + a_1)^{\frac{2\varepsilon n + 1}{n+1}},$$

$$f\varkappa = a (t + a_1)^{\varepsilon},$$

где

$$\varepsilon = \frac{\alpha_6}{\alpha_6 (1 - n) - \alpha_3 (1 + n)}.$$

$$\varkappa_2 = \left(\frac{a^{n-1}\alpha_6}{a_1}\right)^{-\frac{1}{1-n}} \exp\left(\frac{(1 - n)\, a_1}{n + 1}\, t\right),$$

$$f_2 = a \left(\frac{a^{n-1}\alpha_6}{a_1}\right)^{\frac{1}{1-n}} \exp\left(\frac{2a_1 n}{n + 1}\, t\right), \tag{21}$$

$$f_2 \varkappa_2 = a \exp(a_1 t),$$

когда $\alpha_3 (1 + n) = \alpha_6 (1 - n)$;

$$\varkappa_3 = [-a^{n-1} (1 + n)\, \alpha_3 t + a_1]^{\frac{-1}{1+n}}, \tag{22}$$

$$f_3 = a [-a^{n-1} (1 + n)\, \alpha_3 t + a_1]^{\frac{1}{1+n}}, \tag{23}$$

$$f_3 \varkappa_3 = a,$$

если $\alpha_6 = 0$.

Соответствующие данному случаю функции d выписаны ниже:

$$d_1 = \alpha_2 a^{\frac{n-1}{n-1}} \left(\frac{\varepsilon}{\alpha_6}\right)^{\frac{n}{1-n}} (t + a_1)^{\frac{\varepsilon n - \varepsilon - n}{1-n}},$$

$$d_2 = \alpha_2 a^{\frac{n-1}{n+1}} \left(\frac{a_1}{\alpha_6}\right)^{\frac{n}{1-n}} \exp\left(\frac{n - 1}{n + 1}\, a_1 t\right), \tag{24}$$

$$d_3 = \alpha_2 a^{n-1} [-a^{n-1} (1 + n)\, \alpha_3 t + a_1]^{\frac{-n}{1+n}}.$$

Рассмотрим подсистемы (2) — (4). Напомним, что в исходных уравнениях (22), (23) член с коэффициентом α_0 содержится только при $n = 1$. Поэтому нам придется рассмотреть в дальнейшем два варианта: $n = 1$ и $n \neq 1$.

Пусть $n \neq 1$, тогда, учитывая (2), получим

$$\alpha_4 = \alpha_0 \frac{f_z}{\varkappa (f\varkappa^2)^{n-1}}, \quad \alpha_{10} = \alpha_0 \frac{(f\varkappa)_z}{\varkappa^2 (f\varkappa^2)^{n-1}}, \tag{25}$$

$$\alpha_7 = \alpha_{10}, \quad \alpha_6 = \alpha_{11}, \quad \alpha_5 = \alpha_{12}.$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Подставим в (25) решения подсистемы (1). Воспользовавшись тем, что c произвольные функции z, подберем их так, чтобы удовлетворить уравнениям (25). Получим

$$\alpha_4 = \frac{\alpha_1\alpha_0[(2n-1)c_z(x+c_1)+c(2mn-m+1)c_{1z}]}{(1+2mn-m)c},$$

$$\alpha_{10} = \frac{\alpha_1\alpha_0(1+n)}{1+2mn-m}\,\frac{c_z(x+c_1)+cmc_{1z}}{c} \tag{26}$$

для $\alpha_1 \neq 0$, $\alpha_5 \neq \frac{1+n}{2n-1}\alpha_1$;

$$\alpha_4 = \frac{\alpha_0}{\alpha_5(1+n)c}[c(2n-1)c_1c_{1z} - cc_{1z} - c_zc_2(2n-1)],$$

$$\alpha_{10} = \frac{\alpha_0\alpha_5}{cc_1}(xcc_{1z}+c_z) \tag{27}$$

для $\alpha_5 = \frac{1+n}{2n-1}\alpha_1$;

$$\alpha_4 = \frac{\alpha_5\alpha_0(2n-1)(1-2n)c_z(x+c_1)}{(1+n)c},$$

$$\alpha_{10} = \frac{\alpha_0\alpha_5}{c}[cc_{1z}+c_z(1-2n)(x+c_1)] \tag{28}$$

для $\alpha_1 = 0$.

Равенства (26) возможны, если

$$c = \text{const}, \quad \frac{\partial c_1}{\partial z} = \text{const}, \quad c_1 = bz + b_1. \tag{29}$$

$$\alpha_4 = \alpha_1\alpha_0 b, \quad \alpha_{10} = \frac{\alpha_1 bm(1+n)\alpha_0}{1+2mn-m},$$

откуда

$$\varkappa = \left[\frac{1+2mn-m}{\alpha_1(1+n)}\right]^{\frac{1}{1+n}} c^{\frac{2-n}{1+n}} (x+bz+b_1)^{\frac{2m-mn-1}{1+n}},$$

$$f\varkappa = c(x+bz+b_1)^m, \tag{30}$$

$$d = \alpha_2\left[\frac{1+2mn-m}{\alpha_1(1+n)}\right]^{\frac{n}{1+n}} c^{\frac{2n-1}{1+n}} (x+bz+b_1)^{\frac{2mn-m-n}{1+n}}.$$

Равенства (27) будут иметь место при условии

$$c_1 = \text{const}, \frac{1}{c}\frac{dc}{dz} = \text{const}, \quad c = b\exp(bz).$$

$$\alpha_4 = \alpha_5\frac{\alpha_0 b_1}{c_1}\,\frac{2n-1}{n+1}, \quad \alpha_{10} = \alpha_5\frac{\alpha_0 b_1}{c_1}. \tag{31}$$

Тогда

$$\varkappa = \left(\frac{b^{2-n}c_1}{\alpha_5}\right)^{\frac{1}{1-n}} \exp\left[\frac{2-n}{n+1}(c_1x+b_1z)\right],$$

$$f\varkappa = b\exp(c_1x+b_1z), \tag{32}$$

$$d = \alpha_2\left(\frac{c_1}{\alpha_5}\right)^{\frac{n}{1+n}} c^{\frac{2n-1}{1+n}} \exp\left[\frac{2n-1}{1+n}(c_1x+b_1z)\right].$$

Наконец, для того чтобы выполнялись равенства (28), необходимо потребовать $\alpha_4 = 0$, $\alpha_{10} = \alpha_5\alpha_0 b$.

$$\varkappa = c^{\frac{2-n}{1+n}}[\alpha_5(1-2n)]^{\frac{-1}{1+n}}(x+bz+b_1)^{\frac{1}{1-2n}},$$

$$f\varkappa = c(x+bz+b_1)^{\frac{1}{1-2n}}, \tag{33}$$

$$d = \alpha_2 c^{\frac{2n-1}{n+1}}[\alpha_5(1-2n)]^{\frac{-n}{1+n}}(x+bz+b_1)^{-1}.$$

Теперь, используя (30), (17) и (16), нетрудно получить решения в трехмерном нестационарном случае:

$$\varkappa = \left[\frac{2n}{\alpha_1(1+n)}\right]^{\frac{1}{1+n}}\left(\frac{a}{a_1t+a_2}\right)^{\frac{2-n}{1+n}}(x+bz+b_1)^{\frac{1-n}{1+n}},$$

$$f\varkappa = a\frac{x+bz+b_1}{a_1t+a_2}, \tag{34}$$

$$d = \alpha_2\left[\frac{2n}{\alpha_1(1-n)}\right]^{\frac{n}{1-n}}\left(\frac{a}{a_1t+a_2}\right)^{\frac{2n-1}{1+n}}(x+bz+b_1)^{\frac{n-1}{1+n}},$$

когда $m = 1$;

$$\varkappa = \left[\frac{1}{\alpha_1(1+n)}\right]^{\frac{1}{1+n}}(x+at+bz+b_1)^{\frac{-1}{1+n}}c^{\frac{2-n}{1+n}},$$

$$f\varkappa = c_1. \tag{35}$$

$$d = \alpha_2 \left[\frac{1}{\alpha_1 (1 + n)} \right]^{\frac{n}{n+1}} c^{\frac{2n-1}{1-n}} (x - at + bz + b_1)^{\frac{-n}{1+n}},$$

когда $m = 0$.

Пусть $n = 1$. Ограничение (2) отпадает, а уравнения (1)—(4) значительно упрощаются. Легко далее заметить, что подсистема (3) может быть решена отдельно и ее решение получается из (10) — (14), если заменить

$$f \to \varphi, \quad x \to z, \quad \alpha_1 \to \alpha_4, \quad \alpha_5 \to \alpha_{10},$$
$$c \to b, \quad c_1 \to b_1, \quad m \to s. \qquad (36)$$

Выпишем искомые функции

$$\varkappa = \sqrt{\frac{1 + s}{2\alpha_4}\, b\, (z + b_1)^{\frac{s-1}{2}}}, \quad f\varkappa = b (z + b_1)^s, \qquad (37)$$

$$d = \alpha_2 \sqrt{\frac{1 + s}{2\alpha_4}\, b\, (z + b_1)^{\frac{s-1}{2}}},$$

где

$$s = \frac{\alpha_{10}}{2\alpha_4 - \alpha_{10}}, \quad 2\alpha_4 \neq \alpha_{10}, \quad \alpha_4 \neq 0;$$

$$\varkappa = \sqrt{\frac{bb_1}{\alpha_{10}}} \exp\left(\frac{b_1}{2} z\right), \quad \varphi\varkappa = b \exp (b_1 z), \qquad (38)$$

$$d = \alpha_2 \sqrt{\frac{bb_1}{\alpha_{10}}} \exp\left(\frac{b_1}{2} z\right)$$

при $2\alpha_4 = \alpha_{10}$;

$$\varkappa = \sqrt{\frac{b}{-\alpha_{10}} \frac{1}{z + b_1}}, \quad d = \alpha_2 \varkappa, \qquad (39)$$

$$\varphi\varkappa = \frac{b}{z + b_1},$$

когда $\alpha_4 = 0$.

Совместное решение подсистем (1), (3) возможно, когда $\varkappa_i$, определяемые соотношениями (10)—(12), (37)—(39), совпадают. Это условие вместе с уравнениями (4) дает возможность определить произвольные функции $c\ (z)$, $c_1\ (z)$, $b\ (x)$, $b_1\ (x)$ и таким образом выяснить ограничения, накладываемые на f, φ, $\varkappa$, d. Не останавливаясь на деталях вывода, запишем полученные соотношения:

$$f\varkappa = c (x + c_1)^m (z + b_1)^{s-1}, \quad \varphi\varkappa = b (x + c_1)^{m-1} (z + b_1)^s,$$

$$d = \alpha_2 \varkappa, \quad \varkappa^2 = c (x + c_1)^{m-1} (z + b_1)^{s-1} \frac{1 + m}{2\alpha_1}, \qquad (40)$$

$$\alpha_4 = \frac{1 + s}{1 + m} \frac{\alpha_1 b}{c}, \quad \alpha_{10} = \frac{2b\alpha_1 s}{c (1 + m)},$$

$$\alpha_7 = \frac{s - 1}{1 + m} \frac{2\alpha_1 b}{c}, \quad \alpha_{12} = 2\alpha_1 \frac{m - 1}{m + 1},$$

когда $\alpha_1 \neq 0$, $\alpha_4 \neq 0$, $2\alpha_4 \neq \alpha_{10}$, $2\alpha_1 \neq \alpha_5$;

$$f\varkappa = c (z + b_1)^{s-1} \exp (c_1 x),$$

$$\varphi\varkappa = b (z + b_1)^s \exp (c_1 x),$$

$$d = \alpha_2 \varkappa, \quad \varkappa^2 = \frac{cc_1}{\alpha_5} (z + b_1)^{s-1} \exp (c_1 x), \qquad (41)$$

$$\alpha_4 = \frac{(1 + s) b}{c_1 c}, \quad \alpha_{10} = \frac{2\alpha_4 s}{1 + s},$$

$$\alpha_7 = \frac{\alpha_5 b}{cc_1} (s - 1), \quad \alpha_{12} = \alpha_5$$

при $\alpha_5 = 2\alpha_1$, $\alpha_4 \neq 0$, $\alpha_{10} \neq 2\alpha_4$;

$$f\varkappa = c \frac{(z + b_1)^{s-1}}{x + c_1}, \quad \varphi\varkappa = b \frac{(z + b)^s}{(x + c_1)^2},$$

$$d = \alpha_2 \varkappa, \quad \varkappa^2 = \frac{c}{-\alpha_5} \frac{(z + b_1)^{s-1}}{x + c}, \qquad (42)$$

$$\alpha_4 = -\frac{\alpha_5 b (1 + s)}{2c}, \quad \alpha_{10} = \frac{-\alpha_5 bs}{c},$$

$$\alpha_7 = -\frac{\alpha_5 b (s - 1)}{c}, \quad \alpha_{12} = 2\alpha_5$$

для $\alpha_1 = 0$, $\alpha_{10} \neq 2\alpha_4$, $\alpha_4 \neq 0$;

$$f\varkappa = \frac{c}{(z + b_1)^2 (x + c_1)}, \quad \varphi\varkappa = \frac{c\,\alpha_{10}}{(z + b_1)(x + c_1)^2},$$

$$\varkappa^2 = \frac{c}{-\alpha_5} \frac{1}{(x + c_1)^2 (z + b_1)^2}, \quad d = \alpha_2 \varkappa,$$

когда $\alpha_1 = \alpha_4 = 0$, $\alpha_7 = 2\alpha_{10}$, $\alpha_{12} = 2\alpha_5$.

Отметим, что здесь не выписаны случаи, которые вытекают из (30) — (33) при $n = 1$.

Рассмотрим подсистему (5). Для задач вынужденной, а также совместной свободной и вынужденной конвекции имеем $U = f\varkappa$, $W = \varphi\varkappa$ и, следовательно,

$$\alpha_8 = \alpha_6 + \alpha_5 + \alpha_7, \quad \alpha_{13} = \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{10}. \tag{44}$$

В задачах свободной конвекции $U = W = 0$, поэтому $\alpha_8 = \alpha_{13} = 0$.

Переходим к подсистемам (6) — (7). Как и прежде, нам придется рассмотреть два случая: $n = 1$, $n \neq 1$. Если $n = 1$, $\alpha_i = \beta_i$ для $i = 1, 2, 3, 4$, а возможное распределение температуры на поверхности находится из уравнений для коэффициентов β_5, β_6, β_7. После того как T_0 найдено, составляющие вектора силы тяжести на оси координат x, z легко находятся из уравнений (7). Используя построенные ранее решения для функций f, φ, $\varkappa$ (30), (32), (33), (34), (35), (40), (41), (42), (43), получим соответственно:

$$T_0 = T_\infty + l(x + bz + b_1)^p,$$

$$g_x = A_1(x + bz + b_1)^{2m-p-1}, \quad g_z = A_2(x + bz + b_1)^{2m-p-1},$$

$$\beta_5 = \frac{2p\alpha_1}{1+m}, \quad \beta_6 = 0, \quad \beta_7 = \frac{2p\alpha_1\alpha_0 b}{1+m}, \tag{45}$$

$$\alpha_9 = \frac{2A_1\alpha_1 l}{T_\infty c^2(1+m)}, \quad \alpha_{11} = \frac{2\alpha_1 l A_2}{T_\infty \alpha_0 c^2(1+m)}.$$

$$T_0 = T_\infty + l\exp(p_1x + p_2z),$$

$$g_x = A_1\exp[(2c_1 - p_1)x + (2b_1 - p_2)z], \tag{46}$$

$$g_z = A_2\exp[(2c_1 - p_1)x + (2b_1 - p_2)z],$$

$$\beta_5 = \frac{p_1\alpha_5}{c_1}, \quad \beta_6 = 0, \quad \beta_7 = \frac{p_1\alpha_5\alpha_0}{c_1},$$

$$\alpha_9 = \frac{A_1\alpha_5 l}{T_\infty b^2}, \quad \alpha_{14} = \frac{A_2\alpha_5 l}{T_\infty\alpha_0 b^2}.$$

$$T_0 = T_\infty + l(x + bz + b_1)^p,$$

$$g_x = A_1(x + bz + b_1)^{-p-3}, \quad g_z = A_2(x + bz + b_1)^{-p-3}, \tag{47}$$

$$\beta_5 = -2p\alpha_5, \quad \beta_6 = 0, \quad \beta_7 = -2p\alpha_5 b,$$

$$\alpha_9 = \frac{-A_1\alpha_5 l}{T_\infty c^2}, \quad \alpha_{14} = -\frac{A_2\alpha_5 l}{T_\infty\alpha_0 c_2}.$$

$$T_0 = T_\infty + l(a_1t + a_2)^\sigma(x + bz + b_1)^p,$$

$$g_x = A_1(a_1t + a_2)^{-\sigma-2}(x + bz + b_1)^{1-p},$$

$$g_z = A_2(a_1t + a_2)^{-\sigma-2}(x + bz + b_1)^{1-p}, \tag{48}$$

$$\beta_5 = \alpha_1 p, \quad \beta_6 = \alpha_1\frac{\sigma a_1}{a}, \quad \beta_7 = \alpha_1 p\alpha_0 b,$$

$$\alpha_9 = \frac{A_1\alpha_1 l}{T_\infty a^2}, \quad \alpha_{14} = \frac{A_2\alpha_1 l}{T_\infty\alpha_0 a^2}.$$

$$T_0 = T_\infty + l(x + bz + at + b_1),$$

$$g_x = \frac{A_1}{(x + at + bz + b_1)^{p+1}}, \quad g_z = \frac{A_2}{(x + at + bz + b_1)^{p+1}}, \tag{49}$$

$$\beta_5 = 2\alpha_1 p, \quad \beta_6 = \frac{2\alpha_1 pa}{c}, \quad \beta_7 = 2\alpha_1 p\alpha_0 b,$$

$$\alpha_9 = \frac{A_1 2\alpha_1 l}{T_\infty c^2}, \quad \alpha_{14} = \frac{A_2 2\alpha_1 l}{T_\infty\alpha_0 c^2}.$$

$$T_0 = l,$$

$$g_x = A_1(x + c_1)^{2m-1}(z + b_1)^{2(s-1)},$$

$$g_z = A_2(x + c_1)^{2(m-1)}(z + b_1)^{2s-1}, \tag{50}$$

$$\beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = 0, \quad \alpha_9 = \frac{2\alpha_1(l - T_\infty)A_1}{T_\infty c^2(1+m)},$$

$$\alpha_{14} = \frac{2\alpha_1(l - T_\infty)A_2}{T_\infty cb(1+m)}.$$

$$T_0 = l,$$

$$g_x = A_1(z + b_1)^{2(s-1)}\exp(2c_1x),$$

$$g_z = A_2(z + b_1)^{2s-1}\exp(2c_1x), \tag{51}$$

$$\beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = 0, \quad \alpha_9 = \frac{A_1\alpha_5(l - T_\infty)}{T_\infty c^2 c_1},$$

$$\alpha_{14} = \frac{A_2 \alpha_5 (l - T_\infty)}{T_\infty b c c_1}.$$

$$T_0 = l,$$

$$g_x = A_1 \frac{(z + b_1)^{2(s-1)}}{(x + c_1)^3}, \quad g_z = A_2 \frac{(z + b_1)^{2s-1}}{(x + c_1)^3},$$

$$\alpha_9 = \frac{A_1 \alpha_5 (T_\infty - l)}{T_\infty c^2}, \qquad \alpha_{14} = \frac{A_2 \alpha_5 (T_\infty - l)}{T_\infty c b}. \tag{52}$$

$$\beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = 0.$$

$$T_0 = l,$$

$$g_x = A_1 (x + c_1)^3 (z + b_1)^4, \quad g_z = A_2 (x + c_1)^4 (z + b_1)^3. \tag{53}$$

$$\alpha_9 = \frac{A_1 \alpha_5 (T_\infty - l)}{T_\infty c^2}, \qquad \alpha_{14} = \frac{A_2 \alpha_5 (T_\infty - l)}{T_\infty c^2 \alpha_{10}}.$$

$$\beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = 0.$$

При помощи (36), из формул (40) — (42) легко получить еще три симметричных случая, а из соотношений (45)—(52) еще восемь.

Пусть $n \neq 1$. Сопоставим подсистемы (1) — (3) и (6). Нетрудно видеть, что их совместное решение возможно при

$$f \varkappa^2 = \text{const}. \tag{54}$$

Подставляя в равенство (54) полученные ранее выражения (30) — (35), убеждаемся, что оно удовлетворяется в случае

$$\varkappa = \left(\frac{2}{3\alpha_1}\right)^{\frac{1}{1+n}} c^{\frac{2-n}{1+n}} (x + bz + b_1)^{-1/3},$$

$$f\varkappa = c (x + bz + b_1)^{1/3}, \tag{55}$$

$$d = \alpha_2 \left(\frac{2}{3\alpha_1}\right)^{\frac{n}{n+1}} c^{\frac{2n-1}{1+n}} (x + bz + b_1)^{-1/3}.$$

При этом

$$T_0 = T_\infty + l (x + bz + b_1)^p,$$

$$g_x = A_1 (x + bz + b_1)^{-\frac{3p+1}{3}}, \quad g_z = A_2 (x + bz + b_1)^{-\frac{3p+1}{3}},$$

$$\beta_5 = \frac{3}{2} p \alpha_1, \quad \beta_6 = 0, \quad \beta_7 = \frac{3}{2} \alpha_1 \alpha_0 b p, \tag{56}$$

$$\alpha_9 = \frac{3\alpha_1 l A_1}{2T_\infty c^2}, \quad \alpha_{14} = \frac{3\alpha_1 l A_2}{2T_\infty \alpha_0 c^2}, \quad \alpha_5 = \frac{1}{2} \alpha_1,$$

$$\alpha_4 = \alpha_1 \alpha_0 b, \quad \alpha_{10} = \frac{\alpha_1 b \alpha_0}{2}.$$

Если искомые функции зависят только от переменной t, т. е. справедливы формулы (20) — (22), температура поверхности и проекция вектора силы тяжести на ось x даются следующими соотношениями:

$$T_0 = T_\infty + l (t + a_1)^p,$$

$$g_x = A (t + a_1)^{\frac{3\varepsilon - \varepsilon n - 2 - p - pn}{1 + n}}, \tag{57}$$

$$\alpha_6 = 0, \quad \alpha_9 = \left(\frac{a^{n-1} \alpha_6}{\varepsilon}\right)^{\frac{2}{1-n}} \frac{Al}{T_\infty a}, \qquad \beta_6 = p \left(\frac{a^{n-1} \alpha_6}{\varepsilon}\right)^{\frac{2}{1-n}}.$$

$$\beta_5 = \beta_7 = 0$$

при любых p, ε, когда $n = 1$, или для любых p, n при $\varepsilon = 0{,}5$. Во всех остальных случаях $p = 0$, $T_0 = \text{const}$.

$$T_0 = T_\infty + l \exp (pt), \quad g_x = A \exp [(a_1 - p) t], \tag{58}$$

$$\alpha_3 = 0, \quad \alpha_9 = \frac{Al \alpha_6}{T_\infty a a_1}, \qquad \beta_6 = p \frac{\alpha_6}{a_1}.$$

$$\beta_5 = \beta_7 = 0;$$

$$T_0 = T_\infty + l [-2\alpha_3 t + a_1]^p, \quad g_x = A [-2\alpha_3 t + a_1]^{-(p+1)}, \tag{59}$$

$$\alpha_6 = 0, \quad \alpha_9 = \frac{Al}{a T_\infty}, \quad \beta_6 = -2p \alpha_3, \quad \beta_5 = \beta_7 = 0$$

только для $n = 1$. Когда $n = 1$, $p = 0$, $T_0 = \text{const}$.

Литература

1. Mhatre M. V., Kintner R. C. Ind. and Engr. Chem., **51**, 865, 1959.
2. Collins M., Schowalter W. R. A. I. Ch. E. Jour., **9**, 805, 1963.
3. Kapur J. N., Gupta R. C. ZAMM, **43**, 135, 1963.
4. Bogue D. C. Ind. and Engr. Chem., **51**, 874, 1959.
5. Tomita Y. Bull. Japan Soc. Mech. Engrs., **4**, 77, 1961.

6. Acrivos A., Shah M. J., Petersen E. E. A. I. Ch. E. Jour., 6, 312, 1960.
7. Kapur J. N. Jour. Phys. Soc. Japan. 18, 144, 576, 1963; 17, 1303, 1962.
8. Kapur J. N., Srivastava R. C. ZAMP. 14, 383, 1963.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. ИЛ., 1956.
10. Гольдштейн С. Современное состояние гидроаэродинамической вязкой жидкости, т. 1, 2. ИЛ, 1948.
11. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. Физматгиз, 1963.
12. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидродинамика. Физматгиз, 1963.
13. Гинзбург И. Н. Тепло- и массоперенос, т. 3. Госэнергоиздат, 1963.
14. Шульман З. П., Берковский Б. М. ИФЖ, № 12, 1963.
15. Берковский М. Б. ИФЖ, № 1, 1964.
16. Шульман З. П., Берковский Б. М. 2-е Всесоюзное совещание по тепло- и массообмену, 2—32. Минск, 1964.
17. Reiner M. Amer. Jour. Math., 67, 350, 1945.
18. Fredrickson A. G., Bird R. B. Ind. and Engr. Chem., 50, 347, 1958.
19. Bird R. B. A. I. Ch. E. Jour., 5, 565, 1959.

Л. Б. БАРТМАН, Э. И. БЕРЕЗОВСКИЙ, Н. Г. КОНДРАШОВ,
В. Б. РЫВКИН

О РЕШЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛООБМЕНА С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ПУТЕМ АППРОКСИМАЦИИ ИХ КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ

Точное решение задач о теплообмене в системе неподвижного твердого тела и обтекающего его потока жидкости [1] весьма трудоемкая и сложная задача. В настоящей работе рассматривается метод сведения в некоторых простых случаях части стационарной задачи, зависящей от потока, к конечномерной с получением максимальной в некотором алгебраическом смысле точности. Рассматривается также вопрос о замене переменных коэффициентов в уравнениях кусочно-постоянными, что также упрощает решение задачи.

Рассмотрим поток жидкости в щели (переход к круглой трубе не вызывает принципиальных затруднений). Уравнение стационарного теплообмена в потоке жидкости имеет вид (продольной теплопроводностью пренебрегаем)

$$c\gamma u(y)\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(y)\frac{\partial T}{\partial y}\right), \qquad (1)$$

$$-a \leqslant y \leqslant a, \quad -\infty < x < +\infty,$$

где $u(y)$ — профиль скорости в потоке; $\lambda(y)$ — коэффициент теплопроводности, который в турбулентном потоке жидкости следует брать эффективным; T — температура потока.

Для решения „сопряженной" задачи теплообмена необходимо знать лишь взаимную зависимость теплового потока и температуры на границе, т. е. при $y = \pm a$. Ограничимся симметричным случаем, т. е. будем рассматривать задачу в области $0 \leqslant y \leqslant +a$ с краевым условием $\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = 0$.

Связь между $t(x) = T(x, y)|_{y=d}$ и $p(x) = \lambda(d)\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=d}$ задается, как известно, формулой

$$p(x) = \int_{-\infty}^{x} [t(x) - t(\xi)]\, K(x - \xi)\, d\xi, \tag{2}$$

где

$$K(\xi) = \sum_i \beta_i e^{-\mu_i \xi}, \quad \beta_i > 0,$$

а μ_i являются собственными значениями задачи

$$\mu_i c\gamma u(y)\varphi = -(\lambda\varphi')', \tag{3}$$

$$\varphi'(0) = \varphi(d) = 0. \tag{4}$$

Интеграл (2) следует понимать как свертку обобщенных функций. Нашей задачей является приближение указанного ядра $K(\xi)$ функциями, имеющими достаточно простой вид для проведения фактических расчетов.

Рассмотрим случай, когда профиль скоростей заменяется линейной комбинацией δ-функций. Задача (1) тогда сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами: ядро $\tilde{K}(\xi) = \sum_i \tilde{\beta}_i e^{-\tilde{\mu}_i \xi}$ содержит лишь конечное число экспонент. Потребуем, чтобы при полиномиальной $t(x)$ в наибольшей возможной степени совпадали $p(x)$. Заметим, что достаточно требовать совпадения, когда температура задается каким-либо одним полиномом требуемой степени. Ввиду однородности рассматриваемой задачи по x соответствующие величины будут тогда совпадать для всех сдвигов решения по x и, следовательно, для любого полинома не выше этой степени. Покажем, что в этом случае $\tilde{\beta}_i > 0, \tilde{\mu}_i > 0$. В самом деле уравнения для $\{\tilde{\beta}_i\}, \{\tilde{\mu}_i\}$ в этом случае имеют вид

$$\sum_i \frac{\beta_i}{\mu_i^k} = \sum_i \frac{\tilde{\beta}_i}{\tilde{\mu}_i^k}, \quad k = 2, 3, \ldots \tag{5}$$

Пусть правая часть в (5) содержит n слагаемых. Тогда из этих уравнений следует взять первые $2n$ уравнений. Они представляют собой уравнения для построения квадратурной формулы типа Гаусса с коэффициентами $\frac{\tilde{\beta}_i}{\tilde{\mu}_i^2}$ и узлами $1/\tilde{\mu}_i$ для веса $\sum_i \frac{\beta_i}{\mu_i^2}\delta\left(\xi - \frac{1}{\mu_i}\right)$. Хорошо известно, что такая задача для неотрицательного веса всегда разрешима, причем если мера имеет бесконечное число точек роста, решение единственное. Кроме того, отсюда же получаем $\tilde{\beta}_i > 0$, $\tilde{\mu}_i > \mu_1$.

Из хорошо известных свойств спектра задачи типа (1) [2] можно получить, что при этих условиях существует положительная линейная комбинация δ-функций от y, аппроксимирующая $u(y)$, для которой в формулу типа (2) войдет $\tilde{K}$.

При фактическом построении аппроксимирующего δ-образного профиля можно исходить непосредственно из требования, чтобы при равных полиномиальных по x граничных значениях температуры совпадали тепловые потоки. Построение таких решений указано, например, в [3]. Если потребовать, чтобы применение соотношения (2) к приближенному и точному уравнению давало совпадение также для быстро меняющихся функций, то можно принять, что оно выполняется для некоторых случаев экспонент. В частности, иногда можно подобрать экспоненциальные по x решения, которые выражаются элементарными функциями по y. При этом множество показателей в экспонентах должно быть достаточным для возможности интерполирования преобразования Лапласа от K рациональными функциями.

Если привести задачу к виду

$$\tilde{u}(\tilde{y})\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial \tilde{y}^2}, \quad \tilde{y} = \frac{\int_0^y \frac{dy}{\lambda(y)}}{\int_0^a \frac{dy}{\lambda(y)}}, \tag{6}$$

$$|\tilde{y}| \leq 1, \quad \tilde{u}(\tilde{y}) = a^2 c\gamma u(y)\lambda(y),$$

то можно ожидать, что окажется эффективным приближение $\tilde{u}(\tilde{y})$ кусочно-постоянной функцией $\tilde{u}_1(\tilde{y})$. В этом случае задача сведется к приближению преобразования Лапласа от $K(\xi)$ тригонометрическими функциями специального вида для экспоненциальных граничных условий и рациональными для полиномиальных. Заметим, что для учета влияния очень быстро меняющихся по x граничных условий необходимо, чтобы поведение $\tilde{u}(\tilde{y})$ точной и приближенной задач при малых $1 - \tilde{y}$ совпадало. Это наложит некоторые ограничения на параметры, от которых зависит $\tilde{u}(\tilde{y})$ приближенной задачи, и свободных параметров останется меньше. Поскольку практически профиль скорости вблизи стенки обычно близок к линейному, то проводить фактически такую аппроксимацию не представляется оправданным, так как лучше тогда оперировать с точным профилем.

Возможен также комбинированный экспоненциально-полиномиальный подход: это сводится к интерполированию с

кратными узлами преобразования Лапласа от K рациональными или тригонометрическими функциями.

Можно отметить, что построение приближений задачи можно производить на основании экспериментальных данных, учитывающих поведение тепловых характеристик только на стенке. Из общей теории обратных спектральных задач [2, 4, 5] известно, что это поведение полностью определяет уравнение типа (6) (сказанное выше касается только стационарного случая; в нестационарном случае можно определить как $u(y)$, так и $\lambda(y)$).

Было проведено построение приближенных задач для случая пуазейлевского течения в плоской щели. При этом условия на обеих стенках предполагаются одинаковыми. Уравнение стационарного теплообмена в потоке жидкости в безразмерном виде имеет вид

$$T_x(1-y^2) = T_{yy}.$$

Нетрудно найти полиномиальные по x и четные по y решения.

Если построить полиномиальные решения для кусочно-постоянного u с двумя участками

$$u = \begin{cases} \alpha_0 & 0 \leqslant y < \beta, \\ \alpha_1 & \beta \leqslant y \leqslant 1, \end{cases}$$

то после приравнивания коэффициентов при соответствующих степенях x для $\left.\dfrac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=1}$ получаются уравнения

$$3\alpha_1 + 3\beta(\alpha_0 - \alpha_1) = 2, \tag{7}$$

$$-6\beta^2(\alpha_0 - \alpha_1) + 12\beta(\alpha_0 - \alpha_1) + 6\alpha_1 - 5 =$$
$$= 6\beta^3(\alpha_0^2 - \alpha_1^2) - 18\beta^2(\alpha_0 - \alpha_1)\alpha_1 + 18\beta(\alpha_0 - \alpha_1)\alpha_1 + 6\alpha_1^2 - 2{,}2, \tag{7а}$$

$$2310[-6\beta^4(\alpha_0 - \alpha_1)(3\alpha_0 + \alpha_1) + 24\beta^3(\alpha_0^2 - \alpha_1^2) - 36\beta^2(\alpha_0 - \alpha_1)\alpha_1 +$$
$$+ 24\beta(\alpha_0 - \alpha_1)\alpha_1 + 6\alpha_1^2 + 30\beta^2(\alpha_0 - \alpha_1) - 60\beta(\alpha_0 - \alpha_1) - 30\alpha_1 + 25] +$$
$$+ 7029[-6\beta^2(\alpha_0 - \alpha_1) + 12\beta(\alpha_0 - \alpha_1) + 6\alpha_1 - 5] - 6992 =$$
$$= 693[6\beta^5(\alpha_0 - \alpha_1)(\alpha_0^2 + 6\alpha_0\alpha_1 + \alpha_1^2) - 30\beta^4(\alpha_0 - \alpha_1)(3\alpha_0 + \alpha_1)\alpha_1 +$$
$$+ 60\beta^3(\alpha_0^2 - \alpha_1^2)\alpha_1 - 60\beta^2(\alpha_0 - \alpha_1)\alpha_1^2 + 30\beta(\alpha_0 - \alpha_1)\alpha_1^2 + 6\alpha_1^3]. \tag{7б}$$

Ее решением является: $\beta = 0{,}660981$, $\alpha_0 = 0{,}907835$, $\alpha_1 = 0{,}196465$. Если вместо совпадения коэффициентов у p при $t = x^2$ потребовать, чтобы совпадало значение p для $t = e^{-x}$, то получается следующая система:

$$3\alpha_1 + 3\beta(\alpha_0 - \alpha_1) = 2,$$

$$-6\beta^2(\alpha_0 - \alpha_1) + 12\beta(\alpha_0 - \alpha_1) + 6\alpha_1 - 5$$
$$= 6\beta^3(\alpha_0^2 - \alpha_1^2) - 18\beta^2(\alpha_0 - \alpha_1)\alpha_1 + 18\beta(\alpha_0 - \alpha_1)\alpha_1 - 6\alpha_1^2 - 2{,}2.$$

$$\frac{1 - \sqrt{\dfrac{\alpha_0}{\alpha_1}}\,\mathrm{tg}\sqrt{\alpha_0}\,\beta\,\mathrm{tg}\sqrt{\alpha_1}\,(1-\beta)}{\sqrt{\alpha_0}\,\mathrm{tg}\sqrt{\alpha_0}\,\beta + \sqrt{\alpha_1}\,\mathrm{tg}\sqrt{\alpha_1}\,(1-\beta)} = 1. \tag{7в}$$

Ее решение: $\beta = 0{,}65649$, $\alpha_0 = 0{,}91027$, $\alpha_1 = 0{,}20111$. При аппроксимации профиля δ-образным: $1 - y^2 \sim u\,\delta(\beta - y)$ имеем для составления приближенной задачи уравнения

$$u = \frac{2}{3}, \quad 4u^2\xi = \frac{68}{315}, \quad \xi = 1 - \beta.$$

Ее решение: $u = 2/3$, $\beta = 18/35$.

Если при аппроксимации профиля взять две точки β_1 и β_2

$$1 - y^2 \sim u_1\delta(\beta_1 - y) + u_2\delta(\beta_2 - y),$$

то в полиномиальном случае имеем четыре уравнения:

$$u_1 + u_2 = \frac{2}{3}, \tag{8}$$

$$u_1^2\xi_1 + 2u_1u_2\xi_2 + u_2^2\xi_2 = \frac{68}{315}, \tag{8а}$$

$$u_1^3\xi_1^2 + u_1^2u_2\xi_2^2 + 2u_1^2u_2\xi_1\xi_2 + 3u_1u_2^2\xi_2^2 + u_2^3\xi_2^2 = 7{,}5933942\cdot 10^{-2}, \tag{8б}$$

$$u_1^4\xi_1^3 + 2u_1^3u_2\xi_1^2\xi_2 + 2u_1^3u_2\xi_1\xi_2^2 + 3u_1^2u_2^2\xi_1\xi_2^2 +$$
$$+ 3u_1^2u_2^2\xi_2^3 + 4u_1u_2^3\xi_2^3 + u_2^4\xi_2^3 = 2{,}6841495\cdot 10^{-2}, \tag{8в}$$

где $1 - \beta_1 = \xi_1$, $1 - \beta_2 = \xi_2$.

Ее решением является: $\xi_1 = 0{,}655396$; $\xi_2 = 0{,}212910$; $u_1 = 0{,}523461$; $u_2 = 0{,}143206$.

Следует отметить, что если произвести исключение ξ_2, u_2 из первых двух уравнений, то левые части остающихся двух уравнений будут вблизи решения иметь почти одинаковое поведение. Поэтому погрешность в решении системы сосредоточена на отрезке

$$\Delta u_1 + 0{,}97\,\Delta\xi_1 = 0, \quad |\Delta\xi_1| < 10^{-4}.$$

На невязки в (8) сдвиг от решения по этому направлению с одновременным исправлением по (8), (8а) u_2 и ξ_2 влияет очень незначительно. Поэтому можно налагать какое-либо дополнительное условие, которое можно удовлетворить, на-

ходясь на указанном отрезке. При нахождении решения указанное обстоятельство затрудняло расчеты, заставляло применять специальные приемы.

Отметим физический смысл первых двух уравнений в рассматриваемых системах. Первое уравнение характеризует совпадение роста температуры при постоянном тепловом напоре, т. е. это уравнение теплового баланса. Второе, как нетрудно проверить, требует равенства коэффициентов теплообмена (по отношению к средней по расходу температуре) также при постоянном тепловом напоре. То, что этот коэффициент появляется только при линейно растущем с x тепловым напором (и квадратично растущей температурой), связано с тем, что рассматриваются лишь величины на стенках.

Литература

1. Перельман Т. Л. Сб. «Тепло- и массоперенос», 5, Изд. АН БССР, 1963.
2. Крейн М. Г. ДАН СССР, 76, № 1, 3, 1953.
3. Темкин А. Г. ИФЖ, № 12, 1959.
4. Марченко В. А. Известия АН СССР. Серия математическая, 19, № 6, 1955.
5. Гантмахер Ф. Р. и Крейн М. Г. Осцилляционные матрицы и ядра и малые колебания механических систем. Гостехиздат, 1950.

З. П. ШУЛЬМАН, Т. Ф. БЕКМУРАТОВ

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ УДЛИНЕННОГО ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ С ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Исходная система безразмерных уравнений записывается в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\left(V_0 - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x}\,dy\right) - \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial \ln r_0}{\partial x}\int_0^y u\,dy - U\frac{du}{dx}; \quad (1)$$

$$\frac{1}{\Pr}\frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2} = u\frac{\partial\Theta}{\partial x} + \frac{\partial\Theta}{\partial y}\left(V_0 - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x}\,dy\right) - \frac{\partial\Theta}{\partial y}\frac{d\ln r_0}{dx}\int_0^y u\,dy - {}$$
$$+ u(\Theta - 1)\frac{d\ln(T_w - T_\infty)}{dx}. \quad (2)$$

Граничные условия:

$$u = 0,\ V = V_0(x);\ \vartheta = 0 \quad \text{при} \quad y = 0; \quad (3а)$$
$$u = u \quad \text{при} \quad y = \delta;\ \Theta = 1 \quad \text{при} \quad y = \Delta. \quad (3б)$$

Воспользуемся методом последовательных приближений М. Е. Швеца, подробно изложенным в [1].

Опуская промежуточные выкладки и ограничиваясь вторыми приближениями, выпишем соотношения для профилей скорости и температуры в слое:

$$\frac{u}{U} = \xi + \frac{\delta^2 U}{2}\left[\frac{1}{12}(\xi^4 - \xi)\frac{d}{dx}\ln\frac{U}{\delta r_0} - {}\right.$$
$$\left. - (\xi^2 - \xi)\frac{d}{dx}\ln U\right] + \frac{V_0\delta}{2}(\xi^2 - \xi); \quad (4)$$

$$\Theta = \eta - \frac{\Pr\Delta^3 U}{2\delta}\left[\frac{\eta^4 - \eta}{12}\frac{d}{dx}\ln\frac{\Delta^2 U r_0}{\delta(T_\infty - T_w)} + {}\right.$$
$$\left. + \frac{\eta^3 - \eta}{3}\frac{d}{dx}\ln(T_\infty - T_w)\right] + \frac{V_0\Pr\Delta}{2}(\eta^2 - \eta). \quad (5)$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Уравнения для толщин пограничного слоя находятся из условий

$$\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)_{\xi=1} = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \eta}\right)_{\eta=1} = 0, \tag{6}$$

приводящих к уравнениям типа Абеля, не поддающимся интегрированию:

$$\frac{d}{dx}\,\delta^2 + \delta^2 \frac{\partial}{\partial x}\,(\ln U^6 r_0^2) = \frac{16}{U} + 8\,\frac{V_0 \delta}{U} = \frac{16}{U}\left(1 + \frac{V_0 \delta}{2}\right); \tag{7}$$

$$\frac{d}{dx}\,\Delta^3 + \Delta^3 \frac{\partial}{\partial x}\,\ln\left[\left(\frac{U^6 r_0}{\delta}\right)^{3/2} (T_\infty - T_w)\right] = \frac{12\delta}{U\,\mathrm{Pr}} + \frac{6 V_0 \Delta \delta}{U} = \frac{12\delta}{U\,\mathrm{Pr}}\left(1 + \frac{V_0\,\Delta \mathrm{Pr}}{2}\right). \tag{8}$$

Пользуясь условиями $\delta(0) = \Delta(0) = 0$, находим первые и вторые приближения (7) и (8) по предложенной ранее итерационной методике [2]:

$$\delta_1^2 = \frac{16}{U^6 r_0^2} \int_0^x U^5 r_0^2\, dx; \tag{9}$$

$$\delta_2^2 = \frac{16}{U^6 r_0^2} \int_0^x U^5 r_0^2 \left[1 + \frac{2V_0}{U^3 r_0} \sqrt{\int_0^x U^5 r_0^2\, dx}\,\right] dx; \tag{10}$$

$$\Delta_1^3 = \frac{12}{\mathrm{Pr}} \left(\frac{\delta}{U r_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{T_\infty - T_w} \int_0^x (T_\infty - T_w)\, r_0 \sqrt{\frac{U r_0}{x}}\, dx; \tag{11}$$

$$\Delta_2^3 = \frac{12}{\mathrm{Pr}} \left(\frac{\delta}{U r_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{T_\infty - T_w} \int_0^x (T_\infty - T_w)\, r_0 \sqrt{\frac{U r_0}{x}} \left[1 + V_0 \sqrt[3]{\frac{\delta}{U r_0}} \sqrt{\frac{3\mathrm{Pr}^2}{2(T_\infty - T_w)}} \sqrt[3]{\int_0^x (T_\infty - T_w)\, r_0 \sqrt{\frac{U r_0}{x}}\, dx}\,\right] dx. \tag{12}$$

Локальный тепловой поток стенки определяется из условия

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \eta}\right)_{\eta=0}.$$

После соответствующих выкладок получаем

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{1}{\Delta}\left[\frac{4}{3} + \frac{U \Delta^3 \mathrm{Pr}}{18\delta}\,\frac{d}{dx}\,\ln (T_\infty - T_w) - \frac{V_0 \mathrm{Pr}}{2}\right]. \tag{13}$$

Сопротивление трения на стенке определяется из условия

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{U}{\delta}\left(\frac{\partial \frac{u}{U}}{\partial \xi}\right)_{\xi=0}.$$

Выполнив соответствующие операции, получим

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{U}{\delta}\left[1 + \frac{\delta U}{2}\left(-\frac{1}{12}\,\frac{d}{dx}\,\ln\frac{U}{\delta r_0} + \frac{d}{dx}\,\ln U\right) - \frac{V_0 \delta}{2}\right]. \tag{14}$$

Условия отрыва записываются таким образом:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{U}{\delta}\left[1 + \frac{\delta_s U_s}{2}\left(-\frac{1}{12}\,\frac{d}{dx}\,\ln\frac{U_s}{\delta_s r_{0s}} + \frac{d}{dx}\,\ln U_s\right) - \frac{V_{0s}\,\delta_s}{2}\right] = 0. \tag{15}$$

Нетрудно установить, что при $V_0 = 0$ найденные формулы переходят в уже известные соотношения [2].

Следует указать на очевидное ограничение полученных приближенных зависимостей. Они справедливы для небольших по модулю значений $|V_0|$. Проверка показывает их приемлемую точность вплоть до $|V_0| \approx 0{,}1$. Тем не менее эта область значений включает в себя целый ряд интересных и важных для практики конвективных задач — сушки, массообменного охлаждения и других умеренных теплохимических процессов.

Обозначения

u — продольная составляющая безразмерной скорости в пограничном слое; v — нормальная составляющая безразмерной скорости в пограничном слое; U — безразмерная скорость потенциального течения на внешней границе слоя; V_0 — скорость подачи (отсоса) жидкости на стенке; Re — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля; T — температура абсолютная; Θ — безразмерный перепад температур $\frac{T - T_w}{T_\infty - T_w}$; x — безразмерная координата вдоль поверхности; y — безразмерная координата по нормали к поверхности; Δ — безразмерная толщина теплового слоя; δ — безразмерная толщина динамического слоя; ξ — координата y, отнесенная к толщине динамического пограничного слоя ($\xi = y/\delta$); η — координата y, отнесенная к толщине теплового пограничного слоя ($\eta = y/\Delta$); r_0 — локальный радиус поперечной кривизны тела вращения. Индексы: ∞ — вне пограничного слоя; w — стенка; 1, 2 — приближение; p — отрыв.

Литература

1. Швец М. Е. ПММ, т. XIII, 1949.
2. Швец М. Е. ПММ, вып. 2, 1951.
3. Шульман З. П., Берковский Б. М. ИФЖ, № 8, 1964.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

Б. М. СМОЛЬСКИН, З. П. ШУЛЬМАН, Б. И. ФЕДОРОВ

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПОРИСТОЙ СТЕНКЕ

Проблеме пограничного слоя проницаемой поверхности с тепло- и массообменом посвящено довольно много исследований, главным образом теоретических [1—3, 7—11, 16, 17]. Однако мало экспериментальных работ, посвященных процессу испарения капельной жидкости из пористой стенки [4, 5, 6, 12]. Это отчасти объясняется распространенным мнением об идентичности процессов вдува газов (или паров) в пограничный слой и испарения жидкостей при внешнем обтекании проницаемой поверхности. Между тем даже чисто качественный анализ физических картин обоих процессов не только не дает оснований для подобной аналогии, но и обнаруживает существенные различия явлений, присущих вдуву газа или пара и испарению активного компонента в пограничный слой.

Рассмотрим некоторые термодинамические и гидромеханические особенности, характеризующие процесс испарения капельной жидкости из пористой стенки.

К первой группе можно отнести эффекты молекулярного взаимодействия жидкости со своим паром и твердым веществом пористого скелета стенки. Прежде всего это энергия влаги, поглощенной материалом дисперсной фазы (скелета). Связь влаги с веществом, характеризуемая величиной свободной энергии, может быть химического (кристаллогидраты), адсорбционного, капиллярного и осмотического происхождения [10, 11]. Следовательно, при термическом способе удаления связанной влаги из гигроскопического капиллярнопористого коллоидного тела необходимо учитывать, кроме тепла фазового превращения, еще энергию связи, т. е.

$$q = i_m (r - RTl_n \varphi). \qquad (1)$$

Здесь φ — влагосодержание тела.

Другая группа охватывает эффекты, связанные с переносом энергии и массы жидкости внутри стенки и с обтеканием ее поверхности внешней средой.

Надо принять во внимание трансформацию проточной системы пор в процессе переноса жидкости и пара. Часть поровых каналов может закупориваться зависающими столбиками жидкости и становиться непроходимой для пара. Большинство открытых наружу пор пересекается между собой, и уровень жидкости в них зависит не только от соотношения между притоком изнутри и испарением с менисков, но и геометрических характеристик таких сообщающихся каналов.

Очевидно, что некоторое количество жидкости из стенки попадает на ее внешнюю поверхность и заполняет впадины между отверстиями пор и бугорками шероховатостей. Тогда эффективная поверхность массообмена, если еще учесть искривленную поверхность менисков, окажется большей, чем суммарная площадь поперечных сечений открытых наружу пор. Для жидкости, испаряющейся из впадин, диффузионный поток пара во многом определяется конфигурацией и размерами шероховатостей [7].

К числу других специфических особенностей, присущих только процессу испарения жидкостей, можно отнести молярное диспергирование части жидкости и унос субмикроскопических капелек в пограничный слой.

Наконец, и в стационарном случае зона испарения может передвигаться в глубь материала. Следует отметить, что заглубление границы испарения происходит неравномерно по отношению к поверхности стенки и зависит от размеров капилляров. Появление сухой промежуточной прослойки пористого материала препятствует переносу вещества и тепла от жидкости во внешнюю среду. Немаловажным является дискретный и импульсивный характер испарения из пор вследствие быстрого возрастания удельных объемов при переходе жидкости в пар. Образовавшиеся струйки не только способствуют уносу капельной жидкости, но и в сильной мере нарушают вязкий механизм движения в ламинарном слое (подслое). Следовательно, даже при стационарном испарении жидкости существует глубокая связь между внутренней и внешними задачами тепло- и массообмена.

В приведенный выше, далеко еще не полный перечень следовало бы включить другие гидродинамические факторы, такие, как турбулизация среды и продольные градиенты давлений и температур ~~в~~ пограничном слое. Их влияние на интенсивность тепло- и массопереноса, как известно, проявляется довольно отчетливо [2, 4].

Сказанное показывает сомнительность утверждения, что вдув газов и испарение из стенки в омывающую ее среду бу-

дут одинаково влиять на трение и конвективный тепло- и массообмен тела со средой.

Следует указать также на различие методик измерений и обработки данных в обоих сопоставляемых случаях. Так, например, тепловой поток при адиабатическом испарении жидкости, как правило, подсчитывают по величине уноса массы и теплоте фазового перехода. При вдуве же газов, кроме величины потока массы, необходимо учитывать и температуры стенки и пограничного слоя, а также зависимости теплофизических характеристик от температуры и состава образующейся смеси охладителя и среды.

Опыты [3, 5, 6, 12] показывают, что наиболее отчетливо эти дополнительные факторы могут проявляться в случае малоинтенсивных процессов тепло- и массообмена (типа сушки, десорбции, водоиспарительного охлаждения и т. д.). При интенсивном протекании этих процессов (большие перепады потенциалов переноса) «дополнительные» эффекты подавляются основными факторами.

Исследования наиболее распространенных на практике малоинтенсивных процессов представляют значительные трудности не только из-за большого числа осложняющих и соизмеримых по силе факторов. В таких опытах необходима весьма тонкая и разнообразная аппаратура для надежных и воспроизводимых измерений температуры, скоростей течения и относительных концентраций массы вещества.

В работе [12] были исследованы поля скоростей, температур и концентраций в пограничном слое влажной пористой плиты при ее сушке и десорбции в воздухе, нагретом до 40°С. Опыты выявили определенные различия безразмерных профилей скорости, перепадов температур и концентраций, а также некоторую их зависимость от физико-химических свойств материалов обтекаемой стенки (пористая, капиллярнопористая, коллоидная капиллярнопористая).

Правильно определить закономерности совместно протекающих малоинтенсивных процессов тепло- и массопереноса при испарении жидкости в пограничный слой пока можно лишь на основе специальных экспериментов с замерами локальных параметров.

Такие эксперименты проводились в лаборатории тепло- и массообмена при фазовых и химических превращениях Института тепло- и массообмена АН БССР начиная с 1958 г. Первоначально исследовалось водоиспарительное пористое охлаждение поверхностей в условиях ламинарного пограничного слоя с продольным градиентом давления. Затем были поставлены аналогичные опыты для турбулентного пограничного слоя.

ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Опыты проводились на типичном теле неудобообтекаемой формы — круговом цилиндре. Материалом для модели послужила специально разработанная пористая проницаемая керамика шамотно-глинистого типа. В статье [13] описана технология приготовления и обработки этого нового материала, приведены пористые и структурные характеристики (рас-

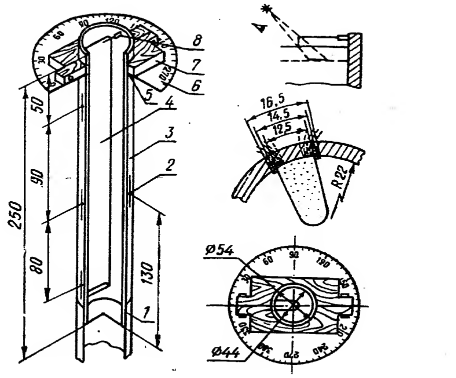


Рис. 1. Опытный образец:

1 — удлинитель; 2 — термопары; 3 — пористый стакан; 4 — лодочка-калориметр; 5 — текстолитовая прокладка; 6 — лимб; 7 — подвеска; 8 — игла для измерения уровня

пределение пор по размерам, их удельная поверхность, общая пористость, проницаемость, механические свойства и др.). Новый материал обладает хорошо регулируемой, почти гомопористой структурой, высокой проницаемостью, хорошей обрабатываемостью любым режущим или абразивным инструментом, полной сохраняемостью скелета в процессе внутреннего влагопереноса.

Опытный образец (рис. 1) представлял собой пористый стакан $d = 0{,}054$ *м*, $L = 0{,}25$ *м* с устроенной вдоль образующей лодочкой-калориметром (угол охвата 15°), изолированной от всей остальной внутренней полости. Поворотом вокруг про-

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

дольной оси цилиндра лодочка устанавливалась в положение с угловой координатой Θ. Местные коэффициенты тепло- и массообмена определялись объемным способом непосредственно по расходу испарившейся из лодочки влаги за определенное время.

Опыты проводились в аэродинамической трубе с закрытой рабочей частью. Скорость течения воздуха плавно варьировалась в пределах 2—18 *м/сек*, температура потока изменялась от 15 до 150° С. Каждый температурный режим поддерживался автоматически с точностью ±0,2° С, для чего имелась специальная аппаратура. Качество потока в измерительном створе (поля скорости и ее скосов, распределения давлений) оказалось в пределах норм для аэродинамических труб с закрытой рабочей частью. Скорости измерялись пневмометрическими насадками — трехканальными и типа Пито — Прандтля, протарированными в рабочих условиях. Степень турбулентности потока $\varepsilon = 2{,}4 \div 3{,}2\%$. Температура воздушного потока, стенок модели, охлаждающей жидкости (дистиллированная вода) измерялась медь-константановыми термопарами с диаметром спая 0,25 *мм* и записывалась электронным автоматическим потенциометром.

Модель при установке ее в трубу имела картонную удлинительную приставку, чтобы приблизить условия эксперимента к плоской задаче. Вода в лодочку и большую полость стакана подавалась из мерных бюреток с ценой деления 0,05 *мл*. Уровень воды в лодочке при доливе фиксировался с помощью особого оптического устройства. Замеры для каждой угловой установки производились с шестикратным повторением через каждые 10 *мин* при температуре стенки, превышающей на $2 \div 3°$ С показания «мокрого» термометра $t_{м.т}$, размещенного в набегающем потоке.

Были приняты следующие режимы опытов: температура потока 70, 100, 130° С. Влажность среды φ соответственно 4, 1 и 0,5%; скорости потока — 6, 10, 12 и 15 *м/сек*.

Весь диапазон чисел Рейнольдса составлял, следовательно, $(2-7) \cdot 10^4$.

Полученные в экспериментах распределения потоков тепла и вещества на контуре кругового цилиндра (рис. 2, 3) имеют следующие особенности:

а) местные потоки тепла q и массы i_m для фиксированных значений параметров набегающего потока монотонно убывают при обходе контура цилиндра до угла 90°, где они минимальны. Затем начинается возрастание q и i_m вплоть до угла 180°;

б) минимумы q и i_m почти совпадают с экспериментально замеренными значениями углов отрыва ламинарного пограничного слоя, приведенными в справочной литературе;

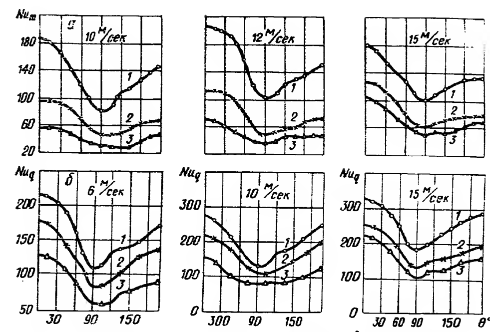


Рис. 2. Зависимость Nu_m (*а*) и Nu_q (*б*) для цилиндра от v (*м/сек*), t (°С) и Θ (*град*):

1 — 70° С; 2 — 100; 3 — 130

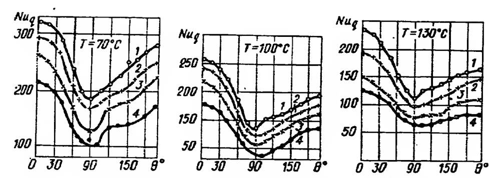


Рис. 3. Зависимость Nu_q для цилиндра от v (*м/сек*), t (°С) и Θ (*град*):

1 — v=15 *м/сек*; 2 — 12; 3 — 10; 4 — 6

в) для каждого фиксированного температурного режима среды имеет место систематическое расслоение опытных точек в зависимости от скорости набегающего потока. С возрастанием скорости потока U_∞ кривые располагаются все выше, сохраняя все особенности своего хода;

г) при фиксированных скоростных режимах и переменной температуре набегающего потока наблюдается обратная картина — для больших температур T_∞ потока кривые теплообмена располагаются ниже;

д) кривые становятся более пологими по мере нарастания температуры основного течения, т. е. с повышением интенсивности массообмена.

Найденная во всем диапазоне параметров опытов обобщенная зависимость для передней части поверхности цилиндра имеет вид

$$\mathrm{Nu}_x = 1{,}48\,(e^{-2{,}46\bar{x}} - 0{,}2e^{-5{,}5\bar{x}})\,\sqrt{\mathrm{Re}_x}\,K^{0{,}28}. \qquad (2)$$

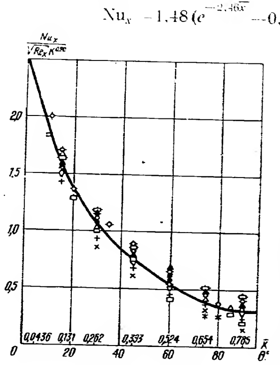


Рис. 4. Обработка опытных данных

Коэффициенты и показатели степени в формуле (2) находились методом наименьших квадратов. Обработка (рис. 4) показывает, что на всем ламинарном участке слоя хорошо соблюдается пропорциональность локального числа Нуссельта произведению корня квадратного из $\frac{U_\infty x}{\nu_\infty}$ на $K^{0,28}$. Таким образом, изменение величины критерия Кутателадзе (характеризующего массообмен) оказывает определенное влияние на число Нуссельта. В нашем случае стационарно-диффузионного процесса при постоянном влагосодержании тела (в отличие от сушки) имеет место увеличение Nu_x с ростом K. В обобщенной зависимости можно было бы учесть массообмен, пользуясь безразмерным комплексом $\mathrm{Gu} = \frac{T_\infty - T_{\text{м.т}}}{T_\infty}$, предложенным Гухманом. Этот параметр, помимо температурного напора, включает в себя температуру основного потока и в общем случае довольно полно характеризует неизотермическое испарение различных веществ. Для адиабатических условий и заданных компонентов парогазовой смеси (r/c_p = const) в достаточно узком диапазоне изменения абсолютной температуры ($T_\infty \approx$ const) критерии K и Gu могут быть оба приближенно представлены как $\frac{T_\infty - T_w}{\mathrm{const}}$, что дает право отбросить один из них.

В теоретических расчетах ламинарного пограничного слоя со вдувом через пористую поверхность принято пользоваться параметром массообмена $f_d = \frac{\rho_w U_w}{\rho_\infty U_\infty}\sqrt{\mathrm{Re}_x}$. В наших опытах эта величина была переменной вдоль контура цилиндра. Ее средние значения составляли

$$f_d^{70°\,C} = 0{,}038;\ f_d^{100°\,C} = 0{,}052;\ f_d^{130°\,C} = 0{,}059.$$

Сравнение полученных нами зависимостей $\mathrm{Nu}/\sqrt{\mathrm{Re}_d} = f(\bar{x})$ с опытными кривыми Джонсона и Хартнетта [19] по теплообмену пористого кругового цилиндра при равномерном вдуве воздуха обнаруживает, что для одинаковых значений параметра массообмена испарение жидкости гораздо заметнее влияет на расположение этих кривых.

Сопоставление опытных и расчетных данных показывает, что действительное снижение коэффициента теплообмена значительно отличается от расчетов по теории со вдувом. Влияние массообмена в опытах оказалось более резким, чем предсказываемое теорией. Повышенную эффективность пористого охлаждения можно объяснить, с одной стороны, спецификой испарения капельных жидкостей из пористой стенки, а с другой — влиянием переменной в ходе опытов структурой турбулентности внешнего течения.

Известно, что сильное интенсифицирующее воздействие как на теплообмен, так и на массообмен оказывает степень турбулентности основного течения ε. В опытах Гидта [18] установлено, что для чистого теплообмена при $\varepsilon = 7\%$ среднее число Нуссельта на передней поверхности кругового цилиндра на 25% выше обычно приводимого в справочной литературе. При этом ламинарный характер течения в пограничном слое почти не нарушается. Турбулизация затрагивает только верхнюю часть слоя, прилегающую к наружной его границе. В результате область чисто молекулярного обмена сокращается, эффективное тепловое (диффузионное) сопротивление уменьшается и процесс теплообмена (массообмена) будет протекать более интенсивно.

Известно также, что интенсифицирующее воздействие турбулизации течения проявляется сильнее с увеличением критерия Рейнольдса. В наших опытах при повышении температуры набегающего потока и U_∞ = const одновременно уменьшались как степень турбулентности, так и число Рейнольдса (из-за возрастания вязкости).

Оба эти фактора, действующие дополнительно в одну сторону, отчасти приводили к большему, чем теоретический, эффекту пористого охлаждения.

На основании установленного А. В. Лыковым [8—11] факта заглубления поверхности испарения при сушке капиллярнопористого тела появление между внешней поверхностью и

границей фазового перехода сухой пористой прослойки (особенно для мелкопористых плохо теплопроводных материалов) приводит к заметному снижению интенсивности теплообмена. Результаты аналитического исследования [8, 9] показывают, что за счет этого фактора можно получить существенное уменьшение Nu (порядка 10—40% при заглублениях $\xi = 1$—3 *мм*, применительно к условиям наших опытов).

Следовательно, данное обстоятельство может оказаться превалирующим и во многом определяет также «аномально» большую эффективность пористого охлаждения, полученную в опытах и работах [6].

Анализ показывает, что коэффициенты теплообмена, отнесенные к разности температур $(t_\infty - t_w)$, увеличиваются с возрастанием $\bar{x} = \frac{2\Theta}{d}$, а при отнесении к разности температур $(t_\infty - t_{м.т})$ уменьшаются с увеличением $\bar{x}$. Следовательно, коэффициент α, входящий в выражение критерия Nu, является по своему физическому смыслу коэффициентом теплопередачи $k = \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\xi}{\lambda}\right)^{-1}$.

Для случая плоской пластины А. В. Лыковым получено

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathrm{Re}_x \mathrm{Pr}} \left\{1 + \sqrt{\pi}\, Z_1 e^{Z_1^2} \operatorname{erfc} Z_1\right\},$$

где Z_1 — безразмерная переменная, пропорциональная величине заглубления ξ,

$$\operatorname{erfc} Z_1 = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-Z_1^2} dZ_1.$$

РАЗВИТОЕ ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные по тепло- и массопереносу в турбулентном пограничном слое при испарении жидкости из капиллярнопористого тела в поток нагретого газа также весьма ограничены и во многом противоречивы. До сих пор нет единого мнения о механизме переноса тепла и вещества через пограничный слой и о взаимовлиянии переносов. Экспериментальное исследование процесса тепло- и массообмена проводилось при испарении воды в турбулентный пограничный слой из плоской керамической шамотно-глинистой пластины при градиентном обтекании ее

нагретым воздухом. В опытах скорость потока воздуха в рабочем створе аэродинамической трубы изменялась от 2 до 50 *м/сек*. Опытное тело представляло собой цельную пористую пластину, вмонтированную в коробку, разделенную перегородками на 8 отсеков-камер (рис. 5). Верхние края перегородок входили в поперечные пазы пластины, не препятствуя боковому движению влаги через пористую систему.

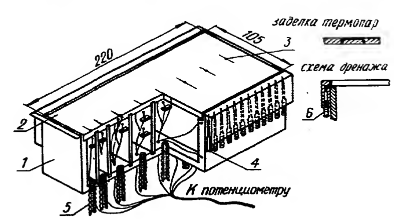


Рис. 5. Опытное тело:

1 — корпус плексигласовый; *2* — керамическая пластина; *3* — термопара; *4* — штуцер для отбора статического давления; *5* — штуцер для подвода охлаждающего агента; *6* — штуцер дренажа воздуха

Количество воды, поступавшее в каждую камеру, регистрировалось при помощи чувствительных весов. Закрепленное в координатнике рабочее тело выступало в поток на 3—4 *мм* над стенкой трубы.

К передней кромке пористой пластины присоединялся натекатель. Его длина подбиралась опытным путем так, чтобы вся пористая поверхность была покрыта развитым турбулентным пограничным слоем. Для получения гидродинамической картины, сходной с условиями внешнего обтекания пластины, перед натекателем через щель отсасывался воздух.

Градиентный характер течения вдоль пластины создавался профилированными вставками на верхней стенке измерительного створа.

В опытах измерялись скорость и температура набегающего потока, степень его турбулентности при каждом температурном и скоростном режимах, температуры поверхности пластины (в 16 точках), боковых стенок коробки, воды в каждой камере, стенок рабочего створа. Измерялись также расход воды через каждую камеру, общий расход через все опытное тело, статические давления в десяти точках по длине

пластины, температуре и скоростные поля в пограничном слое. Для каждого фиксированного числа Рейнольдса было 4 температурных режима потока в трубе: 50, 70, 100 и 130° С. Опытами охвачен диапазон чисел Рейнольдса от $1{,}5 \cdot 10^5$ до $4{,}5 \cdot 10^5$. Параметр проницаемости $b_T = \frac{Hc_{pw}\rho_w U_w}{c_{p\infty}\rho_\infty U_\infty \mathrm{St}}$ изменялся в пределах 0,02—0,07. Данные, полученные в опытах, находились, как правило, в результате осреднения шестикратных замеров. Достоверность замеров контролировалась сравне-

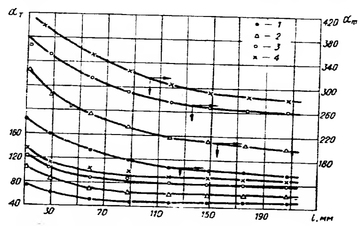


Рис. 6. Распределение коэффициентов тепло- и массопереноса по длине пластины ($dp/dx=0$, $t=70°$ С):

1 — $s=15$; 2 — 22,5; 3 — 30; 4 — 35

нием суммы локальных расходов каждой камеры с независимо измеряемым общим расходом через модель.

Испарение воды с пластины происходило в условиях, близких к адиабатическим. Были приняты специальные меры для устранения лучистого теплообмена пластины со стенками аэродинамической трубы. Все же температура наружной поверхности превышала температуру «мокрого» термометра внешнего течения $t_{м.т}$ на $1 \div 1{,}5°$ С и превосходила температуру нижней поверхности в среднем на 0,5° С.

Анализ полученных в результате опытов локальных величин потоков тепла и вещества (рис. 6, 7) при фиксированных параметрах опытов показывает монотонное уменьшение α и α_m вдоль поверхности пластины. Для каждого температурного режима наблюдается систематическое расслоение опытных точек. При этом с ростом U_∞ кривые располагаются выше, сохраняя особенности своего хода. При $U_\infty = \mathrm{const}$ кривые, характеризующие процесс теплообмена, располагались ниже, по мере возрастания температурного напора. Абсолютные

значения α_m в $2 \div 2{,}5$ раза превосходили отвечающие им величины α. Обобщенные зависимости имеют вид

$$\overline{\mathrm{Nu}}_q = 0{,}02\,\mathrm{Re}^{0,8}\,K^{0,12}, \quad \mathrm{Nu}_{q_x} = 0{,}016\,\mathrm{Re}_x K^{0,12}; \qquad (3)$$

$$\overline{\mathrm{Nu}}_m = 4{,}7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Re}^{0,8}\,K^{0,36}; \quad \mathrm{Nu}_{m_x} = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Re}_x K^{0,36}. \qquad (4)$$

Опытные точки хорошо отвечают зависимостям, отклоняясь от них не более чем $\pm 4\%$.

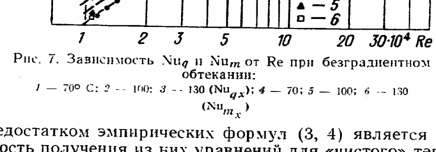


Рис. 7. Зависимость Nu_q и Nu_m от Re при безградиентном обтекании:

1 — 70° С; 2 — 100; 3 — 130 (Nu_{qx}); 4 — 70; 5 — 100; 6 — 130 (Nu_{m_x})

Недостатком эмпирических формул (3, 4) является невозможность получения из них уравнений для «чистого» теплообмена. Его можно устранить, используя общепринятый относительный параметр проницаемости b_T.

В этом случае получается

$$\overline{\mathrm{Nu}}_q = 0{,}036\,\mathrm{Re}^{0,8}(1 - b_T)^3; \quad \overline{\mathrm{Nu}}_m = 0{,}03\,\mathrm{Re}^{0,8}(1 - b_T)^{3,1} \qquad (5)$$

(черточка поверху означает осреднение по длине пластины). При $b_T = 0$ приходим к уравнению $\overline{\mathrm{Nu}}_q = 0{,}036\,\mathrm{Re}^{0,8}$, полученному нами в самостоятельных специальных опытах с непроницаемой пластиной тех же размеров и шероховатости, что и проницаемое тело.

6. Зак. 396

Экспериментальные данные измерений по балансу тепла и вещества на стенке проверялись с помощью интегрального соотношения энергии пограничного слоя:

$$\frac{d\delta_T^{**}}{dx} = \mathrm{St} + \frac{c_{pw} i_m}{c_{p\infty} \rho_\infty U_\infty}$$

$$\left(\delta_T^{**} = \int_0^\infty \frac{c_{pw} \rho_w U_w}{c_{p\infty} \rho_\infty U_\infty} \frac{T - T_w}{T_\infty - T_w} dy \right). \tag{6}$$

где δ_T^{**} — толщина потери теплосодержания.

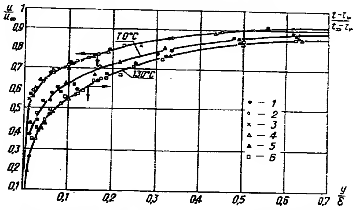


Рис. 8. Динамические и температурные профили в пограничном слое в различных сечениях пограничного слоя:

1 — сечение I, 2 — II, 3 — III (U/U_∞), 4 — сечение I, 5 — II, 6 — III $\left(\frac{t-t_w}{t_\infty-t_w}\right)$

Сравнение величин коэффицнентов теплообмена по обоим способам выявляет расхождение между ними порядка 5—6%. Профили безразмерных скоростей и перепадов температур в различных сечениях пограничного слоя приведены на рис. 8 в зависимости от обобщенных координат y/δ и y/δ_T соответственно. Видно, что, будучи „самоподобными", они не подтверждают подобия между собой скоростных и температурных (а также подсчитанных по ним энтальпийных) полей. Энтальпийные профили оказались менее заполненными и толще динамических.

Выше отмечалось, что при одновременно протекающих процессах теплообмена и массообмена следует учитывать влияние на них степени турбулизации газового потока, особенно в опытах, где интенсивность испарения жидкости из стенки изменяется за счет нагрева среды. Поэтому было проведено исследование зависимости степени турбулентности

внешнего течения от температуры и скорости. Пульсации скорости потока воздуха определялись термоанемометром конструкции Ленинградского политехнического института [14]. Схема этого прибора рассчитана на измерения в изотермических потоках. Была разработана методика [15] измерения степени турбулентности при изменении температуры газа порядка 130° C. Для этого длина нити термодатчика подбиралась так, чтобы ее рабочее сопротивление для каждой фиксированной температуры потока оставалось одним и тем же и равным рабочему сопротивлению в «холодных» потоках.

Результаты экспериментального исследования обнаруживают снижение степени турбулентности с ростом температуры воздушного потока. Можно предположить, что это уменьшение происходит из-за возрастания вязкости среды при ее нагреве. Качественное подтверждение этому дал анализ спектра частот. Частотные характеристики показывают уменьшение абсолютных значений амплитуды пульсационных составляющих скорости с ростом температуры газового потока. Количественное изменение интенсивности теплообмена в зависимости от степени турбулентности потока газа можно оценить по тепловой шкале турбулентности Лойцянского — Шваба. Так, например, при $\mathrm{Re}_d = 120 \cdot 10^3$ падение ε на 1% (в диапазоне $0 \div 5\%$) приводит к снижению критерия Nu_d на 10—12% для шара, причем с ростом Re_d эта зависимость проявляется более заметно.

Чтобы определить влияние степени турбулентности потока на интенсивность совместно идущих процессов тепло- и массообмена пластины, были проведены опыты при постоянной температуре и скорости воздуха, но с изменяемой при помощи передвижной сетки степенью турбулентности потока в пределах 1—7%. Обработка данных показала незначительную зависимость тепло- и массообмена пластины от степени турбулентности потока. Так, изменение ε на 1% приводит к изменению Nu_q и Nu_m на 1,5—2%. Это вполне закономерно, так как точка перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный находится не на пористой поверхности, а впереди ее — на натекателе.

Зависимость степени турбулентности потока от его скорости и температуры иллюстрируется рис. 9. Графики показывают, что с ростом температуры среды, так же как и при увеличении скорости течения, степень турбулентности снижается. Влияние тех же факторов на изменение степени турбулентности в замедленных и ускоренных нагретых потоках отражено на графиках рис. 10.

Исследование влияния продольного (положительного и отрицательного) градиента давления на тепло- и массообмен проводилось в условиях линейного характера изменения ско-

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

рости внешнего потока. Значение предельного градиента давления, исследованного в опытах, может быть охарактеризовано величиной параметра Бури порядка 0,017.

Сравнительный анализ полученных критериальных уравнений с соответствующими зависимостями для безградиентного обтекания показал, что применительно к рассматриваемым условиям исследованные положительные и отрицательные градиенты давления незначительно сказываются на ин-

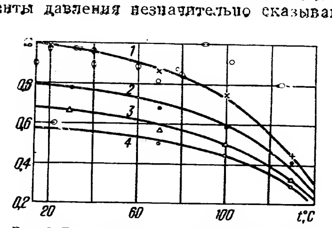


Рис. 9. Влияние температуры и средней скорости набегающего потока на изменение его степени турбулентности:

1 — v=30 м/сек; 2 — 35; 3 — 45; 4 — 50

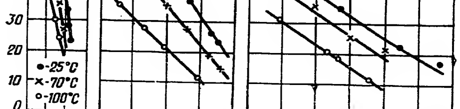


Рис. 10. Изменение степени турбулентности по длине пластины при положительном градиенте давления:

а — сечение I (x=10 мм); б — сечение II (x=100 мм); в — сечение III (x=200 мм)

тенсивности испарения. Исследования термического пограничного слоя также показали слабое влияние продольного градиента давления на профили температур (энтальпии).

Испарение воды из пластины в турбулентный пограничный слой было экспериментально исследовано в работе [6]

в диапазоне изменения основных параметров, примерно таком же, как и в наших опытах.

Было найдено, что величина $\overline{Nu}_д$ изменяется пропорционально $K^{0,4}$. Такое, явно преувеличенное значение показателя степени объясняется специфическими условиями проведенных опытов, и в частности смешанным характером течения в пограничном слое [16].

В общем же влияние массообмена на теплообмен в условиях турбулентного пограничного слоя должно быть слабее, чем для ламинарного. Наши опыты подтверждают это положение.

Литература

1. Лыков А. В., Михайлов Ю. А. Теория тепло- и массопереноса ГЭИ, 1963.
2. Турбулентное течение и теплопередача. ИЛ, 1963.
3. Сб. «Тепло- и массообмен в процессах испарения». Изд. АН СССР, 1958.
4. Якоб. Основы теплопередачи. ИЛ, 1959.
5. Федоров Б. И. ИФЖ, № 1, 1964.
6. Исаченко и др. Теплоэнергетика, № 1 и 2, 1961.
7. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. Физматгиз, 1959.
8. Лыков А. В. Тепло- и массообмен в процессах испарения. ИФЖ, № 11, 1962.
9. Luikov A. V. Heat and Mass Transfer with transpiration cooling. J. Heat Mass Transfer, 6, 1963.
10. Лыков А. В. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.
11. Лыков А. В. Явление переноса в капиллярнопористых телах. ГТТИ, 1954.
12. Смольский Б. М. Внешний тепло- и массообмен в процессах конвективной сушки. Минск, Изд. Белгосуниверситета, 1957.
13. Федоров Б. И., Шульман З. П. Применение пористых проницаемых материалов для экспериментального изучения тепло- и массообмена. ИФЖ, № 2, 1961.
14. Смирнов Г. В. Труды ЛПИ, № 217, 1961.
15. Аеров В. Е., Федоров Б. И. Измерения турбулентных неизотермических потоков. Тр. ЛПИ, № 230, 1964.
16. Лыков А. В., Шульман З. П. ИФЖ, № 3, 1964.
17. Самозванцев М. П. Теплоэнергетика, № 5, 1956.
18. Giedt Effect of turbulence level of incident air stream. J. of Aero. Sci., 18, 1951.
19. Ionsen S. V., Hartnett I. P. Transactions of ASME, ser. E, № 2, 1963.

В. К. ЩИТНИКОВ

ТЕПЛООБМЕН ТЕЛ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ С ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОТОКОМ ВОЗДУХА

Высокие темпы развития новой техники и передовой технологии предполагают необходимость совершенствования тепловых процессов, протекающих во многих технических устройствах, требуют глубокого и всестороннего их изучения. В связи с этим особо важной становится задача интенсификации процесса переноса тепла в различного рода теплообменных аппаратах и устройствах, применяемых в современной промышленности.

Конвективный теплообмен можно интенсифицировать не только за счет повышения температурного перепада, но и выбором определенного типа гидродинамического взаимодействия тела с потоком, т. е. соответствующей конфигурации теплообменной поверхности. Последнее представляет как практический, так и теоретический интерес для процессов химической технологии, энергетики, сушильной техники, термической обработки материалов и др.

В металлургической промышленности до сих пор не определены наилучшие формы насадок регенераторов. Поиски таких новых оптимальных форм насадок, экономичных по стоимости производства и эффективных по теплообмену, продолжаются и в настоящее время.

Не менее важным для практики является другая сторона исследования.

Существующее многообразие геометрических форм теплообменных элементов, используемых в ряде отраслей техники, создает значительные затруднения при аналитических расчетах процесса теплообмена. Эти трудности отчасти обусловлены необходимостью учитывать влияние формы теплообменных элементов на процесс. Очень часто, например, для инженерных расчетов процессов сушки и термической обработки необходимо знание и возможность сравнения коэффициентов теплообмена тел различной формы с вынужденным потоком газа. Однако имеющийся в литературе обширный материал

по опытному определению конвективного теплообмена тел произвольной формы носит разрозненный характер и трудно поддается обобщению из-за индивидуальных особенностей эксперимента.

Надежные количественные соотношения, которые позволили бы подсчитывать и сравнивать между собой конвективный теплообмен различных тел, могут быть получены лишь из опытов, проведенных по одной методике и при одинаковых термических и гидродинамических условиях.

Работы по непосредственному изучению рассматриваемой задачи появились лишь в последние годы. Все они в основном характеризуют совместно протекающий процесс тепло- и массообмена и выполнены при относительно небольших значениях числа Рейнольдса. Опубликованных работ, посвященных исследованиям конвективного теплообмена тел различной конфигурации, нет, и, естественно, возникает необходимость в их постановке и соответствующем анализе этих результатов.

В данной работе экспериментально исследован конвективный теплообмен шара, цилиндра, конуса, диска, плиты и пластины. Изучена также зависимость теплообмена от ориентации тел в потоке воздуха. Опыты проведены при одинаковых тепловых и гидродинамических условиях в наиболее интересном для технических применений диапазоне чисел Рейнольдса от 10^4 до $1{,}5 \cdot 10^5$. Степень турбулентности набегающего потока составляла 2,4%.

С тем чтобы установить детальную картину тепловых потоков на различных участках поверхности тела и особенно в кормовой области, были проведены теплофизические опыты по изучению локального теплообмена типичного тела неудобообтекаемой формы (круговой цилиндр).

Обработка экспериментальных данных позволила получить критериальные уравнения суммарного теплообмена десяти опытных тел с воздушным потоком. Анализ результатов эксперимента дал возможность сделать также ряд качественных заключений о влиянии формы поверхности на процесс конвективного теплообмена. В частности, рассмотрен вопрос о возможности исключения фактора формы из расчетных соотношений путем использования в критериях подобия единого определяющего размера.

Полученные обобщенные зависимости позволяют при заданных условиях теплообмена подобрать наиболее рациональную форму теплообменной поверхности.

Кроме того, установленные ниже критериальные уравнения могут быть положены в основу приближенных тепловых расчетов теплообменных поверхностей котлов, регенераторов, термических печей и т. д.

МЕТОДИКА И ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследование средних значений коэффициента теплообмена. Экспериментальное исследование теплообмена тел различной формы проводилось в аэродинамической трубе замкнутого типа [30]. Сечение рабочей части трубы квадратное (0,5 × 0,5 *м*).

Стабилизация потока в рабочем створе осуществлялась с помощью соответственно подобранных сеток. Неравномерность поля осредненных скоростей в центральной области, занимающей более 80% сечения, не превышала 1—1,5% от скорости на оси течения.

Скорость воздуха регулировалась с помощью системы задвижек и определялась комбинированной трубкой Пито—Прандтля, соединенной с микроманометром типа ММН класса точности 0,5.

Степень турбулентности $\varepsilon = \sqrt{\overline{V'^2}}/V$ набегающего потока определялась по тепловой шкале шара-турбулиметра, связывающей суммарную теплоотдачу нагретого тела со степенью турбулентности и числом Рейнольдса. Зависимость ε от температуры находилась методом измерения длины теплового следа, суть которого в том, что протяженность спутной струи за нагретой проволочкой зависит от степени турбулентности набегающего потока.

Воздух в аэродинамической трубе нагревался восьмисекционным электрокалорифером мощностью 88 *квт*, три секции которого были оборудованы системой автоматического регулирования.

Стабильность поддержания заданной температуры потока воздуха в трубе была в пределах ±0,1° C.

Опытные тела изготовлялись из листовой меди толщиной 0,0015 *м*. Геометрические размеры их, приведенные ниже, отвечают требованиям аэродинамического эксперимента о допустимости загромождения моделью поперечного сечения трубы не более чем на 4—5%:

Шар — диаметр 0,12 *м*.
Цилиндр — диаметр 0,07 *м*, высота 0,17 *м*.
Конус — диаметр основания 0,12 *м*, высота 0,18 *м*.
Диск — диаметр 0,144 *м*, высота 0,027 *м*.
Плита — общие размеры 0,16×0,1×0,025 *м*.
Пластина — обогреваемая длина 0,16 *м*, полная длина 0,4 *м*, ширина 0,5 *м*, толщина 0,025 *м*.

Внутрь опытных тел (рис. 1) в зависимости от их конфигурации монтировались трубчатые змеевики сфероидальной, цилиндрической, конической формы или трубчатые решетки

(в плиту и диск) с часто насверленными отверстиями диаметром 0,0005 *м*. Спираль или решетка в трех местах соединялась с трубкой для охлаждающей жидкости. В качестве охладителя использовалась дистиллированная вода, которая из резервуара поступала в воздухоотделитель, далее через подводящую трубку в спираль или решетку и, выходя через отверстие в них, равномерно омывала внутреннюю поверхность

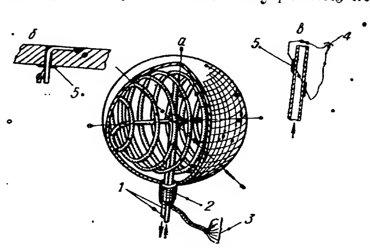


Рис. 1. Схема устройства опытного тела:

а — опытное тело, *б* — схема заделки термопар в стенку, *в* — схема заделки термопар в подводящих трубках: *1* — место заделки термопар в подводящих трубках, *2* — штуцер, *3* — провода термопар, *4* — термопары, *5* — клей

опытного тела. Из полости опытного тела вода выходила через отводящую трубку в охладитель и затем в мерный сосуд.

Необходимый для поддержания неизменной температуры поверхности опытного тела расход воды устанавливался с помощью игольчатого вентиля и замерялся весовым способом.

Температура стенки тела измерялась 12—14 медь-константановыми термопарами, заделанными в стенку заподлицо с наружной поверхностью, температура охлаждающей воды — термопарами, установленными внутри подводящей и отводящей трубок. Электродвижущая сила термопар измерялась потенциометром ПМС-48 с соответственно подобранными к нему по своим характеристикам гальванометрами типа ГЗС-47 и ГМП.

Модель помещалась в рабочую часть аэродинамической трубы на достаточно жесткой трубчатой боковой державке из стали с внешним диаметром 0,013 *м* и удерживалась в потоке специальным координатником. Полая державка служила одновременно выводом для термопар и трубок с охлаждающей водой.

Измерения производились при стационарных тепловом и гидродинамическом условиях опытов. Режим считался установившимся, когда 5—6 последовательных измерений давали устойчивые показания.

Температура воздуха в аэродинамической трубе варьировалась в пределах 60—140° С, а скорость его движения от 2,5 до 18 *м/сек*. Температура поверхности исследуемого тела поддерживалась во всех опытах постоянной и равнялась 32,7±0,2° С.

Среднее значение коэффициента конвективного теплообмена определялось по формуле

$$\alpha_{к} = \frac{Q - Q_{л}}{(t_{f} - t_{w}) F \tau}, \qquad (1)$$

где Q — общее количество тепла, воспринимаемое телом; $Q_{л}$ — радиационная доля тепла; F — поверхность тела; τ — время; t_f и t_w — соответственно температуры набегающего потока воздуха и стенки опытного тела;

$$Q = G(t_{вых} - t_{вх}), \qquad (2)$$

где G — количество охлаждающей воды, прошедшей через опытное тело за время эксперимента τ; $t_{вх}$ и $t_{вых}$ — температура охлаждающей воды на входе и выходе опытного тела.

При подсчете $Q_{л}$ по известной формуле Стефана—Больцмана величина степени черноты принималась равной 0,62. В процессе опыта измерялась температура внутренней поверхности рабочего створа аэродинамической трубы.

Обобщение результатов опытов проводилось методами теории подобия исходя из математического описания процесса в виде известных дифференциальных уравнений:

$$\mathbf{V} \cdot \operatorname{grad} t = a \nabla^2 t;$$
$$\rho (\mathbf{V} \operatorname{grad}) \mathbf{V} = -\operatorname{grad} P + \mu \nabla^2 \mathbf{V}; \qquad (3)$$
$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0.$$

Граничные условия:

$$V_w = 0; \quad V_f = V_f(x);$$
$$\lambda (\operatorname{grad} t)_w + \alpha (t_f - t_w) = 0. \qquad (4)$$

Критериальные зависимости получены в обычной форме:

$$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}^n. \qquad (5)$$

В качестве определяющей температуры, по которой определялись физические величины, входящие в критерии подобия, принималась температура набегающего потока воздуха t_f. За определяющий линейный размер принимались характерные геометрические размеры тела: диаметр, длина по потоку, образующая. В последующем предпринимается попытка обобщить полученные данные по теплообмену различных тел с помощью введения в критерии подобия единого характерного размера.

Исследование локальных коэффициентов теплообмена. Правильное суждение об особенностях и физических закономерностях конвективного теплообмена тел различной конфигурации можно получить лишь на основе тщательно проведенных опытов и всестороннего анализа гидродинамической и тепловой картины процесса. В первую очередь эту картину важно установить для тел, обтекаемых с отрывом, т. е. для тел такого типа, которые приняты в данном исследовании.

При отрывном обтекании значительная часть кормовой поверхности тела находится в зоне вихревого обмена, образованной в результате отделения пограничного слоя от стенки. Теплообмен тела, обтекаемого с отрывом, в значительной степени определяется особенностями течения в кормовой области, где процессы переноса тепла до сих пор мало изучены. Размеры этой области и характер движения среды в ней зависят не только от конфигурации тела и его ориентации в потоке, но также и от условий опыта (равномерность поля осредненных скоростей набегающего потока и уровень его турбулентности, ограниченность потока и особенности конструкции рабочей части аэродинамической трубы, расположение державок и др.).

Изложенные в литературе немногочисленные экспериментальные работы, посвященные изучению кормовой зоны, в основном освещают изотермическое движение несжимаемого газа. Например, в работе Л. А. Вулиса и С. И. Исатаева [1] выявлены размеры (длина и ширина) циркуляционной зоны в зависимости от формы тела. С. М. Павлов [2] по распространению легкой инородной примеси исследовал характер циркуляционного движения воздуха в кормовой области за поперечно обтекаемым круговым цилиндром.

Однако в обеих работах не исследовался теплообмен в кормовой области. Поэтому их результаты из-за индивидуальных особенностей могут быть использованы лишь для качественных оценок процесса.

Для анализа и сравнения теплообмена различных тел оказалось необходимым изучить в тех же условиях опытов характер локального теплообмена в кормовой части наиболее типичного тела плохо обтекаемой формы.

В качестве модели был выбран цилиндр кругового сечения. Данные о распределении тепловых потоков на поверхности цилиндра, а также выводы, на них основанные, имеют весьма общий характер и могут быть отнесены ко всем телам плохо обтекаемой формы.

Для исследования процесса теплообмена на поверхности цилиндра был применен метод Г. Н. Кружилина и В. А. Шваба [3]. Метод основан на вычислении коэффициента теплообмена α по распределению температуры в твердой стенке полого обтекаемого тела при заданных и измеряемых в опытах стационарных температурных условиях на его границе.

Температурное поле внутри твердого тела можно определить путем решения уравнения Лапласа, запись которого для плоской задачи в цилиндрических координатах имеет вид

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} = 0. \tag{6}$$

Принимаются граничные условия:

$$\begin{aligned} t &= t_1 = \text{const} \text{ при } r = r_1; \\ t &= t_2(\Theta) \text{ при } r = r_2. \end{aligned} \tag{7}$$

Общим интегралом уравнения (6) будет сумма бесконечного числа частных его интегралов, т. е.

$$t = (C_1 + C_2\Theta)(C_3 + C_1 \ln r) + \sum_{n=1}^{\infty}(A_n \cos n\Theta + B_n \sin n\Theta)(C_n r^n + D_n r^n). \tag{8}$$

Подчиняя общий интеграл граничным условиям и учитывая свойства цикличности и симметрии распределения температур относительно направления потока, находим окончательное выражение температурного поля в цилиндре:

$$t = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} t_2(\Theta)\, d\Theta\, \frac{\ln \dfrac{r}{r_1}}{\ln \dfrac{r_2}{r_1}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} t_2(\Theta)\cos n\Theta\, d\Theta \cos n\Theta \left(\frac{r_2}{r}\right)^n \left(\frac{r_2^{2n} + r_1^{2n}}{r_2^{2n} - r_1^{2n}}\right). \tag{9}$$

Искомое распределение коэффициента теплообмена на поверхности цилиндра

$$\alpha(\Theta) = -\frac{\lambda_т \left(\dfrac{\partial t}{\partial r}\right)_{r=r_2}}{t_2(\Theta) - t_j} \tag{10}$$

или после использования выражения (9)

$$\alpha(\Theta) = -\frac{\lambda_т}{r_2[t_2(\Theta) - t_j]}\left[\frac{t_1 - a_0}{\ln \dfrac{r_2}{r_1}} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\Theta\, n \left(\frac{r_2^{2n} + r_1^{2n}}{r_2^{2n} - r_1^{2n}}\right)\right], \tag{11}$$

где a_0 и a_n — гармонические коэффициенты разложения кривой в тригонометрический ряд Фурье; n — номера гармоник ряда Фурье.

Отсюда приходим к формуле для местного значения числа Нуссельта:

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha\Theta r_2}{\lambda_j} = -\frac{\lambda_т \Theta}{\lambda_j [t_2(\Theta) - t_j]}\left[\frac{t_1 - a_0}{\ln \dfrac{r_2}{r_1}} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\Theta\, n \left(\frac{r_2^{2n} + r_1^{2n}}{r_2^{2n} - r_1^{2n}}\right)\right], \tag{12}$$

где Θ — угол (в дуговой мере) между радиусом данной точки внешней поверхности и направлением потока; r_1, r_2 и r — внутренний, внешний и текущий радиусы цилиндра; t_1 — температура внутренней стенки цилиндра, принимается постоянной; $t_2(\Theta)$ — экспериментально найденная на внешней поверхности цилиндра температурная кривая, зависящая от характера внешнего обтекания цилиндра; $\lambda_т$ и λ_f — коэффициенты теплопроводности материала цилиндра и внешней среды.

Изложенный метод нахождения коэффициента теплообмена поверхности поперечно обтекаемого цилиндра является полуэкспериментальным. При этом на эксперимент возлагается сравнительно простая задача получения кривой изменения температур на внешней поверхности при условии, что на внутренней поверхности непрерывно действующим источником теплоты поддерживается значение t_1=const.

К опытным телам предъявляется требование, чтобы стенки их обладали значительным тепловым сопротивлением (нетеплопроводный материал, достаточная толщина). В противном случае график изменения температур по внешней поверхности и дальнейшие вычисления будут недостаточно точны.

Полый цилиндр для экспериментального исследования был изготовлен из особой керамики шамотно-глинистого типа и имел следующие размеры:

$r_2 = 0{,}0482$ *м*; $r_1 = 0{,}0407$ *м*; длина 0,3 *м*.

Коэффициент теплопроводности $\lambda_т$ керамики * определялся по методу Л. А. Семенова [4], базирующемуся на известном решении задачи с двусторонним нагреванием бесконечной пластины тепловым потоком постоянной мощности. В результате были получены значения $\lambda_т = 0{,}775$.

Цилиндр обогревался изнутри водой, в которую помещался электрический нагреватель. Вода в полости стакана доводилась до кипения при атмосферном давлении. Таким образом, состояние непрерывного кипения внутри цилиндра поддерживалось при равновесии между подводом энергии к нагревателю и отводом тепла с внешней поверхности.

На наружной поверхности цилиндра по его образующей с шагом 15° было заделано 13 медь-константановых термопар; 2 термопары устанавливались внутри цилиндра для контроля температуры кипящей воды. Температура воздуха в аэродинамической трубе составляла в среднем +5°, т. е. полный температурный перепад составлял примерно 95° С.

Опыты проводились при скорости потока 13,7 *м/сек*. Для проверки достоверности измененного распределения температур цилиндр поворачивался на 90° и после некоторого периода тепловой стабилизации замеры повторялись. Только в случае совпадения показаний термопар, расположенных на одинаковом удалении от критической точки, данные считались надежными и пригодными для обработки.

С помощью показанной на рис. 2 опытной кривой $t_2(\Theta)$ по уравнению (11) определены полные местные коэффициенты теплообмена в интервале значений углов от 0 до 180°. Коэффициенты конвективного теплообмена подсчитывались затем по уравнению

$$\alpha_к = \alpha_{общ} - \alpha_л, \qquad (13)$$

где

$$\alpha_л = \frac{C\varepsilon\left[\left(\frac{T_n}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_f}{100}\right)^4\right]}{t_n - t_f} \qquad (14)$$

$(\varepsilon = 0{,}9)$.

* Опыты по определению $\lambda_т$ проведены в лаборатории теплофизики ИТМО АН БССР.

При обработке опытных данных в критериальном виде физические параметры, в отличие от работы Кружилина и Шваба, относились не к средней планометрической температуре поверхности тела

$$t_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} t_2(\Theta)\, d\Theta, \qquad (15)$$

а к другим определяющим температурам. Коэффициент теплопроводности среды для удобства сравнения с известными в литературе данными относился к температуре набегающего потока t_f, а коэффициент кинематической вязкости к температуре стенки $t_2(\Theta)$. Разложение кривой $t_2(\Theta)$ в ряд Фурье и нахождение коэффициентов ряда производились приближенным графоаналитическим методом Чебышева [5]. Разложение ограничивалось 12 гармониками. Для проверки точности найденного значения критерия Нуссельта был проведен дополнительный расчет исходя из 18 гармоник.

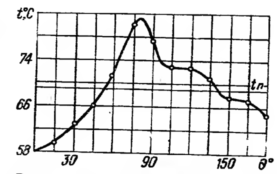


Рис. 2. Экспериментальные данные измерений локальных температур по периметру бесконечного кругового цилиндра при $Re \sim 5 \cdot 10^4$

РЕЗУЛЬТАТЫ ОПЫТОВ

Шар. Результаты экспериментального исследования теплообмена шара с вынужденным турбулентным потоком воздуха представлены на рис. 3. Каждая из нанесенных на графике опытных точек является результатом 5—6 отдельных измерений. Из рисунка видно, что все экспериментальные точки удовлетворительно обобщаются зависимостью

$$Nu_f = 0{,}19\, Re_f^{0{,}64}. \qquad (16)$$

Максимальные отклонения опытных точек от результирующей прямой не превышают ±4%. Расположение точек на графике указывает также на то, что в исследуемом диапазоне температурных напоров (от 27 до 107° С) влияние температурных условий на теплообмен является, очевидно, незначительным и лежит в пределах погрешности опытов. На рис. 3, *б* наши результаты эксперимента сопоставляются с результатами других авторов. Особый интерес представляют данные опытов Л. Г. Лойцянского и В. А. Шваба [6], по-

лученные при известных значениях степени турбулентности набегающего потока $\varepsilon=0{,}4$ (кривая *3*) и 2,8% (кривая *2*).

Результаты наших измерений (кривая *1*) хорошо совпадают с кривой *2*. Вполне удовлетворительное согласие наблюдается и с формулой, предложенной Б. Д. Кацнельсоном и Ф. А. Тимофеевой [7, 8] на основе собственных измерений и обобщения обширного опытного материала по теплообмену

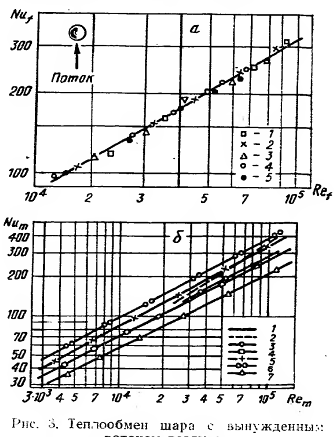


Рис. 3. Теплообмен шара с вынужденным потоком воздуха:

а — экспериментальные данные автора (*1* — 60° С, *2* — 80, *3* — 100, *4* — 120, *5* — 140° С). *б* — сопоставление экспериментальных данных автора (*1*) с результатами других авторов (*2*, *3* — [6], *4* — [7], *5* — [9], *6* — [10], *7* — [11])

частиц в вынужденном потоке (кривая *4*). Если учесть, что кривые *4* и *3* почти совпадают ($\varepsilon=0{,}4\%$), то заметное расхождение в наклоне графика наших опытов и результатов Б. Д. Кацнельсона и Ф. А. Тимофеевой объясняется лишь различной степенью турбулентности потока, омывающего шар. При $Re=2\cdot10^4$ отклонение наших опытов от указанной зависимости составляет $+5\%$, а при $Re = 10^5$ + 15%. Кривые *5* и *6*, располагающиеся выше, построены по расчетным формулам Мак-Адамса [10] и Вильямса. Обе зависимости

являются результатом обобщения работ (в основном зарубежных авторов) по теплообмену шаров диаметром от 0,00033 до 0,12 *м*. Ниже всех лежат экспериментальные данные Юге [11] (кривая *7*), производившего исследования на сферах диаметром от 0,001 до 0,06 *м*.

В целом сопоставление наглядно подтверждает достоверность полученных результатов для наиболее изученной шарообразной формы тела и обосновывает правильность выбранной методики проведения опытов.

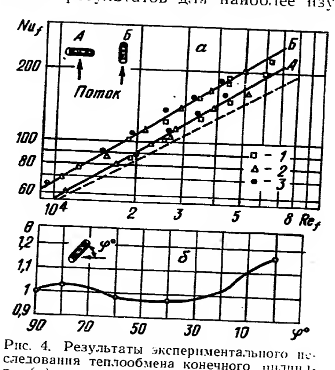


Рис. 4. Результаты экспериментального исследования теплообмена конечного цилиндра (*а*) и зависимость коэффициента теплообмена от ориентации цилиндра в потоке (*б*).

А — поперечное, *Б* — продольное обтекание; штриховая линия соответствует расчетной для бесконечного цилиндра по [17]. *1* — 60° С, *2* — 100, *3* — 140° С

Цилиндр. Теплообмен конечного цилиндра (рис. 4) изучался при различной его ориентации (продольном и поперечном расположении) в потоке. При продольном обтекании, т. е. когда ось цилиндра параллельна направлению потока, обобщающая опытные точки критериальная зависимость имеет следующий вид:

$$Nu_l = 0{,}123\,Re_l^{0{,}68}. \qquad (17)$$

Результаты опытов с этим же цилиндром, но с поперечным расположением его в потоке, т. е. когда ось цилиндра

перпендикулярна направлению потока, обобщаются уравнением

$$Nu_f = 0{,}118\,Re_f^{0{,}67}. \qquad (18)$$

Некоторое повышение интенсивности теплообмена продольно обтекаемого цилиндра можно объяснить наличием турбулентного обмена на всей поверхности модели, так как кромки и плоский передний срез приводят к турбулизации и вихреобразованию. Поперечное же расположение цилиндра в потоке представляет собой случай обтекания с отрывом, при котором в кормовой части тела образуется замкнутая циркуляционная зона с возвратными течениями и завихрениями.

Х. Сквайр [12] отмечает, что в кормовых зонах скорость обратного течения может достигать всего 30% от скорости основного потока среды. Эта зона будет заключать в себе главным образом объемы воздуха, подсасываемые (за счет разрежения кормовой области) из пограничного слоя с передней части цилиндра.

Температура этих объемов поэтому будет близка к температуре стенки. Поскольку скорость в замкнутой циркуляционной зоне гораздо меньше, чем в основном потоке, температурные напоры (локальные) на тыльной стороне цилиндра будут меньше, чем на передней. Последнее и объясняет уменьшение интенсивности теплообмена в целом.

Этот вывод хорошо подтверждается результатами определения величины локальных коэффициентов теплообмена на бесконечном круговом цилиндре (рис. 5), полученными при значениях $Re=5\cdot10^4$. Как видно из графика, интенсивность теплообмена, начиная с лобовой точки ($\Theta=0$), постепенно падает, достигая наименьшего значения вблизи места отрыва пограничного слоя от поверхности, и затем снова возрастает вплоть до $\Theta=180°$. График показывает неустойчивый характер теплообмена поверхности тела в кормовой области.

В отличие от результатов Г. Н. Кружилина и В. А. Шваба в условиях наших опытов ($Re\sim5\cdot10^4$, $\varepsilon=2{,}4\%$) получено, что интенсивность теплообмена кормовой области ниже, чем передней. Этот вывод будет положен в основу последующего анализа результатов исследования процесса теплообмена тел различной конфигурации с вынужденным газовым потоком.

Минимумы опытных кривых $t_2(\Theta)$ и $Nu(\Theta)$ почти совпадают со значениями угла отрыва ламинарного пограничного слоя (примерно 83°). Примерно такой же угол отрыва получен на круговом цилиндре многими исследователями и приведен в справочной литературе.

Кривая $Nu(\Theta)$ имеет отчетливо выраженный характерный перегиб вблизи $\Theta\approx100°$. Эта особенность графика находит объяснение, если рассмотреть динамику обтекания кругового цилиндра турбулентным потоком несжимаемого газа. На рис. 6 для сравнения показана заимствованная из [13] эпюра безразмерных давлений кругового цилиндра. Многочисленными исследованиями установлено [14], что перегиб на кривой

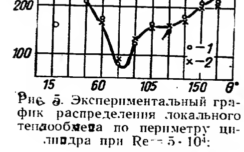


Рис. 5. Экспериментальный график распределения локального теплообмена по периметру цилиндра при $Re=5\cdot10^4$:

1 — 12 гармоник, 2 — 8 гармоник

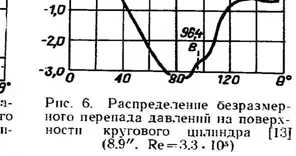


Рис. 6. Распределение безразмерного перепада давлений на поверхности кругового цилиндра [13] (8,9″, $Re=3{,}3\cdot10^5$)

давлений связан с переходом в этой области оторвавшегося ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Существует предположение, что вблизи точки перехода происходит местный отрыв слоя, сопровождающийся обратным и кратковременным его прилипанием к поверхности тела. Сказанное позволяет дать аналогичное объяснение поведению кривой локального теплообмена.

Сравнение полученных нами данных с результатами других исследователей показывает удовлетворительное согласие с ними только на лобовой части поверхности и значительное различие в кормовой. Как отмечается в работе [3], в кормовой части поверхности расходятся, однако, кривые всех исследователей.

В этой же работе дается обоснованное объяснение этого. Расхождения обусловлены главным образом различной обстановкой опытов, влиянием структуры потока, загромождением сечения аэродинамической трубы моделью, взаимовлиянием модели и стенок рабочего створа и др.

Отсюда можно сделать вывод о том, что кормовая часть теплоотдающей поверхности неудобообтекаемого тела больше, чем передняя, чувствительна к условиям, в которых протекает процесс теплообмена между телом и средой. Это объясняет и то, что полученные целым рядом исследователей эмпирические зависимости среднего коэффициента теплооб-

мена различных тел неудобообтекаемой формы зачастую расходятся друг с другом и не поддаются анализу и обобщению, поскольку данные получены в различных условиях опыта.

На рис. 7 представлен график $Nu_\theta / \sqrt{Re_\theta} = f(\Theta)$ в пределах $0 \leqslant \Theta \leqslant \pi/2$, который удовлетворительно согласуется с известными теоретическими расчетами [15]. В частности, для лобовой критической точки нами получена $Nu / \sqrt{Re} = 0{,}98$, что всего на 1,2% отличается от известного значения Сквайра при $Pr = 0{,}7$.

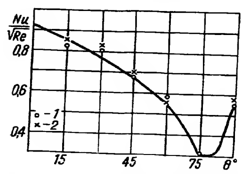


Рис. 7. Зависимость $Nu / \sqrt{Re} = f(\Theta)$, полученная по методу Г. Н. Кружилина и В. А. Шваба:

1 — 12 гармоник, 2 — 18 гармоник

При вычислении местного значения критерия Рейнольдса распределение скорости $V(\Theta)$ бралось нами не из потенциального обтекания $V(\Theta) = 2V_i \sin\Theta$, а по формуле Хименца

$$\frac{V_\Theta}{V_i} = 3{,}63\left(\frac{\Theta}{2}\right) - 2{,}16 \times \left(\frac{\Theta}{2}\right)^3 - 1{,}51\left(\frac{\Theta}{2}\right)^5, \qquad (19)$$

учитывающей обратное влияние отрыва и кормовой области на распределение скоростей внешнего потока в передней части цилиндра (V_f — скорость набегающего на тело потока; V_Θ — местное значение скорости в некоторой точке вдоль цилиндра).

К этим же выводам приводит и анализ работы [2]. Уместно лишь отметить, что кормовая область для цилиндра конечных размеров будет меньше, чем у бесконечного цилиндра, вследствие обтекания жидкостью торцов цилиндра [16].

Штриховая кривая на рис. 4 соответствует расчетным зависимостям Хильперта [17] и Жукаускаса [18] для поперечно обтекаемых бесконечных цилиндров. Наши результаты (ориентация *А*) отличаются от указанных зависимостей в основном тангенсом угла наклона кривых.

Анализируя результаты отдельных работ [6, 19], посвященных изучению влияния степени турбулентности набегающего потока на теплообмен, можно заметить, что с ростом степени турбулентности потока кривые зависимости $Nu = f$ (Re) меняют свой наклон (см. таблицу на стр. 101).

Показатель степени n при Re с ростом турбулентности возрастает, коэффициент C, наоборот, уменьшается.

Таким образом, наблюдаемое на рис. 4 отклонение наших результатов от данных Хильперта и Жукаускаса можно отне-

ε, %	C	n
0,4	0,216	0,620
1,1	0,182	0,641
1,5	0,170	0,650
1,8	0,156	0,662

сти к имевшей место в опытах различной степени турбулентности среды.

Согласно проведенным наблюдениям, интенсивность теплообмена поверхности оснований цилиндра соответствовала

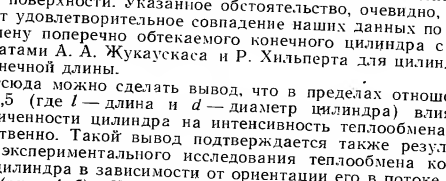


Рис. 8. Результаты экспериментального исследования теплообмена конуса (*а*) и зависимость коэффициента теплообмена от ориентации конуса в потоке (*б*):

А — натекание потока с вершины; *Б* — натекание потока с торца; штриховая линия по формуле (21); *1* — 60° С, *2* — 100, *3* — 140° С

примерно средним значениям интенсивности теплообмена боковой поверхности. Указанное обстоятельство, очевидно, объясняет удовлетворительное совпадение наших данных по теплообмену поперечно обтекаемого конечного цилиндра с результатами А. А. Жукаускаса и Р. Хильперта для цилиндров бесконечной длины.

Отсюда можно сделать вывод, что в пределах отношения $l/d > 2{,}5$ (где l — длина и d — диаметр цилиндра) влияние ограниченности цилиндра на интенсивность теплообмена несущественно. Такой вывод подтверждается также результатами экспериментального исследования теплообмена конечного цилиндра в зависимости от ориентации его в потоке воздуха (рис. 4, *б*). Характер кривой в интервале изменения угла ориентации Θ от 90 до 65° аналогичен зависимости для поперечно обтекаемого бесконечного цилиндра по А. С. Синельникову и А. С. Чащихину. Как и в названной работе, имеет место некоторое возрастание коэффициента теплообмена при $\Theta \approx 80°$. Дальнейшее изменение Θ от 60 до 30° характеризуется стабильным значением коэффициента тепло-

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

обмена, а затем, начиная с $\Theta = 30°$ и меньше, наблюдается повышение его с достижением максимума при $\Theta = 0$.

Конус. Исследовалась модель с раствором угла при вершине 36°. Результаты опытов представлены на рис. 8. Обобщение результатов для конуса, ориентированного вершиной к направлению скорости набегающего потока, позволило получить уравнение

$$\mathrm{Nu}_f = 0,128\,\mathrm{Re}_f^{0,65}. \qquad (20)$$

Штриховая линия на рисунке соответствует аналитической зависимости

$$\mathrm{Nu}_f = 0,767\,\mathrm{Re}_f^{0,5}\,\mathrm{Pr}_f^{1/3}. \qquad (21)$$

для среднего коэффициента теплообмена конуса, рекомендуемой Джонсоном и Рубезиным [20].

Этой же формуле отвечают и экспериментальные данные Эбера [21], исследовавшего теплообмен на конусах с углами при вершине 10, 20 и 30°. Результаты этих исследований получены при незначительной турбулентности набегающего потока воздуха. Кроме того, в формуле (21) не учитывается теплообмен кормовой части конуса, поверхность которой в нашем случае составляет 31,5% от боковой поверхности теплообмена.

Для конуса, расположенного основанием к направлению набегающего потока, экспериментальные точки удовлетворительно коррелируются уравнением

$$\mathrm{Nu}_f = 0,057\,\mathrm{Re}_f^{0,74}. \qquad (22)$$

Из графика зависимости коэффициента теплообмена конуса от угла ориентации Θ в потоке видно, что коэффициент теплообмена достигает максимума, когда Θ составляет примерно 72°. При отклонении от этого положения в сторону увеличения или уменьшения Θ интенсивность теплообмена снижается.

Разброс точек от обобщающих кривых не превышает ±6%.

Расхождение в величинах коэффициента теплообмена конуса, различным образом ориентированного в набегающем потоке, объясняется тем, что на большей части боковой поверхности конуса, ориентированного вершиной к направлению потока, в выбранном диапазоне чисел Рейнольдса устанавливается пограничный слой.

Теперь рассмотрим, что происходит в кормовой области конуса. В случае осесимметричного обтекания образующиеся вихри, как показывают опыты, превращаются в одиночный

кольцевой вихрь [22]. На некоторых телах (шар, диск), в том числе и на конусе, кольцевой вихрь в области Рейнольдса $5 \cdot 10^5 \div 5 \cdot 10^5$ ясно выражен и явно стационарен. Благодаря турбулентности на линии раздела внешнего потока с зоной циркуляции (зона кольцевого вихря) имеет место постоянная пульсация с массообменом. За единицу времени определенное количество воздуха проникает из внешней зоны во внутреннюю, в то время как в силу неразрывности такое же количество переходит из внутренней области во внешнюю. Одновременно в результате переноса импульсов вихри вращаются.

Отсюда можно заключить, что полный цикл обновления объема воздуха в зоне циркуляции займет определенный промежуток времени, в результате чего температура в кормовой области по сравнению с внешним потоком повысится. Это повышение температуры приводит к уменьшению перепада температур между стенкой и омывающей средой, что ведет к ухудшению теплообмена кормовой стороны конуса.

При обтекании конуса со стороны его основания картина взаимодействия тела с потоком совершенно иная. Основанием конуса является диск, обтекание которого будет осесимметричным. Набегающий на основание конуса поток симметрично разделяется и с возрастающей к краям скоростью обтекает плоскую часть поверхности, а затем срывается, образуя замкнутую циркуляционную зону (как и в примере с конусом в положении A). Однако в этом случае часть зоны как бы искусственно заполнена самим телом (конусом), форма и размеры которого примерно соответствуют размерам образуемой зоны циркуляционного течения [1]. Следовательно, боковая поверхность конуса будет находиться примерно на линии раздела зон внешнего и замкнутого потоков, т. е. примерно в зоне турбулентного обмена.

Сказанное объясняет, почему теплообмен конуса при натекании потока с основания выше, чем при натекании с вершины. В первом случае 75% общей поверхности участвует в турбулентном обмене, в то время как во втором примерно 40—60% (кормовая зона и участок ламинарного пограничного слоя) общей поверхности находится в условиях ухудшенного обмена.

Диск. При поперечном расположении модели (рис. 9) в потоке воздуха опытные данные соответствуют уравнению

$$\mathrm{Nu}_f = 0,028\,\mathrm{Re}_f^{0,77}. \qquad (23)$$

При продольном обтекании диска критериальное уравнение имеет вид

$$\mathrm{Nu}_f = 0,017\,\mathrm{Re}_f^{0,86}. \qquad (24)$$

Большая разница в интенсивности теплообмена при продольном и поперечном расположении диска в потоке наглядно иллюстрирует огромное влияние кормовой зоны на процесс переноса тепла.

Проведенные Л. А. Вулисом и С. И. Исатаевым измерения [1] геометрических размеров зоны циркуляции для поперечно расположенного в потоке диска показывают, что она

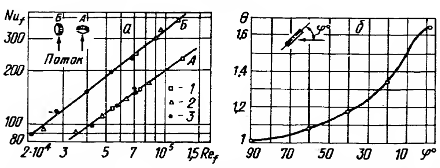


Рис. 9. Результаты экспериментального исследования теплообмена диска *(а)* и зависимость коэффициента теплообмена от ориентации диска в потоке *(б)*:

А — поперечное, *Б* — продольное обтекание: *1* — 60° С, *2* — 100, *3* — 140° С

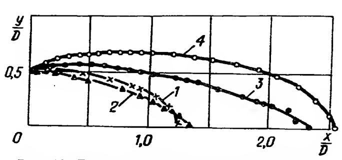


Рис. 10. Геометрические размеры (ширина и длина) зоны циркуляции для отдельных тел по [1]:

1 — шар, *2* — цилиндр, *3* — пластина, *4* — диск

имеет по сравнению с другими телами максимальные значения (рис. 10). На этом рисунке приведены замкнутые зоны циркуляционного движения, ограниченные поверхностью $V=0$, где V — скорость потока. Пространственные координаты нанесены в безразмерных величинах, т. е. значения x и y отнесены к определяющему размеру опытного тела.

О размерах кормовой зоны можно судить и на основе данных измерения полного сопротивления моделей в потоке [8, 16]. При отрывном обтекании сопротивление давления обусловливается размерами зоны вихреобразования и в большинстве случаев всецело преобладает над сопротивлением трения. Отсюда значение коэффициента сопротивления будет приблизительно находиться в пропорциональной зависимости от размеров замкнутой циркуляционной зоны. Забегая вперед, укажем, что для диска в положении *Б* коэффициент сопротивления имеет наибольшее значение по сравнению с остальными телами.

Таким образом, резкое ухудшение теплообмена диска в положении *Б* можно объяснить влиянием кормовой зоны, где

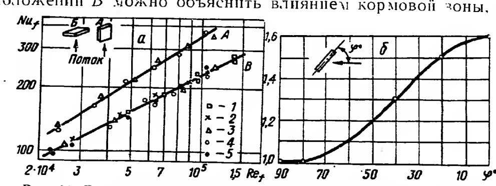


Рис. 11. Результаты экспериментального исследования теплообмена плиты *(а)* и зависимость коэффициента теплообмена от ориентации плиты в потоке *(б)*:

А — продольное, *Б* — поперечное обтекание: *1* — 60° С, *2* — 80, *3* — 100, *4* — 120, *5* — 140° С

скорости циркуляционного движения по абсолютной величине меньше, чем в передней конфузорной области. Это ухудшает конвективные условия теплообмена в кормовой части тела и влияет на величину теплового потока всей его поверхности.

Пауэл [23], например, изучая процесс массообмена с поверхности диска, установленного перпендикулярно набегающему потоку, нашел, что скорость испарения с лобовой поверхности была на 10—15% выше, чем в кормовой.

При продольном расположении диска острые кромки его торцов приводят к более равномерному омыванию турбулентным и завихренным потоком воздуха всей его поверхности.

Полученные критериальные уравнения (23) и (24) обобщают результаты опытов с точностью $\pm3\%$.

Изучение зависимости коэффициента теплообмена диска от его ориентации в потоке (рис. 9, *б*) указывает на то, что с переходом от продольного расположения диска в потоке к поперечному среднее значение коэффициента теплообмена уменьшается.

Плита. Экспериментальные данные при продольном расположении плиты в потоке воздуха (рис. 11) обобщаются уравнением

$$Nu_f = 0{,}107\,Re_f^{0,7}, \tag{25}$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

при поперечном обтекании

$$Nu_f = 0.29\,Re_f^{0,\cdot\cdot}. \qquad (26)$$

При этом разброс точек относительно результирующих кривых не превышает ±5%.

Характер полученных зависимостей и их расположение на графике аналогичны кривым для диска. Поперечное расположение плиты в потоке воздуха приводит к понижению интенсивности теплообмена. Однако критериальные уравнения для диска и плиты различны, поскольку характер обтекания этих тел иной. Здесь сказываются особенности обтекания тел. В случае поперечного обтекания плиты воздух огибает стороны углов и значительно уменьшает зону циркуляции. Тем самым ослабляется отрицательное влияние кормовой зоны на теплообмен.

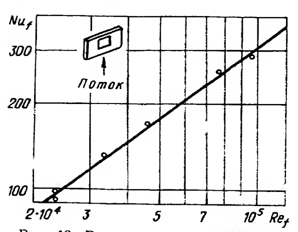


Рис. 12. Результаты экспериментального исследования процесса теплообмена пластины (точки на прямой соответствуют 140° С)

Пластина. Модель неограниченной пластины изготовлена из плиты, заделанной в специальный текстолитовый лист длиной 0,4 *м*. В теплообмене участвовали только большие поверхности плиты, открытые наружу. Полагая, что процесс не зависит от длины начального, не участвующего в теплообмене участка предварительной стабилизации потока [24, 25], в качестве определяющего размера по-прежнему принималась длина плиты вдоль потока. Результаты опытов пластиной показаны на рис. 12. Полученная зависимость

$$Nu_f = 0,031\,Re_f^{0,8} \qquad (27)$$

всего лишь на 3% отличается от выражения $Nu_f = 0,032\,Re_f^{0,8}$, рекомендуемого Б. С. Петуховым, А. А. Детлафом и В. В. Кирилловым [26].

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Анализируя результаты экспериментального исследования теплообмена десяти видов опытных тел с потоком воздуха, можно заметить, что для всех вариантов изменение угла атаки опытного тела приводит к изменению показателя степени n и постоянной C в критериальном уравнении (5). Исключение составляет конечный цилиндр. Здесь, как и для бесконечного цилиндра, независимо от величины угла атаки показатель степени n остается почти постоянным, изменяется лишь C.

Изменение характера процесса теплообмена на поверхности одного и того же тела в зависимости от его ориентации в потоке, несомненно, указывает на различный характер гидродинамического и теплового взаимодействия тела со средой.

Некоторые представления о взаимовлиянии гидродинамики и теплообмена тел в потоке воздуха можно получить из таблицы.

Таблица

Значения коэффициентов сопротивления для отдельных моделей

Тело	Ориентация	Пределы чисел	Величина коэффициента сопротивления	Характерный размер тела (м)
Плита	А	—	—	—
Шар	—	10^4—10^5	0,42÷0,49	0,12
Цилиндр	Б	$8{,}8\cdot10^4$	0,68	0,0021
Диск	А	—	—	—
Пластина	—	—	0,78	0,10
Конус	Б		—	—
Цилиндр	А		0,85	0,0024
Конус	А	—	—	—
Плита	Б	—	1,13	0,0016
Диск	Б	10^4—10^6	1,3	0,147

Последовательность расположения различных тел в таблице соответствует убывающим значениям среднего коэффициента теплообмена. Величины коэффициентов сопротивления взяты из разных работ [8, 16, 1]. Несмотря на определенную отрывочность данных, можно все же отметить, что теплообмен тела в турбулентном потоке тем больше, чем меньше его гидродинамическое сопротивление. Но коэффициент сопротивления при течении с отрывом обусловливается в основном сопротивлением давления, которое в свою очередь определяется областью разрежения за местом отрыва потока. Чем больше по объему эта область, чем значительнее разрежения, устанавливающиеся в ней, тем больше и сила сопротивления.

Таким образом, в исследованном нами диапазоне чисел Рейнольдса чем больше зона циркуляции в кормовой части тела, тем хуже теплообмен тела с потоком.

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ТЕЛ НА ПРОЦЕСС ВНЕШНЕГО ТЕПЛООБМЕНА

В силу идентичности условий проведения опытов очевидно, что для выяснения влияния формы тела на его теплообмен при прочих одинаковых условиях целесообразно принять единообразный для всех моделей характерный линейный размер, входящий в критерии подобия. Такой величиной, по мнению Ф. М. Полонской [27], может быть принят корень квадратный из площади активной поверхности теплообмена опытного тела ($\sqrt{F}$). Все принятые нами тела имели одинаковую активную поверхность, равную 0,0452 $м^2$.

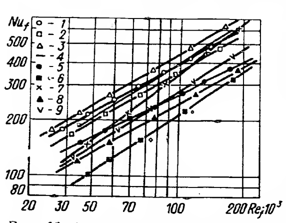


Рис. 13. Результаты экспериментального исследования процесса теплообмена тел различной конфигурации:

1 — шар, 2, 3 — цилиндр (соответственно ориентации А и Б), 4, 5 — плита, 6, 7 — диск, 8, 9 — конус

Результаты опытов, обработанных по такому определяющему размеру (рис. 13), дают качественное и количественное представление об особенностях влияния формы изучаемых тел на теплообмен с вынужденным потоком воздуха. Полученный разброс кривых на рисунке наглядно отображает влияние фактора формы, не считаться с которым, очевидно, нельзя.

Влияние фактора формы на теплообмен незначительно лишь для моделей, имеющих относительно небольшие объемы зоны вихреобразования в кормовой части, таких, как шар, цилиндр в любой ориентации, продольно обтекаемая пластина.

Некоторые авторы, изучавшие вопрос влияния формы на процесс тепло- и массообмена, предлагают в качестве обобщающих характерных размеров соответственно $\sqrt{F}$, l' (длина обтекания по Кришеру [28]) и $F/P_м$ (отношение общей площади активной поверхности к периметру миделевого сечения по Пастернаку [29]).

Мы проверили пригодность этих рекомендаций для наших условий теплообмена. Обработка опытных данных с использованием в качестве определяющего размера $\sqrt{F}$ проводилась выше. Полученный в этом случае разброс точек от возможной осредняющей универсальной кривой составляет $\pm 32\%$. Лишь для цилиндра в любой ориентации, шара и продольно обтекаемой плиты может быть указана единая зависимость с относительным разбросом точек $\pm 10\%$.

С точки зрения обоснованности определяющего размера выбор значения $F/P_м$ более оправдан по сравнению с величиной $\sqrt{F}$, так как входящий в знаменатель периметр миделевого сечения учитывает не только форму, но и отчасти ориентацию тела в потоке. Тем не менее обработанные по такой методике данные дают несколько больший относительный разброс точек.

Те же результаты получены нами и при обработке опытных данных по l'.

Таким образом, использование $\sqrt{F}$, l' и $F/P_м$ в качестве характерных размеров с целью обобщения опытных данных одной критериальной зависимостью в наших исследованиях не приводит к положительным результатам — точки на графиках ложатся с большим разбросом. В этих же целях использовались и другие варианты подбора линейного размера, но безуспешно.

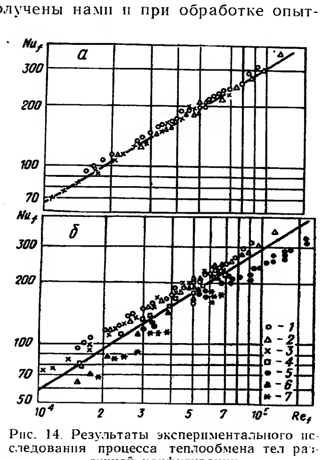


Рис. 14. Результаты экспериментального исследования процесса теплообмена тел различной конфигурации:

а — для трех разновидностей опытных тел, б — для семи разновидностей опытных тел (1 — шар, 2, 3 — цилиндр (соответственно ориентации А и Б), 4, 5 — плита, 6 — диск, А, 7 — конус, Б)

Возможность получения единой формулы, коррелирующей данные по различным телам с небольшой погрешностью, маловероятна прежде всего потому, что показатель степени при Re различен для тел разной формы. Кроме того, по имеющимся теоретическим зависимостям ясно, что фактор формы определяется не просто линейным размером, а более сложной зависимостью от различных параметров процесса, особенно в турбулентном потоке.

Однако для приближенных инженерных расчетов в определенных пределах числа Рейнольдса такую корреляцию данных можно получить за счет подбора определяющего размера. В нашем случае при значениях $Re = 10^4 \div 1{,}5 \cdot 10^5$ луч-

шие результаты для обобщения (рис. 14) дает использование в качестве определяющего размера $P_М/\pi$ (приведен диаметр по миделевому сечению). Этот характерный размер подсчитывается делением периметра миделевого сечения на число π. В этом случае экспериментальные точки по цилиндру в любой ориентации и шару с точностью $\pm 5\%$ обобщаются уравнением вида

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}143\,\mathrm{Re}_f^{0{,}67}. \qquad (28)$$

Вся группа изучаемых тел, за исключением конуса, расположенного вершиной к потоку, и диска с поперечным расположением в потоке, может быть объединена общей зависимостью

$$\mathrm{Nu}_f = 0{,}125\,\mathrm{Re}_f^{0{,}67}. \qquad (29)$$

Максимальное отклонение опытных данных от осредняющей кривой не превышает $\pm 18\%$.

Использование определяющего размера $P_М/\pi$, а следовательно, и формул (28) и (29) возможно лишь для обобщения данных по теплообмену тел, имеющих трехмерное измерение, т. е. для большинства тел конечных размеров, применяемых в технике.

Таким образом, полученное уравнение (29) с точностью $\pm 18\%$ в диапазоне Re от 10^4 до $1{,}5 \cdot 10^5$ позволяет рассчитывать процесс теплообмена материалов различной конфигурации, обтекаемых воздухом. Это оказывается особенно важным в процессах сушки, где приходится иметь дело с телами не только классической формы, но и более сложных форм.

Надо полагать, что полученные выше формулы, характеризующие конвективный теплообмен тел различной геометрической формы с вынужденным потоком газа, а также обобщенная приближенная формула (29) найдут применение и в других областях техники, в частности в практике расчетов теплообменных поверхностей котлов, регенераторов, термических печей и т. д.

Литература

1. Исследование физических основ рабочего процесса топок и печей. Изд. АН КазССР, 1957.
2. Павлов С. М. Теплоэнергетика, № 10, 1958.
3. Кружилин Г. Н. и Шваб В. А. ЖТФ, **5**, вып. 3, 4, 1935.
4. Семенов Л. А. Труды Ростовского инженерно-строительного института, вып. 4, 1955.
5. Яковлев К. П. Физический практикум, **3**, Огиз, ГИТТЛ, 1945.
6. Лойцянский Л. Г. и Шваб В. А. Труды ЦАГИ, вып. 239, 1935.
7. Кацнельсон Б. Д. и Тимофеева Ф. А. Котлотурбостроение, № 5, 1948.

8. Кутателадзе С. С. и Боришанский В. М. Справочник по теплопередаче. Госэнергоиздат, 1959.
9. Гребер Г., Эрк С., Григулль У. Основы учения о теплообмене ИЛ, 1958.
10. Мак-Адамс В. Х. Теплопередача. М., Металлургиздат, 1961.
11. Juge T. Paper. Amer. Soc. Mech. Engrs., No A-123, 7, 1959.
12. Сквайр Х. Вопросы ракетной техники, № 2 (38). ИЛ, 1957.
13. Современное состояние гидродинамики вязкой жидкости, т. 1, под ред. С. Гольдштейна, ГИИЛ, 1948.
14. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. ГИТТЛ, 1958.
15. Eckert E. VDI-Forschungsheft, 416, 1942.
16. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. ИЛ, 1949.
17. Hilpert R. Porsch. Gebiete Ingenieurw., **4**, 215, 1933.
18. Жукаускас А. А. Теплоэнергетика, № 4, 1955.
19. Kestin and Maeder P. Bulletin of the American Physical Society, **1**, No 7, 364—365, 1956.
20. Johnson H. A. and Rubesin M. W. Trans. ASME, **71**, 447, 1949.
21. Eber G. R. J. Aeronaut. Sci., **19**, No. 1, 1952.
22. Quick A. W. Ein Verfahren zur Untersuchung des Austauschvorganges in verwirbelten Stromung., Deutschen Versuchsanstalt fur Luftfahrt (DVL), Ber. No 12, 1956.
23. Maisel D. S. and Sherwood T. K. Chem. Eng. Progr., 46, 131—138, 1950.
24. Амбразявичюс А. Б., Жукаускас А. А. Труды Академии наук Литовской ССР, серия Б, **4(16)**. Вильнюс, 1958.
25. Михеев М. А. Конвективный и лучистый теплообмен. Изд. АН СССР, 1960.
26. Петухов Б. С., Детлаф А. А. и Кириллов В. В. ЖТФ, т. XXIV, вып. 10, 1954.
27. Полонская Ф. М. и Мельникова И. С. ИФЖ, т. 1, № 2, 1958.
28. Krischer O. und Loos G. Chem. Ing. Techn. J., Teil 1, 2, 1958.
29. Pasternak I. S. and Gauvin W. H. The Canadian Journal, O. A. Chemical Engineering, **38**, 2, 1960.
30. Щитников В. К. Экспериментальное исследование конфигурации тела и угла атаки набегающего потока воздуха на процесс теплообмена. В сб.: «Тепло- и массоперенос», т. 3. Госэнергоиздат, 1963.

А. Н. ЧАПЛИНА

ТЕПЛООБМЕН ПЛАСТИНЫ С НАЧАЛЬНЫМ НЕОБОГРЕВАЕМЫМ УЧАСТКОМ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

Влияние начального необогреваемого участка на теплообмен продольно обтекаемой поверхности при турбулентном пограничном слое было исследовано рядом авторов как для продольно обтекаемого цилиндра [1—5], так и для плоской плиты [6—10]. Большинство работ касается средней для всего тела интенсивности теплообмена [1—3, 6—8, 10] и лишь несколько [4, 5, 9] — местной. Результаты всех работ, как аналитических, так и экспериментальных, обычно могут быть представлены в виде степенной формулы

$$Nu = c\,Re^{0,8}\,K, \tag{1}$$

где $K = f\,(l_н/l)$ — коэффициент, учитывающий длину начального необогреваемого участка $l_н$ по сравнению с полной длиной обтекания l.

Так Jakob and Dow [1] дали эмпирическую формулу теплообмена продольно обтекаемого цилиндра в турбулентном потоке воздуха

$$\overline{Nu} = 0{,}028\,Re^{0,8}\,[1 + 0{,}4\,(l_н/l)^{2,75}]. \tag{2}$$

Maisel, Scherwood [2] по результатам своих опытов с испарением воды в воздух при продольном обтекании цилиндра, используя теоретическое уравнение Польгаузена, вывели формулу для теплообмена при наличии начального необогреваемого участка в турбулентном потоке воздуха

$$\overline{Nu} = 0{,}035\,Re^{0,8}\,[1 - (l_н/l)^{0,8}]^{-0,11}. \tag{3}$$

Rubesin [9] аналитически вывел зависимость для местного теплообмена продольно обтекаемой поверхности в турбулентном потоке при ступенчатом распределении температуры вдоль поверхности:

$$Nu_x = 0{,}0289\,Re_x^{0,8}\,Pr^{0,33}\,[1 - (x_н/x)^{39/40}]^{-7/39}. \tag{4}$$

Sceca, Sauer [8] использовали формулу (4) для коррелирования результатов своих опытов по теплообмену. Интегри-

руя эту формулу, получим для средней интенсивности теплообмена

$$\overline{Nu} = 0{,}036\,Re^{0,8}\,Pr^{0,33}\,[1 - (l_н/l)^{39/40}]^{32/39}[1 - l_н/l]. \tag{5}$$

Tessin, Jakob [3] исследовали теплообмен продольно обтекаемого цилиндра в турбулентном потоке воздуха при наличии начального необогреваемого участка. Они получили зависимость

$$\overline{Nu} = 0{,}0307\,Re^{0,8}\,(l_0/l)^{-0,09}. \tag{6}$$

Seban, Doughty [4] по результатам своего исследования местного теплообмена пластины в турбулентном потоке воздуха дают следующую формулу для учета влияния начального необогреваемого участка:

$$Nu_x = 0{,}0296\,Re_x^{0,8}\,Pr^{0,33}\,[1 - (x_н/x)^{0,8}]^{-1/9}. \tag{7}$$

Eckert et al. [5] представили результаты экспериментов с продольно обтекаемым цилиндром также в виде формулы (7).

Как видно из анализа всех приведенных формул, они имеют громоздкую структуру, трудоемки в расчетах и носят явно эмпирический характер, основываясь не на механизме явления, и выведены из соображений наиболее близкого описания определенных опытных данных. Следует отметить, что значение комплекса $l_н/l$ в большинстве работ изменяется в узком диапазоне. Формула (2) приводит к разрыву зависимости теплообмена от длины начального необогреваемого участка при значении $l_н/l = 0$. Формула (3) получена путем распространения результатов исследования массообмена на теплообмен. Авторы сами признают совпадение расчетов с опытом случайных и считают, что одним коэффициентом нельзя учесть влияние начального участка на теплообмен. По их словам, для хорошей корреляции следует принимать во внимание не только величину отношения $l_н/l$, но и абсолютные значения $l_н$ и l_0.

Furber [7] в своих опытах обнаружил, что влияние начального необогреваемого участка на теплообмен продольно обтекаемой плиты в турбулентном потоке воздуха зависит от величины критерия Рейнольдса.

Наиболее удачной является зависимость (6), полученная на основе опытов по теплообмену в широком диапазоне изменения $l_н/l$ (от 0,02 до 0,86) [3]. Она выглядит более удобно, если ее представить в виде зависимости Nu_0 не от длины необогреваемого участка $l_н$, а от длины обогрева $l_0 = l - l_н$:

$$\overline{Nu}_0 = 0{,}0307\,Re^{0,8}\,(l_0/l)^{0,91}. \tag{8}$$

Формула (8) лучше, чем другие, отвечает физическому смыслу явления, так как здесь число Нуссельта $\overline{Nu}_0$ как

8. Зак. 396

критерий теплообмена вычисляется по длине части плиты, участвующей в теплообмене.

Амбразявичюс [6] выполнил экспериментальное исследование среднего теплообмена пластины с начальным необогреваемым участком в турбулентном потоке масла, воды и воздуха. Для турбулентного течения получена зависимость

$$\overline{\mathrm{Nu}}_0 = 0{,}037\,\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{0,33}\,(l_0/l)^{0,8}\,(\mathrm{Pr}_f/\mathrm{Pr}_w)^{0,25}. \qquad (9)$$

Для воздуха эту формулу можно записать в виде

$$\overline{\mathrm{Nu}}_0 = 0{,}032\mathrm{Re}_0^{0,8}. \qquad (10)$$

Формула (10) имеет такой же вид, как общепринятая зависимость для теплообмена плиты, обогреваемой по всей длине. При этом в формуле (10) критерий Рейнольдса, как и критерий Нуссельта, вычисляется не по всей длине l, а по длине обогреваемой части l_0. Такое совпадение Михеев [10] объясняет тем, что при возникновении теплообмена в турбулентном пограничном слое происходят такие резкие изменения, что вся предварительная подготовка структуры его сводится на нет.

Для определения влияния начального участка на интенсивность теплообмена было выполнено экспериментальное исследование [11]. Опыты проводились в аэродинамической трубе замкнутого типа с закрытым рабочим участком [12] методом стационарного теплового потока. Поток тепла определялся по балансу расхода воды для каждого калориметра с учетом потерь тепла и лучистого теплообмена. В работе приняты следующие допущения.

1. Рассматривается обтекание пластины неограниченным потоком. Это условие достигается тем, что сечение модели плиты составляет менее 3% сечения рабочего участка аэродинамической трубы.

2. При наименьшей скорости потока $u = 5$ *м/сек* и температуре потока $t_f = 70°$C на расстоянии $x = 0{,}2$ *м* (на первом калориметре) число Рейнольдса составляло $\mathrm{Re}_x = 5 \cdot 10^4$. Степень турбулентности потока $\varepsilon = 2\%$. Для такого потока критическое число Рейнольдса равно $\mathrm{Re}_{кр} = 5 \cdot 10^4$. Таким образом, на рабочем участке имеет место развитый турбулентный пограничный слой.

3. Влияние шероховатости поверхности не учитывается. Исследуемая модель имела медную шлифованную поверхность. Считается, что для таких поверхностей высота бугорков шероховатости составляет примерно 10^{-4} *м*. Толщина гидродинамического пограничного слоя на расстоянии 0,3 *м* от переднего края при наибольшей скорости потока $u =$

$= 16{,}5$ *м/сек* равна $\delta = 0{,}009$ *м*, а ламинарного подслоя $\delta_{подсл} = 0{,}0003$ *м*.

4. В качестве местного значения коэффициента теплообмена принято среднее значение его для соответствующего калориметра. Точность такого приближения находится в пределах погрешности опыта. Вычислено, что на ширине переднего калориметра, где изменение α по длине наиболее резкое, коэффициент теплообмена изменяется на 7%, а на последнем — на 1,8%. Изменение α на всей обогреваемой части плиты составляет 150% от его среднего значения. Исследован диапазон чисел Re от $6 \cdot 10^4$ до $4 \cdot 10^5$ и Re_0 от $2 \cdot 10^3$ до $2 \cdot 10^5$. Значения x_0/x изменялись от 0,02 до 0,373. Погрешность опыта оценена в $\pm 10\%$.

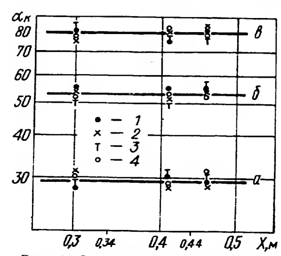


Рис. 1. Зависимость местного коэффициента конвективного теплообмена α от длины обтекания x при расстоянии от начала обогрева $x_0 = 0{,}01$ *м*:

1 — температура потока воздуха 60° С; *2* — 70; *3* — 80; *4* — 100° С. Скорость потока: *а* — 4,5 *м/сек*; *б* — 10, *в* — 16 *м/сек*

Зависимость местного коэффициента конвективного теплообмена от полной длины обтекания представлена на рис. 1. Как видно, для различных скоростей потока — это прямые, параллельные оси абсцисс (при сохранении неизменной длины обогрева), т. е. коэффициент теплообмена не зависит от длины обтекания. Зависимость этого же коэффициента теплообмена от длины обогрева x_0 в различных точках плиты представлена на рис. 2 и описывается формулой

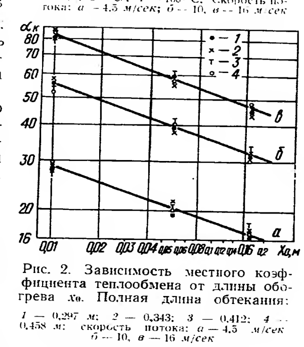


Рис. 2. Зависимость местного коэффициента теплообмена от длины обогрева x_0. Полная длина обтекания:

1 — 0,297 *м*; *2* — 0,343; *3* — 0,412; *4* — 0,458 *м*; скорость потока: *а* — 4,5 *м/сек* *б* — 10, *в* — 16 *м/сек*

$$\alpha = Qx_0^{-0,2} \qquad (11)$$

(при всех скоростях потока в качестве параметра).

Анализ рис. 1 и 2 показывает, что в условиях данной работы значения коэффициента теплообмена не зависят от полной длины обтекания, а определяются лишь расстоянием от начала обогрева, т. е. длиной части плиты, участвующей в теплообмене, и скоростью потока.

Все данные по теплообмену настоящего исследования можно описать одной зависимостью, если в формулу ввести

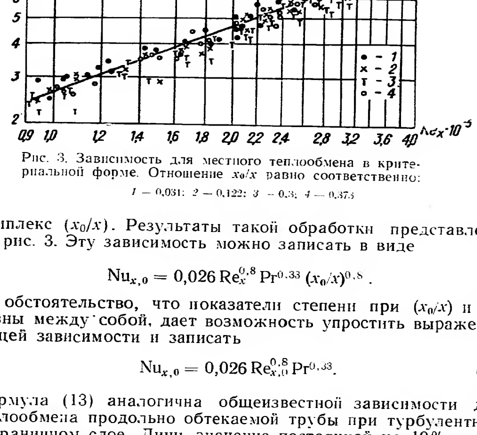


Рис. 3. Зависимость для местного теплообмена в критериальной форме. Отношение x_0/x равно соответственно: *1* — 0,031; *2* — 0,122; *3* — 0,3; *4* — 0,375

симплекс (x_0/x). Результаты такой обработки представлены на рис. 3. Эту зависимость можно записать в виде

$$\mathrm{Nu}_{x,0} = 0{,}026\,\mathrm{Re}_x^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{0,33}\,(x_0/x)^{0,8}. \qquad (12)$$

То обстоятельство, что показатели степени при (x_0/x) и Re_x равны между собой, дает возможность упростить выражение общей зависимости и записать

$$\mathrm{Nu}_{x,0} = 0{,}026\,\mathrm{Re}_{x,0}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{0,33}. \qquad (13)$$

Формула (13) аналогична общеизвестной зависимости для теплообмена продольно обтекаемой трубы при турбулентном пограничном слое. Лишь значение постоянной на 10% ниже.

Таким образом, результаты настоящего исследования подтверждают выводы других авторов [6, 10] о том, что для расчета теплообмена продольно обтекаемой плиты с начальным необогреваемым участком в турбулентном потоке воздуха можно пользоваться зависимостью плиты, обогреваемой по всей длине. При этом в качестве определяющего размера как для числа Нуссельта, так и для числа Рейнольдса следует принимать не полную длину плиты, а лишь часть ее, участвующую в теплообмене.

Следует заметить, что в условиях настоящего исследования весь теплообменный участок был расположен вдали от переднего края плиты, где толщина гидродинамического пограничного слоя практически уже не растет. Поэтому можно считать, что интенсивность теплообмена полностью определяется развитием теплового пограничного слоя, т. е. расстоянием от начала обогрева. Вероятно, этого нельзя утверждать для случаев, когда $l_н$ мало, т. е. для участка вблизи переднего края. Очевидно, тогда следует принимать во внимание и абсолютные величины $l_н$ и l_0.

Обозначения

l, x — длина обтекания; $l_н$, $x_н$ — длина необогреваемого участка; l_0, x_0 — длина от начала обогрева; $\mathrm{Pr} = \nu/a$ — критерий Прандтля; $\mathrm{Re} = ul/\nu$; $\mathrm{Re}_0 = ul_0/\nu$ — среднее значение критерия Рейнольдса; $\mathrm{Re}_x = ux/\nu$, $\mathrm{Re}_{x,0} = ux_0/\nu$ — местное значение критерия Рейнольдса; $\mathrm{Nu} = \alpha l/\lambda$, $\mathrm{Nu}_0 = \alpha l_0/\lambda$ — среднее значение критерия Нуссельта; $\mathrm{Nu}_x = \alpha x/\lambda$, $\mathrm{Nu}_{x,0} = \alpha x_0/\lambda$ — местное значение критерия Нуссельта.

Литература

1. Jakob M. and Dow W. Transactions of the ASME, **68**, 123—134, 1946.
2. Maisel D. and Scherwood T. Chemical Engineering Progress, **46**, 131—138, 1950.
3. Tessin W. and Jakob M. Transactions of the ASME, **75**, 473—481, 1953.
4. Seban R. and Doughty Transactions of the ASME, **78**, 217, 1956.
5. Eichhorn, Eckert E., Anderson. WADC, TR 58—33, July, 1958.
6. Амбразявичюс А. В. Труды АН ЛитССР, т. 3(19), 1959.
7. Furber B. W. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers, **168**, 847—860, London, 1954.
8. Sceca S. and Sauer F. Transactions of the ASME, **74**, 1251, 1952.
9. Rubesin M. NACA TN, 2345, 1951.
10. Михеев М. А. Сб. «Конвективный и лучистый теплообмен». Изд. ЭНИН АН СССР, 1960.
11. Чаплина А. И. ИФЖ, № 3, 1962.
12. Чаплина А. И. ИФЖ, № 7, 1962.

П. А. НОВИКОВ, Б. М. СМОЛЬСКИЙ

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ МЕЖДУ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ СТЕНКАМИ ПРИ СУБЛИМАЦИИ В УСЛОВИЯХ ВАКУУМА

Исследование явлений переноса тепла между параллельными стенками при естественной конвекции в условиях вакуума представляет интерес в некоторых отраслях техники. Это можно отнести к явлениям переноса тепла и вещества в прямоугольных каналах, щелях и других инженерных сооружениях.

При нормальных атмосферных условиях движение газа между пластинами вызывается разностью его плотности в гравитационном поле. Физически такой поток можно описать на основании учета тех объемных сил, которые его вызывают. В данном случае такими объемными силами являются силы тяжести, а разность плотностей для однородного газа вызывается градиентом температуры между пластинами. Условия теплообмена между пластинами могут существенно измениться, если менять местоположение и расстояние между пластинами в гравитационном поле. Например, движение газа около пластин, расположенных горизонтально, имеет иной характер, чем движение, обусловленное вертикальным расположением. Для пластин, расположенных горизонтально, конвекция может отсутствовать, если температура верхней пластины выше температуры нижней.

Для газа, плотность которого уменьшается с ростом температуры, температурное поле обусловливается тем, что слои меньшей плотности располагаются над более плотными. В этом случае устанавливается стационарное состояние, при котором конвективные потоки не возникают и перенос тепла будет осуществляться только теплопроводностью, исключая, конечно, радиацию.

В случае если пластина, расположенная сверху, имеет более низкую температуру, чем нижняя, возникает поток тепла

через слой газа в направлении от нижней к верхней поверхности. Этот поток не вызовет конвективных течений до тех пор, пока произведение чисел $Gr \cdot Pr$ мало. При вертикальном расположении пластины, когда расстояние между пластинами небольшое, разность температур вызывает циркуляционное течение газа.

Для указанных трех случаев теплообмена между пластинами характер температурных кривых при нормальном атмосферном давлении различен.

С уменьшением общего давления газа между пластинами конвективные потоки ослабевают и температурные кривые имеют более пологий характер, чем подобные кривые для плотной среды. При теплообмене в разреженных газах толщина теплового пограничного слоя значительно больше, чем при атмосферном давлении. С понижением давления она увеличивается. Вследствие расширения пограничного слоя при теплообмене в вакууме молекулярные процессы переноса начинают уже приобретать важное значение. При низком давлении окружающей среды конвективное течение настолько ослабевает, что передача тепла осуществляется только теплопроводностью и излучением. Последнее, как известно, от давления не зависит, а является функцией температурного напора, чистоты поверхности, рода материала и характера расположения тел, участвовавших в теплообмене.

В случае теплообмена, осложненного массообменом, т. е. когда на поверхности одной из пластин происходит фазовое превращение, характер распределения температуры между пластинами значительно отличается от температурного поля между пластинами при «чистом» теплообмене. Такое существенное изменение температурного поля при сублимации в условиях вакуума обусловливается гидродинамикой процесса тепло- и массообмена. Чтобы установить полную гидродинамическую картину протекаемых явлений при сублимации в разреженной среде, необходимо знать распределение температуры, скоростей, давлений и концентраций между исследуемыми объектами. В настоящее время практически в условиях вакуума можно получить только распределение температурного поля.

В предлагаемой статье приводится характер распределения температуры между параллельными пластинами при их различном расположении в гравитационном поле.

Температурное поле исследовалось для трех случаев тепло- и массообмена:

1) горизонтальное расположение пластин (верхнее расположение пластины-нагревателя); 2) горизонтальное расположение пластин (нижнее расположение пластины-нагревателя); 3) вертикальное расположение пластин.

На рис. 1 приведено распределение температуры между параллельными пластинами в случае «чистого» теплообмена при общем давлении окружающей среды $30{,}6 \div 533$ $н/м^2$.

Как видно из графика, при изменении температуры пластины-нагревателя мы наблюдаем тождество кривых распределения температуры. Причем с ростом температуры нагревателя толщина теплового пограничного слоя увеличивается. На этом рисунке расстояние от поверхности нагревателя обозначено y и составляет 0,02 $м$ между пластинами. Когда поверхность пластины-нагревателя имела температуру 320° К,

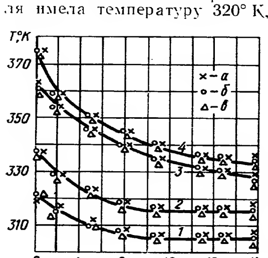


Рис. 1. Распределение температуры между параллельными пластинами для чистого теплообмена:

1 — температура поверхности нагревателя 320° К, 2 — 337, 3 — 360, 4 — 373° К

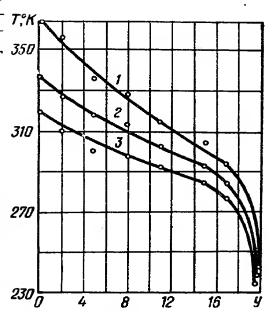


Рис. 2. Распределение температуры между параллельными пластинами при сублимации льда

толщина теплового пограничного слоя составляла 0,015 $м$. С увеличением температуры поверхности нагревателя до 337° К $\sigma_т$ возросла до $\sim$ 0,017 $м$. При дальнейшем увеличении температуры поверхности нагревателя до 360° К и 373° К толщина теплового пограничного слоя ($\delta_т$) перекрывает расстояние между пластинами, превышая величину 0,02 $м$. Таким образом, в указанном интервале давлений толщина теплового пограничного слоя является функцией только температуры поверхности нагревателя. При этом изменение расположения пластин в гравитационном поле не влияет на характер расположения кривых для указанных трех случаев теплообмена. В пределах пограничного слоя температура падает от значения, относящегося к поверхности пластины, до температуры газа вне прогреваемой зоны.

На рис. 2 приводится характер распределения температуры между параллельными пластинами, когда на поверхности одной из пластин происходит фазовое превращение — сублимация. В качестве сублимируемого материала применялся лед (H_2O). Процесс сублимации протекал при общем давлении окружающей среды, равном 30,6 $н/м^2$. Сублимируемая пластина располагалась на расстоянии $y = 0{,}02$ $м$ от пластины-нагревателя. Температура поверхности нагревателя изменялась от 315 до 363° К (кривые 1, 2, 3 показывают характер изменения температуры между пластинами при различной температуре нагревателя). Из рисунка видно, что кривые изменения температуры между пластинами при сублимации в разреженной среде имеют сложный характер.

На рис. 3 приведен характер изменения температуры между пластинами при постоянной температуре пластины-нагревателя для трех случаев теплообмена.

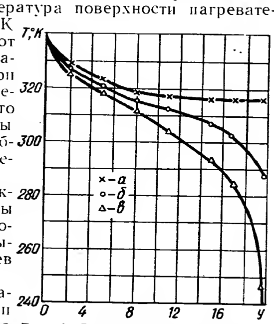


Рис. 3. Распределение температуры между параллельными пластинами для трех случаев теплообмена:

а — при чистом теплообмене, б — для теплообмена при сублимации углеводорода ($C_{10}H_8$), в — для теплообмена при сублимации льда (H_2O)

Анализ этих графиков показывает, что при сублимации вещества в условиях вакуума характер кривых изменения температуры между исследуемыми объектами имеет более сложную зависимость, чем в случае «чистого» теплообмена. Уравнение кривой распределения температуры и граничные условия в случае теплообмена при наличии сублимации будут значительно отличаться от соответствующих уравнений для «чистого» теплообмена. В случае «чистого» теплообмена, когда температура одной из пластин равна температуре окружающей среды вне пограничного слоя, температурное поле между параллельными пластинами для теплообмена имеет форму параболы, и распределение температуры в пределах пограничного слоя можно описать следующим уравнением:

$$\vartheta = \vartheta_w \left(1 - \frac{y}{\delta_т}\right)^2,$$

где $\vartheta_w = T_w - T_c$, T_w — температура поверхности пластины-нагревателя, T_c — температура среды вне пограничного слоя, $\vartheta = T_y - T_c$, T_y — температура среды в любой заданной точке между параллельными пластинами, y — расстояние между пластинами, $\delta_т$ — толщина теплового пограничного слоя.

Это уравнение удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$\vartheta = \vartheta_w \text{ при } y = 0,$$

$$\vartheta = 0 \text{ при } y = \delta_т .$$

Л. А. ФАЙНГОЛЬД

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ МАССОПЕРЕНОСА В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Среди оптических методов исследования процессов тепло- и массопереноса одним из наиболее совершенных и удобных является интерферометрический. Он позволяет надежно и с высокой точностью производить не только качественный, но и непосредственный количественный анализ конвективных процессов переноса.

Успешное применение этого метода для исследования теплообмена в условиях свободной конвекции началось сравнительно давно. Однако повышенный интерес к интерференционному методу в последнее время обусловлен потребностями и развитием новой техники, необходимостью исследования явлений, связанных со сверхзвуковыми скоростями и ударными волнами. Этим методом пользуются также при изучении процессов горения, диффузии, электролиза, растворения и т. д. Столь широкий диапазон применения интерферометрического метода объясняется рядом существенных преимуществ по сравнению с другими методами. Вот основные из них.

Исключается необходимость внесения в изучаемое пространство различных датчиков и приборов-измерителей, которые своим присутствием искажают изучаемую картину. В отдельных случаях, в частности при движении газа с большими скоростями или при течении узких сильно искривленных каналов, это преимущество становится решающим.

Метод обладает большой чувствительностью. В качестве примера можно указать на то, что он позволяет обнаружить и измерить местные изменения температуры плотного газа порядка 0,1° С.

Интерферометрический метод дает возможность исследовать процесс во всем изучаемом пространстве. Поэтому он незаменим при всестороннем физическом исследовании полей температур, концентраций и давлений потоков, пламен и т. д.

Этим методом можно успешно пользоваться для исследова-

ния нестационарных, быстропротекающих явлений (таких, как взрыв, распространение ударной волны и фронта пламени) в силу его практической безынерционности.

В данной работе ставилась цель с помощью интерферометрического метода измерить поля концентраций примеси (углекислый газ), вдуваемой в турбулентный пограничный слой через проницаемую поверхность в изотермических условиях.

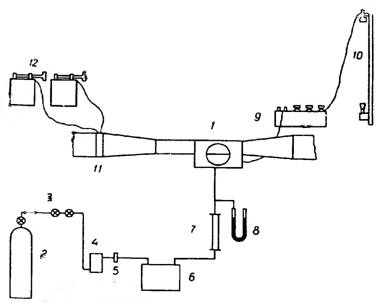


Рис. 1. Общая схема экспериментальной установки.
1 — рабочий створ аэродинамической трубы; 2 — баллон с углекислым газом; 3 — редукторы; 4 — осушитель; 5 — фильтр; 6 — термостат; 7 — ротаметр типа РС; 8 — ртутный манометр; 9 — потенциометр Р-306; 10 — зеркальный гальванометр; 11 — электрический нагреватель; 12 — автотрансформатор РНО

Экспериментальная установка представляет собой аэродинамический канал разомкнутого типа с закрытым рабочим створом длиной 0,8 *м* и сечением 190×360 *мм*. В его нижнюю стенку вмонтирована исследуемая пористая пластина (рис. 1). Вынужденное движение воздуха в трубе осуществлялось центробежным электровентилятором ЭВР-6. Скорость набегающего на пластину потока плавно варьировалась специальной задвижкой вплоть до 40 *м/сек*. Измерителем скорости служил комбинированный насадок Пито — Прандтля. Для поддержания заданного температурного уровня в трубе был установлен электрический нагреватель воздуха мощностью 17 *квт* с регулирующим автотрансформатором РНО-10. Точность регулировки температуры составляла порядка 0,2° С.

Углекислый газ подавался в рабочее тело из баллонов по резиновым шлангам через систему редукторов, фильтр из пористого металла, силикагелевый осушитель, термостат. Расход вдуваемого газа замерялся ротаметрами типа РС и поддерживался на заданном уровне с помощью специальных редукторов.

Изотермичность пограничного слоя обеспечивалась термостатированием углекислого газа до его поступления в стенку.

Для контроля температуры подаваемого газа на входе в модель и стенку установлены медь-константановые термопары диаметром 0,0001 *м*. Их показания фиксировались потенциометром Р-306 и чувствительным зеркальным гальванометром М-25/3.

Опытное тело в виде пористой пластины из нержавеющей стали размерами 0,28×0,035×0,005 *м* заделывалось на эпоксидном клею в секционированную коробку из органического стекла. Первые три секции имеют длину по 0,023 *м*, последующие три секции — по 0,07 *м*. Коробка одновременно служит ресивером для вдуваемого углекислого газа.

Для установки плоскости модели в аэродинамической трубе параллельно световому пучку интерферометра применялась прямоугольная призма. Угол отклонения пучка лучей, падающего на призму параллельно гипотенузной грани, не превышает 2 *сек*. Поэтому призма, установленная гипотенузной гранью на плоскость модели в аэродинамической трубе, не изменит направления пучка лучей, если плоскость модели параллельна пучку. Отклонения от параллельности обнаруживаются на экране, установленном за призмой, в виде двойной тени.

Измерение полей концентрации примеси производилось непосредственно стандартным интерферометром ИЗК-454. Для получения надежных количественных результатов прибор во время эксперимента предохраняется от всякого рода сотрясений и внешних температурных воздействий. Для этого предусматриваются особые эластичные соединения и теплоизоляция. Промежутки между защитными стеклами трубы и окнами интерферометра также ограждены от окружающего воздуха защитными «рукавами». Большое поле зрения позволяет одновременно контролировать пограничный слой на длине порядка 0,22 *м*. Для данного источника света (ртутная лампа сверхвысокого давления ДРШ-250) удобнее всего работать в зеленой части спектра ($\lambda = 5{,}46 \cdot 10^{-4}$ *мм*). Интерференционная картина настраивалась на вертикальные полосы конечной ширины.

Съемка изучаемого процесса производилась фотографической камерой «Зенит-С», смонтированной непосредственно на приборе. Достаточная яркость источника света позволила использовать в качестве светочувствительного материала пленки «Микрат-200» и «Микрат-300» с высоким коэффициентом контрастности и большой разрешающей способностью (200—300 лин/*мм*).

Несмотря на небольшой размер получающегося фотоснимка (диаметр 0,02 м) и малую толщину пограничного слоя, интерферограмма получается достаточно качественной и вполне пригодной для последующей расшифровки. Типичные интерферограммы диффузионного пограничного слоя на пористой пластине с изотермическим вдувом углекислого газа представлены на фотографиях (рис. 2). На них отчетливо видно развитие пограничного слоя по длине пластины, а также увеличение

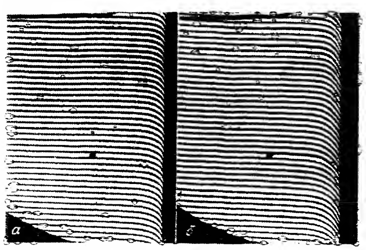


Рис. 2. Интерферограммы обтекания пористой пластины с изотермическим вдувом углекислого газа:
а — $G = 0{,}060$ кг/м²·сек; б — 0,1778 кг/м²·сек

его толщины с расходом подаваемого газа. Расшифровка подобных интерферограмм с видимыми на них невозмущенными полосами сводится по существу к определению величины отклонения полос от их первоначального (невозмущенного) положения в любом сечении пограничного слоя. Смещение полос на интерферограмме в этом случае очень удобно измерять с помощью универсального измерительного микроскопа УИМ-21. Этот микроскоп позволяет производить измерения в двух взаимно перпендикулярных направлениях (продольное перемещение 0,2 м, поперечное — 0,1 м) с точностью до 0,001 мм при увеличении до 50 раз.

Определение концентрации углекислого газа в смеси основано на том, что оптическое поведение молекул любого газа не зависит от того, находится ли этот газ отдельно или в смеси с другими газами [1, 2]. Поэтому рефракция при образовании смесей складывается аддитивно, т. е.

$$r = \sum r_i c_i . \tag{1}$$

Молярная рефракция газовой компоненты достаточно точно выражается в виде

$$r_i = (n_i - 1)\ \frac{RT}{P} . \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), найдем

$$n - 1 = c\,(n_{CO_2} - 1) + (1 - c)\,(n_в - 1). \tag{3}$$

В работе [3] показано, что показатель преломления в любом плоскопараллельном неоднородном течении можно опре-

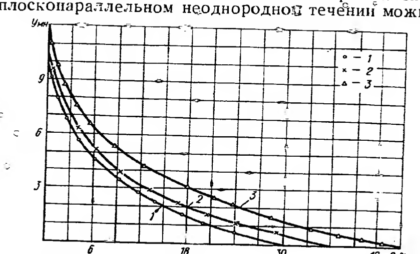


Рис. 3. Профили объемных концентраций при вдувании CO_2 в пограничный слой:
1 — $G = 0{,}0638$ кг/см²·сек; 2 — 0,1050; 3 — 0,1373

делить по относительному смещению интерференционных полос следующим образом:

$$n - 1 = n_в - 1 + \frac{\lambda}{l}\ \frac{\Delta}{b} . \tag{4}$$

Из соотношений (3) и (4) после несложных преобразований получим

$$c = \frac{\lambda}{l\,(n_{CO_2} - n_в)}\ \frac{\Delta}{b} . \tag{5}$$

Вычисление концентрации углекислого газа в пограничном слое производилось по формуле (5), где величина Δ/b определялась при расшифровке интерферограммы. Константы n_{CO_2} и $n_в$, входящие в эту формулу, определялись соотношением (4):

$$\left.\begin{aligned} n_{CO_2} - 1 &= \frac{P_в}{760}\cdot\frac{273}{T_в}\cdot 450\cdot 10^{-6}; \\ n_в - 1 &= \frac{P_в}{760}\cdot\frac{273}{T_в}\cdot 292\cdot 10^{-6}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Параметры воздуха отнесены к невозмущенному потоку в трубе.

Результаты измерений концентраций углекислого газа в течении пограничного слоя на расстоянии 200 *мм* от начала рабочего участка пластины при различных вдувах CO_2 и скорости набегающего потока 25 *м/сек* приведены на рис. 3. Видны утолщения и деформация профиля концентраций, связанные со вдувом.

На рис. 4 приведены профили концентрации при различном вдуве в безразмерных координатах. Как показано в работе [5], существует линейная зависимость между концентрацией и коэффициентом преломления. Следовательно, смещение интерференционной полосы пропорционально изменению концентрации, т. е.

Рис. 4. Профили скоростей и относительных концентраций при вдувании CO_2 в пограничный слой (u_∞ 25 *м/сек*):

Профили скоростей: I — без вдува; II — $G = 0,0938$ *кг/м²·сек*. Профили концентраций: 1 — $G = 0,0938$ *кг/м²·сек*; 2 — 0,1250; 3 — 0,1573

$$\frac{\Delta}{\Delta_w} = \frac{c}{c_w} \text{ или}$$

$$1 - \frac{\Delta}{\Delta_w} = \frac{c_w - c}{c_w} \qquad (7)$$

Таким образом, по формуле (7) можно непосредственно рассчитать профиль относительных концентраций в пограничном слое при вдуве углекислого газа.

На рис. 4 для сравнения построены профили скоростей при отсутствии вдува и со вдувом ($G = 0,0938$ *кг/м²·сек*) для того же сечения, где измерялись профили концентраций. Измерение производилось с помощью микротрубки полного напора. График убедительно показывает заметное различие между профилями скоростей и концентраций.

Оценим возможности интерферометра ИЗК-454 при измерении концентраций углекислого газа. Заметное смещение полос при расшифровке интерферограмм под микроскопом составляет порядка 0,00001 *м*. При нормальных условиях ($p = 760$ *мм* рт. ст. и $T = 293°$ K) для данного эксперимента ($\lambda = 5,46 \cdot 10^{-4}$ *мм*, $l = 0,035$ *м*, $b = 0,00026$ *м*), используя уравнения (5) и (6), получаем минимальное изменение концентрации, определяемое по интерферограмме $c \approx 0,4\%$.

Обозначения

c — молярная или объемная концентрация примеси; P, $P_в$ — соответственно давление смеси и воздуха; T, $T_в$ — соответственно температура смеси и воздуха; n, $n_в$, n_{CO_2} — соответственно показатели преломления смеси, воздуха и углекислого газа; r_i — молярная рефракция газовой компоненты; R — универсальная газовая постоянная; l — ширина неоднородности; λ — длина волны света; Δ — абсолютное смещение интерференционной полосы; b — расстояние между невозмущенными полосами (ширина полос); y — расстояние перпендикулярно поверхности пластины; u — горизонтальная составляющая скорости; δ — толщина гидродинамического пограничного слоя; δ_g — толщина диффузионного пограничного слоя; G — удельный весовой расход углекислого газа; индексы: w — параметры на стенке; ∞ — параметры невозмущенного потока.

Литература

1. Ландсберг Г. С. Оптика. Изд. 4-е. М., Гостехиздат, 1957.
2. Мугалев В. П. Экспериментальное изучение турбулентного пограничного слоя на пластине при вдувании воздуха и углекислого газа в сверхзвуковом потоке. Труды МФТИ. М., Оборонгиз, 1959.
3. Лихушин В. Я. Диссертация. М., 1952.
4. Кэй Д. и Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. М., Физматгиз, 1962.
5. Lin C. S., Moulton R. W., Patnam G. L. Interferometric Measurements of Concentration Profiles in Turbulent and Streamline Flow. Ind. Eng. Chem., 42, 640, 1953

Б. М. СМОЛЬСКИЙ, Н. Т. ЭЛЬПЕРИН

ВЛИЯНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ ПОВЕРХНОСТИ НА ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА В СИСТЕМАХ КАПЕЛЬНАЯ ЖИДКОСТЬ — ТВЕРДОЕ ТЕЛО

Вопрос о влиянии смачиваемости поверхности раздела фаз на процессы переноса в гетерогенных системах типа капельная жидкость — твердое тело до сих пор еще не достаточно изучен, и в современной литературе о нем имеются прямо противоположные мнения [1]. В то же время влияние смачиваемости на тепло- и массообмен в трехфазных системах газ — жидкость — твердое тело доказано экспериментально и получило уже общее признание.

Так, например, общепризнанным является влияние смачиваемости на теплообмен при конденсации и кипении [2—4]. Экспериментально выявлено также влияние смачиваемости на процессы массопереноса в насадочных экстракционных колоннах [5].

Влияние поверхностной энергии твердой фазы на процессы обмена в этих системах обусловлено возможностью оказывать воздействие на преимущественный контакт между отдельными фазами системы, обладающими различной физической активностью.

Многими исследователями обнаружено влияние смачиваемости на теплообмен в двухфазных системах жидкий металл — поверхность нагрева [4, 6].

Учитывая большое практическое значение этого вопроса, в последнее время в ИТиМО АН БССР было поставлено ряд работ по выявлению влияния смачиваемости на процессы переноса в гетерогенных системах капельная жидкость — твердое тело. Часть этих исследований дала положительный результат, т. е. было обнаружено влияние смачиваемости на процессы переноса [1, 7].

В то же время в некоторых работах был получен отрицательный результат. Так, например, отрицательный результат дали опыты с маятником, колеблющимся в капельной жидкости. Обработка поверхности маятника лиофильными и лиофобными веществами, а также активация жидкости не изменяли декремент затухания колебательного движения маятника. Ниже излагаются результаты экспериментов, проведенных в ИТиМО АН БССР, подтвердившие влияние смачиваемости на процессы переноса.

ВЛИЯНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТРУБ

Определялось гидродинамическое сопротивление трения при течении жидкости по трубкам. При проведении экспериментальных исследований особое внимание обращалось на физико-химическую чистоту внутренней поверхности исследуемых трубок. Необходимость очистки поверхности трубок перед опытом вытекает из взглядов современной физической химии на процессы адсорбции, согласно которым любая твердая поверхность в результате явлений адсорбции покрыта слоями атомов и молекул, чуждых данной фазе. Как известно, эти адсорбционные пленки существенно влияют на процесс внешнего трения твердых тел. Логично предположить также, что, меняя потенциал свободной поверхности твердого тела, эти пленки должны оказывать влияние также и на трение жидкости о твердую стенку. Проведенные опыты подтвердили это предположение.

Очистка поверхности труб от адсорбированных пленок осуществлялась путем протирания их поверхности высокодисперсным активным материалом (угольный порошок и т. п.).

На основании полученных данных о времени истечения жидкости определялось значение коэффициента трения трубопроводов, изготовленных из различных материалов: для дистиллированной воды и воды с различными активирующими добавками.

При проведении опытов с активированной водой было обнаружено, что сразу после добавки поверхностно-активного вещества никакого эффекта не обнаруживается и время истечения остается таким же, как для дистиллированной воды.

Эффект от поверхностно-активного вещества возникает постепенно и, достигнув максимума, сохраняется в дальнейшем неизменным. Длительность периода стабилизации от начала опыта до достижения максимального эффекта колебалась в пределах 1—10 *мин* и более. Это явление можно объяснить исходя из известного в физической химии понятия о латентном (скрытом) периоде как о времени, необходимом для достижения полной ориентации активных (полярных) молекул на поверхности твердого тела.

Таблица

Сводная таблица результатов исследований по выявлению влияния поверхностно-активных веществ на коэффициент трения

Характеристика жидкой фазы	Материал трубки	Подготовка поверхности трубки к опыту	Внутренний диаметр трубки, мм	Длина трубки, м	Критерий Рейнольдса (средний за период истечения)	Коэффициент трения (средний за период истечения)	Изменение коэффициента трения в результате активации жидкости
Вода дистиллированная	латунь	поверхность не очищалась	8,0	0,455	3230	0,132	—
Вода активированная (1%-ный водный раствор фенола)	»	»	8,0	0,455	3230	0,142	1,0
Вода дистиллированная	»	ювенильн. поверхн.	8,0	0,455	4160	0,129	—
Вода активированная (1%-ный раствор фенола)	»	»	8,0	0,455	4240	0,121	0,935
Вода дистиллированная	медь	»	3,7	0,375	1970	0,0365	—
Вода активированная (1%-ный раствор фенола)	»	»	3,7	0,375	2100	0,286	0,784
Вода дистиллированная	стекло	»	6,2	0,555	3230	0,0473	—
Вода активированная (1%-ный раствор фенола)	»	»	6,2	0,555	3360	0,0405	0,855
Вода дистиллированная	сталь	»	10,0	0,815	2720	0,232	—
Вода активированная (1%-ный раствор фенола)	»	»	10,0	0,815	2820	0,21	0,905
Вода дистиллированная	»	поверхн. очищенная	2,0	0,630	521	0,0874	—
Вода активированная (1%-ный раствор фенола)	»	»	2,0	0,630	516	0,0915	1,05
Вода дистиллированная	латунь	ювенильн. поверхн.	4,2	0,610	2270	0,0442	—
Вода активированная (1%-ный раствор фенола)	»	»	4,2	0,610	2400	0,0391	0,884
Вода дистиллированная	»	»	6,0	1,002	3030	0,048	—
Вода активированная (1%-ный раствор фенола)	»	»	6,0	1,002	3160	0,0424	0,882
Вода дистиллированная	дюралюминий	»	4,0	0,758	2050	0,0383	—
Вода активированная (1%-ный раствор фенола)	»	»	4,0	0,758	2160	0,0335	0,876
Вода активированная (0,2%-ный раствор ализорина красного С)	»	»	4,0	0,758	2140	0,0352	0,919
Вода активированная (0,2%-ный раствор ализорина красного С при $C_{KOH} = 0,1h$)	»	»	4,0	0,758	2140	0,0351	0,916
Вода дистиллированная	стекло	»	6,0	1,350	2950	0,0408	0,916
Вода активированная (0,2%-ный раствор ализорина красного С)	»	»	6,0	1,350	3060	0,0372	0,910
Вода активированная (0,2%-ный раствор ализорина красного С при $C_{KOH} = 0,01h$)	»	»	6,0	1,350	3050	0,0377	0,922
Вода дистиллированная	латунь	»	6,0	0,560	3520	0,0576	—
Вода активированная (0,2%-ный раствор ализорина красного С)	»	»	6,0	0,560	3710	0,0463	0,803
Вода активированная (0,2%-ный раствор ализорина красного С при $C_{KOH} = 0,01h$)	»	»	6,0	0,560	3740	0,0453	0,785

Обработанные в соответствии с изложенной методикой результаты исследований представлены в таблице. Как явствует из приведенных в таблице данных, в отдельных случаях наблюдается снижение коэффициента трения на 22%.

ВЛИЯНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ И СМАЧИВАЕМОСТИ НА НИЖНЕЕ КРИТИЧЕСКОЕ ЧИСЛО Re

Исследование проводилось на экспериментальной установке, представленной на рис. 1.

Из бака на одинаковой отметке были выведены через штуцера две горизонтальные стеклянные трубки с внутренним диаметром 0,0137 *м* и длиной $l = 1,4$ *м*. Одна из трубок на расстоянии $l_1 = 1,55$ *м* от входного сечения была снабжена кулачковым пульсатором. Кулачок пульсатора упирался в резиновый шланг, надетый на трубку.

На выходе трубок были установлены регулирующие краны и мерные баки. Во входные сечения трубок по оси вводилась подкрашенная жидкость. Струя подкрашенной жидко-

сти давала возможность визуально наблюдать за режимом движения в трубках. Температура воды в баке замерялась ртутным лабораторным термометром.

В первой серии опытов выявлялось влияние пульсаций скорости потока на $Re_к$. При этом замерялись температура воды, расход ее через трубку, длительность опыта, частота пульсаций. Предварительно проводились опыты при отсутствии пульсаций. Визуально устанавливался режим, отвечающий переходу от ламинарного режима течения к турбулентному, и определялось минимальное $Re_к$, которое лежало в пределах 2250—2350. В опытах с пульсациями, которые создавались в одной из трубок, во второй трубке сохранялся, как эталонный, переходной режим с $Re_к = 2300$. При этом создавалась возможность путем изменения расхода визуально подбирать в трубке с пульсациями (а в дальнейшем и в трубке с гидрофибизированными стенками) такой же режим движения, как и в эталонной трубке. Наложение пульсаций снижало нижнее критическое число Рейнольдса. Результаты исследований приведены ниже.

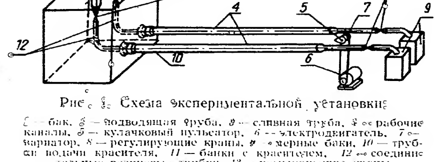


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 — бак, 2 — подводящая труба, 3 — сливная труба, 4 — рабочие каналы, 5 — кулачковый пульсатор, 6 — электродвигатель, 7 — вариатор, 8 — регулирующие краны, 9 — мерные баки, 10 — трубки подачи красителя, 11 — банки с красителем, 12 — соединительные резиновые трубки, 13 — регулирующие краны

n, *гц*	0	2.65	5.74	10.72	17.24	19.92
$Re_к$	2310	1750	1699	1597	1533	1511

Максимальное отклонение от приведенных средних значений не превышало 2%.

После выключения пульсатора при режимах течения с невысокими значениями числа Рейнольдса турбулентные пульсации постепенно исчезали, и в течение 1—2 *сек* поток из турбулентного вырождался в ламинарный.

Для выявления влияния пульсаций на расход жидкости определялось отношение $Re_n / Re = p$ при неизменном положении регулировочного крана. Это отношение соответственно равнялось при $n = 2{,}65$ $p = 0.985$; при $n = 19.92$ $p = 0.96$.

Во второй серии опытов выявлялось влияние смачиваемости на критическое число Рейнольдса. При этом внутренняя поверхность трубки, снабженной пульсатором, обрабатывалась гидрофобизирующей кремнеорганической жидкостью ГКЖ-94 (полиэтилгидросилоксаном). В этом случае $Re_к$ снижалось до 1750. Средняя квадратичная ошибка опытов составляла 5,5%.

Наложение пульсаций скорости на поток в гидрофобизированной трубке дополнительно снижало $Re_к$ до 1200 ÷ 1300.

ВЛИЯНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ НА ТЕПЛООБМЕН

Влияние смачиваемости на теплообмен изучалось на экспериментальной установке, состоящей из латунной трубки ($d_н / d_в = 0{,}008$ *м*/0,068 *м*, $l = 1{,}52$ *м*), пропущенной через ванну, вода в которой поддерживалась при постоянной температуре с помощью электронагревателя и реостата. Через трубку пропускалась вода, количество которой регулировалось краном и измерялось мерным баком. Температура воды на входе и выходе в трубку измерялась при помощи хромель-копелевых термопар, изготовленных из проволоки $\delta = 0{,}0005$ *м*; температура стенки трубки измерялась посредством 4 медь-константановых термопар, изготовленных из проволоки $\delta = 0{,}0001$ *м*, горячий спай которых зачеканивался в стенку трубки. Холодные спаи термопар термостатировались.

В измерительной схеме использовались низкоомный потенциометр ППТН-1 и зеркальный гальванометр ГЗП-47.

Для проверки методики эксперимента первая серия опытов проводилась на трубе, не обработанной гидрофобизирующей жидкостью. Результаты опытов представлены на рис. 2. Экспериментальные данные с точностью ±8% аппроксимировались формулой

$$Nu_l = 0{,}0218 Re_l^{0,8} Pr^{0,43} (Pr_l / Pr_{ст})^{0,25},$$

которая хорошо согласуется с данными других авторов [3].

Во второй серии опытов изучался теплообмен для случая, когда внутренняя поверхность трубки была обработана гидрофобизирующей кремнеорганической жидкостью ГКЖ-94.

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Методика эксперимента была такой же, как и в первой серии опытов по теплообмену.

При обработке результатов этих опытов ввиду отсутствия точных данных о теплофизических свойствах термически обработанных тонких адсорбированных пленок ГКЖ-94 учет термических сопротивлений последних проводился по предельным характеристикам для $r_{min} = 0$, $r_{max} = \delta/\lambda$.

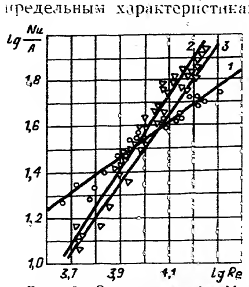


Рис. 2. Зависимость $A = Nu_f \{Pr_f^{0,43}(Pr_f/Pr_w)^{0,25}\}^{-1} = f(Re_f)$:

1 — трубка без покрытия, [illegible] — стенки трубки, покрытые ГКЖ-94 (с учетом термического сопротивления пленки гидрофобизирующего вещества), 3 — то же, без учета термического сопротивления пленки

Результаты экспериментов, представленные на рис. 2, в пределах $5000 < Re < 20\,000$ аппроксимируются зависимостями:

для $r_{min} = 0$

$$Nu_f = 1{,}91\cdot 10^{-[illegible]}\, Re_f^{1,56}\, Pr_f^{0,43}\left(\frac{Pr_f}{Pr_w}\right)^{0,25};$$

для r_{max}

$$Nu_f = 0{,}93\cdot 10^{-5}\, Re_f^{1,56}\, Pr_f^{0,43}(Pr_f/Pr_w)^{0,25}.$$

Истинные зависимости для гидрофобизированной трубки лежат между приведенными предельными формулами, причем максимальное расхождение для Nu_f по этим формулам составляет 15,0%.

Проведенные исследования показали, что при невысоких числах Рейнольдса ($5000 < Re < 10\,000$) интенсивность теплообмена у гидрофобизированной трубки была меньше, чем у трубки без покрытия. При $Re > 10\,000$ интенсивность теплообмена для гидрофобизированной трубки выше, чем для трубки без покрытия.

Для объяснения обнаруженных эффектов и выявления всех влияющих на них факторов необходимо продолжить исследования как в сторону расширения круга изучаемых явлений, так и в сторону углубления и уточнения методик исследований.

Литература

1. Смольский Б. М., Эльперин И. Т. ИФЖ, № 7, 1962.
2. Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. ИЛ, М., 1958.
3. Мак-Адамс В. Х. Теплопередача. М., Металлургиздат, 1961.
4. Эккерт Э. Р. и Дрейк Р. М. Теория тепло- и массообмена. М., Госэнергоиздат, 1961.
5. Osmon F. O., Himmelblau D. M. J. Chem. Engng. Data, № 6, 1961.
6. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М., Новиков И. И., Федынский О. С. Жидкометаллические теплоносители. М., Атомиздат, 1958.
7. Эльперин И. Т., Габерштейн Д. М., Левенталь Л. И. ИФЖ, № 9, 1964.

В. Е. АЕРОВ, В. А. ГЕРЦОВИЧ, В. С. КОРЕНЬКОВ

ИЗМЕРЕНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ПОТОКОВ НАГРЕТЫМ СПАЕМ ТЕРМОПАРЫ

Термоанемометрия за последние годы получила чрезвычайно широкое применение. В отечественной [1—3] и зарубежной [4] литературе можно найти как теоретическое обоснование термоанемометрии, так и целый ряд конкретных схем. Во всех опубликованных схемах в качестве датчика применяется или платиновая проволочка, или полупроводниковое сопротивление.

Нитяные датчики обладают сравнительно низкой механической прочностью, и тем не менее они получили большее распространение, чем термисторы, так как обладают довольно устойчивыми тарировочными характеристиками. Термисторы имеют довольно хорошие механические свойства, однако сильно подвержены старению и одновременно реагируют на многие параметры среды.

В опубликованной недавно работе [5] предлагается термоанемометр, чувствительным элементом которого является нагреваемый спай термопары. Этот датчик собирает в себе положительные свойства нити и термистора, т. е. он имеет стабильную характеристику и большую механическую прочность.

Чувствительные элементы такого типа можно разделить по способу нагрева на датчики косвенного и прямого нагрева. По методике измерений, как это принято в термоанемометрии [1], различают метод постоянного тока и метод постоянной температуры.

Рассмотрим датчик косвенного нагрева [5]. Конструкция такого датчика приведена на рис. 1.

Чувствительный элемент состоит из полой медной трубки *1*, через которую пропущен изолированный константановый провод *2*. Спай полусферической формы *3* сделан в торце. Медная трубка внешне электроизолирована слоем лака *4*, на которую намотан нагреватель *6*. Снаружи нагреватель теплоизолирован лаком *5*. Конец трубки, противоположный спаю, заделывается в изолятор *7*.

Этот датчик предназначен для измерения средних скоростей в диапазоне от 1 до 100 *м/сек*. Питание нагревателя осуществляется постоянным или переменным током.

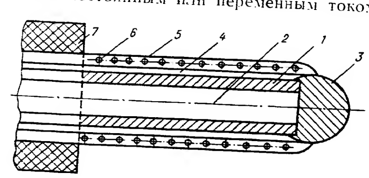


Рис. 1. Схема датчика косвенного нагрева:

1 — полая медная трубка, *2* — изолированный константановый провод, *3* — термоспай, *4*, *5* — изоляционное покрытие, *6* — обмотка нагревателя, *7* — державка датчика

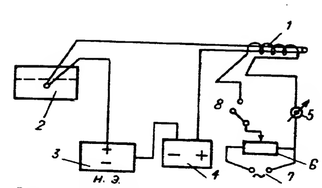


Рис. 2. Принципиальная схема термоанемометра с датчиком косвенного нагрева:

1 — чувствительный элемент, *2* — термостат, *3* — нормальный элемент, *4* — регистрирующий потенциометр, *5* — индикатор нагрева, *6* — реостат, *7* — источник питания, *8* — ключ

Рабочая характеристика описывается уравнением

$$E = k \cdot I^2 \cdot V^{-n}, \tag{1}$$

где E — термоэдс, I — ток в обмотке нагревателя, V — скорость потока, k — коэффициент, зависящий от конструкции датчика и физических свойств среды, n — величина, зависящая от режима течения.

Уравнение (1) справедливо при $k = 280$, $n = 0{,}45$.

На рис. 2 приведена принципиальная схема термоанемометра с использованием датчика, описанного выше.

Перед началом работы ключ *8* разомкнут, и схема работает как обычная схема измерения температуры. Э. д. с. термопары, пропорциональная температуре потока, компенсируется с помощью нормального элемента, и после замыкания ключа *8* прибор готов к измерению скорости.

При работе по методу постоянного тока через нагреватель пропускают ток определенной силы, который фиксируется прибором *5*. Термоэдс, соответствующая этому нагреву, регистрируется потенциометром *4*. При обдуве датчика термоэдс падает и при достаточно большой скорости потока становится равной нулю. Отсюда видно, что чувствительность прибора по скорости нелинейна.

При работе по методу постоянной температуры, как и в первом случае, сначала измеряют температуру потока и производят температурную компенсацию. После замыкания ключа *8* реостатом *6* устанавливают необходимую температуру спая, которая в свою очередь фиксируется потенциометром *4*. При изменении скорости потока температуру спая поддерживают неизменной регулированием тока через нагреватель, величина которого определяется по показаниям амперметра *5*. Этот ток пропорционален скорости потока. Очевидно, в этом случае чувствительность прибора по скорости линейная и зависит от величины поддерживаемой э. д. с., т. е. от температуры горячего спая. Температура последнего ограничена в первую очередь рабочей температурой изолирующих материалов. Для кремнийорганических лаков максимальная допустимая температура 250—280° С.

Метод косвенного нагрева обладает целым рядом существенных недостатков: 1) сложность изготовления такого датчика достаточно малых размеров, 2) большая инерционность (время установления э. д. с. 40—50 *сек*), 3) зависимость теплообмена датчика от положения в потоке.

Нами предложен прибор, в котором чувствительным элементом является спай термопары, непосредственно нагреваемый переменным током. Принципиальная схема такого прибора приведена на рис. 3.

Работа прибора аналогична рассмотренному выше. В исходном положении ключ *8* разомкнут, термопара в этом случае измеряет температуру потока. Термоэдс компенсируется, как и раньше, с помощью нормального элемента *3*. Затем ключ *8* замыкают и с помощью автотрансформатора *9* устанавливается заданная температура спая *1*, которая в процессе измерений поддерживается неизменной. Фильтр, состоящий из конденсатора *6* и дросселя *5*, позволяет разделить постоянный ток термоэдс и переменный ток питания.

Для нагрева спая можно использовать промышленный ток с частотой 50 *гц*.

Датчик прямого нагрева представляет собой обычную термопару. Для изготовления берется константановый и медный провод диаметром 0,5 *мм*. Кончики проводов травятся в «царской водке» до диаметра 0,05—0,1 *мм*, а затем свариваются. При таком изготовлении сопротивление спая термопары значительно выше сопротивления подводящих проводов и все тепло равномерно подводится непосредственно к измерительной поверхности.

Прямой способ нагрева требует значительно меньшей мощности, чем косвенный, для нагрева спая до одной и той же

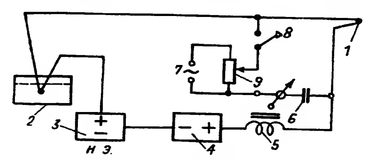


Рис. 3. Принципиальная схема термоанемометра с датчиком непосредственного нагрева:

1 — термоспай, *2* — термостат, *3* — нормальный элемент, *4* — регистрирующий потенциометр, *5* — дроссель фильтра, *6* — конденсатор фильтра, *7* — источник питания, *8* — ключ, *9* — автотрансформатор

температуры. Кроме того, изготовить такой датчик даже очень малого размера сравнительно просто. Незначительные размеры датчика делают его малоинерционным. Отсутствие тепло- и электроизоляции снимает основное ограничение по температуре и позволяет работать с более высокими нагревами спая, чем в предыдущем методе. Это в свою очередь позволяет значительно повысить общую чувствительность прибора.

Малая масса спая и возможность выделения большого количества тепла в малый промежуток времени позволяют применить метод прямого нагрева для измерений пульсаций скорости. Известно, что тепловую инерцию спая можно значительно уменьшить, применяя специальные электронные схемы. При работе по методу постоянной температуры можно ввести усилитель обратной связи. В этом случае тепловая инерция спая уменьшится на коэффициент усиления усилителя, последний же можно сделать достаточно большим. Термоанемометр с таким усилителем можно применять для изучения высокочастотных процессов.

Прибор с датчиком прямого нагрева, позволяющий измерять пульсации скорости, в настоящее время разрабатывается в ИТпМО АН БССР.

Литература

1. Смирнов Г. В. Тр. ЛПИ, № 217, 1961.
2. Гольдштик М. А. ИФЖ, № 9, 1959.
3. Антонишин Н. В. ИФЖ, № 5, 1963.
4. Hinze I. O. Turbulence. New York—Toronto—London, 1959.
5. Гуревич И. Г., Филиппов Э. П. Электротехника, № 8, 1964.

В. Е. АЕРОВ, О. Г. МАРТЫНЕНКО, И. С. РЕВЗИН, Б. И. ФЕДОРОВ

ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛИЗАЦИИ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА НА ТЕПЛООБМЕН В РАДИАТОРЕ

Исследованиями различных авторов установлено, что в процессе теплообмена между телом и омывающим его воздушным потоком существенную роль играет турбулизация потока, которая может значительно изменять общее количество передаваемого тепла. Общеизвестная тепловая шкала турбулентности Лойцянского — Шваба показывает увеличение числа Nu для шара на 30—35% с возрастанием степени турбулентности потока ε от 0,5 до 3%. Повышение числа Nu до 50% с ростом ε наблюдалось также в работах [2—5].

Эти данные свидетельствуют о том, что использование предварительно турбулизированного воздушного потока в различного типа промышленных теплообменниках может существенно повысить их эффективность.

С целью получения качественной картины процесса и его количественных характеристик была проведена экспериментальная работа, в которой исследовалась теплоотдача масляного радиатора автомобильного типа при различных степенях турбулентности обдувающего его воздушного потока.

Как известно, в настоящее время на всех автомобилях воздух через радиатор просасывается вентилятором, расположенным за ним.

Если же изменить их взаимное расположение, т. е. установить вентилятор перед радиатором, то радиатор будет обдуваться воздушным потоком, сильно турбулизированным лопастями вентилятора. При такой схеме можно ожидать заметного повышения эффективности радиатора. Исследование было проведено на экспериментальной установке, показанной на рис. 1.

Горячее масло из системы смазки двигателя циркулировало через трубчато-пластинчатый радиатор. Основные данные радиатора следующие: объем — $0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}135$ *м*; число рядов в глубину — 6; расстояние между трубками по фрон-

ту — 0,011 *м*; расстояние между пластинами — 0,003 *м*; трубки плоскоовальные размером 0,017 · 0,0035 *м*.

Выбор в качестве объекта исследования масляного радиатора, а не водяного объясняется тем, что установленный на стенде двигатель имел проточную водяную систему охлаждения. Радиатор обдувался четырехлопастным автомобильным вентилятором, который приводился во вращение электродви-

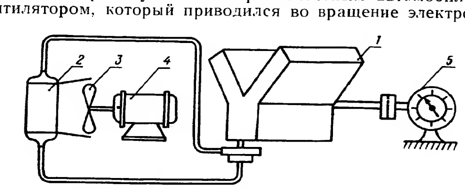


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 — двигатель внутреннего сгорания, *2* — радиатор, *3* — вентилятор, *4* — электродвигатель, *5* — тормозное устройство

гателем с постоянным числом оборотов. Изменение направления воздушного потока на обратное достигалось путем поворота вентилятора вокруг вертикальной оси с одновременным реверсированием электродвигателя.

При постоянных нагрузке, числах оборотов двигателя и вентилятора замерялись температуры стенок трубок радиатора, а также масла и воздуха на входе в радиатор и на выходе из него. Измерения проводились медь-константановыми термопарами с отсчетом показаний на ПМС-48 с соответственно подобранными к нему ГМП и ГЗП-47.

Помимо температурных измерений, снимались поля скоростей и степени турбулентности воздушного потока до и после радиатора при помощи термоанемометра АТА-2. Термоанемометр АТА-2 рассчитан, как и другие типы анемометров, для измерений только в изотермических холодных потоках несжимаемого газа. Поскольку воздух при выходе из радиатора имел температуру около 60° C, пришлось применить специально разработанную методику [7] измерения степени турбулентности горячих потоков газа.

Проведенные в различных сечениях по высоте и по всей ширине радиатора измерения показали (рис. 2), что поля скоростей перед радиатором и абсолютные значения скорости воздуха практически одинаковы как при просасывании, так и при проталкивании воздуха через радиатор.

Совершенно иная картина наблюдается, если сравнить степени турбулентности воздуха перед радиатором (рис. 3).

Как следует из рисунка, при проталкивании воздуха через радиатор интенсивность турбулентности ε повышается примерно в 4—5 раз по сравнению с обычной схемой, достигая в среднем величины 10—12%. Измерения, проведенные по новой модели автомобиля МАЗ-500, также показали недостаточную турбулизацию (до 2%) потока воздуха облицовкой автомобиля при работе радиатора по обычной схеме уста-

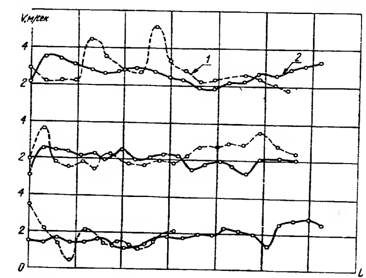


Рис. 2. Поля скоростей воздушного потока перед радиатором в различных сечениях по высоте:

1 — при обычной схеме, *2* — при применении «толкающего» вентилятора

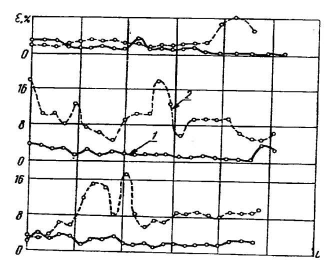


Рис. 3. Поля турбулентности воздушного потока перед радиатором в различных сечениях по высоте:

1 и *2* — как на рис. 3

новки вентилятора. Для оценки интенсификации теплообмена в радиаторе турбулизацией набегающего потока при применении схемы «толкающего» вентилятора использовались балансовые соотношения:

$$\alpha F(t_1 - t_\infty) = Gc_p(t_{вых} - t_{вх}),$$

$$\alpha_1 F(t_2 - t_\infty) = Gc_p(t'_{вых} - t'_{вх}),$$

где G — расход масла, c_p — теплоемкость масла, α — коэффициент теплоотдачи, F — площадь радиатора, t_1 и t_2 — температура стенки при различных схемах работы, t_∞ — температура воздуха, $t_{вх}$ — температура масла на входе в радиатор, $t_{вых}$ — температура масла на выходе из радиатора.

Поскольку двигатель в обоих случаях работал при постоянных оборотах и нагрузке, то для сравнения коэффициентов теплообмена, как следует из формулы, необходимо было измерять температуру воздуха и масла на входе в радиатор и на выходе из него. Средние значения результатов измерений представлены в таблице.

Таблица

Схема	Температура масла, °C		Температура воздуха, °C		$\frac{\alpha_{обр}}{\alpha_{пр}}$
	на входе	на выходе	на входе	на выходе	
Прямая	59,2	53,8	20	[illegible]	245
Обратная	60,7	53,7	20	[illegible]	

Как следует из полученных результатов, перепад температур масла ($t_{вых} - t_{вх}$) при обратной схеме оказался выше, чем при прямой. Перепад температур воздуха при обратной схеме также оказался больше.

Отношение $\alpha_{обр}/\alpha_{пр}$, равное примерно 1,25, показывает, что эффективность радиатора при применении «толкающего» вентилятора возросла на 25% в среднем. При этом необходимо отметить, что наиболее интенсивно работают первые по ходу воздуха ряды трубок, так как, проходя через каналы радиатора, воздушный поток постепенно стабилизируется, пульсации затухают, а следовательно, влияние их на теплообмен снижается.

Таким образом, можно заключить, что установка «толкающего» вентилятора на транспортных машинах позволяет значительно уменьшить размеры и вес радиатора, что дает существенную экономию цветного металла.

Литература

1. Хинце И. О. Турбулентность, ее механизм и теория. 1963.
2. Giedt W. H. Effect of Turbulence Level of Incident Air Stream of Local Heat Transfer and Skin Friction on a Cylinder. J. of Aero. Sci., 18, 1951.
3. Лойцянский Л. Г. и Шваб Б. А. Труды ЦАГИ, № 329, 1935.
4. Comings E. W., Clapp I. T., Taylor I. E. Ind. Eng. Chem., 40, 1096, 1948.
5. Reiher H. Mitt. Forsch., 269, 1, 1925.
6. Жуковский В. С. Основы теории теплопередачи. Госэнергоиздат, 1960.
7. Техническая гидродинамика. Труды Ленинградского политехнического института, № 230, 1964.

В. Е. АЕРОВ, О. Г. МАРТЫНЕНКО, И. С. РЕВЗИН,
Б. И. ФЕДОРОВ

ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА НА РАЗМЕРЫ ТЕПЛОПЕРЕДАЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В настоящее время турбулизация потока самыми различными способами (поперечные выступы, разнообразные вставки, закрутка потока и т. п.) с целью интенсификации теплообмена находит все большее распространение в промышленных теплообменных аппаратах и установках.

Использование интенсификации процесса теплообмена приводит к уменьшению габаритов теплообменников и их металлоемкости или же к увеличению теплосъема. Однако с возрастанием коэффициента теплообмена увеличивается и гидравлическое сопротивление аппаратов, причем возрастание коэффициента гидравлического сопротивления может превосходить в десятки раз увеличение коэффициента теплообмена.

Поэтому желательно установить соотношение между ростом сопротивлений и изменением коэффициентов теплоотдачи до и после интенсификации, при котором еще возможно уменьшение объема, занимаемого теплообменником. При этом подразумевается, что теплообменная поверхность должна обеспечивать то же количество передаваемого тепла и иметь то же гидравлическое сопротивление, что и до интенсификации процесса теплообмена.

В работе будем исходить из заданного расхода рабочего тела через теплообменный аппарат, давления и температуры рабочего тела перед теплообменником. Этими предположениями задача сводится к анализу влияния интенсификации процесса теплообмена на габариты, если в процессе интенсификации коэффициент теплоотдачи возрос в $\bar{\kappa}$ раз, а коэффициент сопротивления в $\bar{\xi}$ раз по сравнению с соответствующими значениями для гладкой поверхности без турбулизаторов.

Вначале рассмотрим следующий частный вопрос. Пусть площадь фронта F и эквивалентный диаметр $d_э$ остаются

неизменными как для теплообменника с гладкими каналами (обозначения без индексов), так и для теплообменника с турбулизаторами в каналах (обозначения с индексом „т“). Найдем изменение длины каналов, если в результате интенсификации теплообмена получили возрастание коэффициентов теплоотдачи в $\bar{\kappa}$ раз и увеличение коэффициентов сопротивлений в $\bar{\xi}$ раз. При этом должны остаться постоянными: $Q=Q_т$ — количество передаваемого тепла, $\Delta p = \Delta p_т$ — потери, $G = G_т$ — расход, $T = T_т$ — начальные температуры.

При постоянном расходе постоянство количества передаваемого тепла обеспечивается равенством

$$\alpha S = \alpha_т S_т, \tag{1}$$

которое можно преобразовать к виду

$$\alpha \frac{Fl}{d} = \alpha_т \frac{F_т l_т}{d_т}. \tag{2}$$

Так как эквивалентный диаметр d и площадь фронта F считаем одинаковыми как для поверхности с гладкими каналами, так и для поверхности с турбулизаторами, то

$$l_т = \frac{l}{\bar{\kappa}}, \tag{3}$$

где

$$\bar{\kappa} = \frac{\alpha_т}{\alpha}.$$

Таким образом, из условия сохранения количества передаваемого тепла при увеличении коэффициента теплоотдачи в $\bar{\kappa}$ раз, вследствие установки турбулизаторов, длину каналов l можно сократить в $\bar{\kappa}$ раз.

Но потери по тракту должны остаться прежними при возрастании коэффициента сопротивления в $\bar{\xi}$ раз, т. е.

$$\Delta p = \Delta p_т \tag{4}$$

или

$$\xi_т l_т = \xi l, \tag{5}$$

откуда

$$l_т = \frac{l}{\bar{\xi}}, \tag{6}$$

т. е. из условия сохранения постоянных потерь в каналах теплопередающей поверхности при установке турбулизаторов их длина должна быть уменьшена в $\bar{\xi}$ раз.

Возможны три случая.

1. Возрастание коэффициента теплоотдачи равно увеличению коэффициента сопротивления:

$$\bar{\kappa} = \bar{\xi}.$$

Длину каналов можно уменьшить в $\bar{\kappa} = \bar{\xi}$ раз.

2. Возрастание коэффициента теплоотдачи преобладает над увеличением коэффициента сопротивления:

$$\bar{\kappa} > \bar{\xi}.$$

Если оставить $Q = \text{const}$, то при уменьшении длины теплообменника в $\bar{\kappa}$ раз потери будут меньше против заданных в $\bar{\kappa}/\bar{\xi}$ раз.

Если исходить из $\Delta p = \text{const}$, то при уменьшении длины каналов в $\bar{\xi}$ раз получим рост Q против заданной в $\bar{k}/\bar{\xi}$ раз

3. Возрастание коэффициента сопротивления преобладает над увеличением коэффициента теплоотдачи:

$$\bar{\kappa} < \bar{\xi}.$$

В этом случае установка турбулизаторов для уменьшения длины теплообменника нежелательна, так как при передаче заданного количества тепла Q, т. е. при уменьшении длины каналов в $\bar{\kappa}$ раз, получим возрастание потерь против заданных в $\bar{\xi}/\bar{\kappa}$ раз. А если сохранить заданные потери Δp неизменными и уменьшить длину каналов в $\bar{\xi}$ раз, заданное количество тепла не передастся.

В подавляющем большинстве случаев интенсификации процесса теплообмена самыми различными способами, применяемыми на практике, наблюдается преобладающее возрастание коэффициента сопротивления по сравнению с увеличением коэффициента теплоотдачи. Таким образом, применение интенсификации в случае $F = \text{const}$ нецелесообразно.

Как уже указывалось, если фиксировать количество передаваемого тепла и уменьшить длину каналов в $\bar{\kappa}$ раз, потери возрастут в $\bar{\xi}/\bar{\kappa}$ раз. Снизить потери можно, уменьшив скорость движения рабочих жидкостей в каналах теплообменника, т. е. увеличив площадь живого сечения при постоянном расходе G.

Следовательно, в случае применения метода интенсификации, при котором получено большее возрастание коэффициента сопротивления по сравнению с коэффициентом теплоотдачи, можно остаться в пределах заданных Q и Δp, перекомпоновав теплообменик, т. е. увеличив его площадь фронта и уменьшив длину каналов.

Проанализируем, приведет ли подобная перекомпоновка размеров теплообменника к уменьшению занимаемого теплообменником объема.

Увеличить площадь живого сечения можно тремя способами:

1) добавлением определенного числа каналов того же эквивалентного диаметра ($d_э = \text{const}$; $n = \text{var}$);

2) увеличением эквивалентного диаметра каналов при сохранении неизменным их числа ($n = \text{const}$; $d_э = \text{var}$);

3) комбинацией первых двух способов.

Очевидно, результаты, полученные при применении 3-го способа, будут находиться между результатами первых двух предельных случаев.

Остановимся отдельно на каждом способе.

1. $d_э = \text{const}$; $n = \text{var}$.

Условие $Q = \text{const}$ дает

$$\alpha_т' S_т' = \alpha S,$$

откуда

$$l_т' = \frac{l}{\bar{\kappa}_1} \frac{F}{F_т'}. \tag{7}$$

При увеличении площади живого сечения, т. е. при уменьшении скорости движения рабочих жидкостей в каналах, изменяется также коэффициент теплоотдачи и коэффициент сопротивления для каналов с турбулизаторами, а следовательно, и отношение рассматриваемых коэффициентов. Учтем это изменение пока формальным обозначением $\bar{\kappa}_1$ и $\bar{\xi}_1$, в дальнейшем найдем для них аналитические выражения.

Очевидно, что изменение отношений коэффициентов теплопередачи и сопротивлений при условии сохранения потерь и количества передаваемого тепла в пределе заданных вызовет и несколько другое изменение габаритов (l', F', ...).

Из условия сохранения потерь неизменными можно найти

$$\frac{\xi l}{F^2} = \frac{\xi_т' l_т'}{F_т'^2},$$

откуда

$$\left(\frac{F_т'}{F}\right)^2 = \frac{\xi_т'}{\xi} \frac{l_т'}{l}. \tag{8}$$

Подставим отношение $l_т'/l$ (зависимость (7)), полученное из условия $Q = \text{const}$, в (8), тогда

$$\left(\frac{F_т'}{F_т}\right)^3 = \frac{\xi_т'}{\xi} \frac{\bar{\kappa}}{\bar{\kappa}_т'} \tag{9}$$

или в окончательном виде

$$F'_{т} = F\left(\frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\kappa}_1}\right)^{0,33}. \qquad (9')$$

При этом длина теплообменника уменьшится в $(\bar{\xi}_1\,\bar{\kappa}_1^2)^{-0,33}$ раз, т. е.

$$l'_{т} = l\sqrt[3]{\frac{1}{\bar{\xi}_1\,\bar{\kappa}_1^2}}. \qquad (10)$$

Таким образом, для сохранения потерь неизменными при уменьшении длины теплообменника в $(\bar{\xi}_1\,\bar{\kappa}_1^2)^{-0,33}$ раз площадь живого сечения должна быть увеличена в $(\bar{\xi}_1/\bar{\kappa}_1)^{0,33}$ раз.

Посмотрим, как изменится объем, занимаемый теплообменником,

$$\frac{V'_{т}}{V} = \frac{F'_{т}\,l'_{т}}{Fl}.$$

Проведя подстановку, получим

$$V'_{т} = \frac{V}{\bar{\kappa}_1}. \qquad (11)$$

Следовательно, применение интенсификации процесса теплообмена целесообразно с точки зрения уменьшения габаритов при

$$\bar{\kappa}_1 > 1,$$

т. е. до тех пор, пока за счет увеличения площади живого сечения теплообменника и соответственного уменьшения скорости отношение коэффициентов теплоотдачи не станет равным единице.

Примечательно, что уменьшение объема, занимаемого теплообменником, зависит не от гидравлических характеристик каналов, а только от тепловых, хотя сама перекомпоновка определяющих размеров теплообменника (уменьшение длины каналов и увеличение площади живого сечения) непосредственно связана как с тепловыми, так и с гидравлическими характеристиками.

В рассматриваемом варианте теплопередающая поверхность также уменьшится в $\bar{\kappa}_1$ раз, т. е.

$$S_{т} = \frac{S}{\bar{\kappa}_1}. \qquad (12)$$

Изменение числа каналов определяется следующей зависимостью:

$$n_{т} = n\left(\frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\kappa}_1}\right)^{0,33}. \qquad (13)$$

2. Увеличение площади фронта достигается увеличением эквивалентного диаметра $d_э$ каналов при сохранении их числа:

$$d_э = \text{var}; \quad n = \text{const}.$$

Из условия сохранения количества передаваемого тепла имеем

$$\alpha\frac{Fl}{d} = \alpha_{т}\frac{F'_{т}\,l'_{т}}{d'_{т}}. \qquad (14)$$

Площадь живого сечения можно представить в виде

$$F = n\,\Omega\,d_э^2,$$

где Ω — коэффициент пропорциональности.

Легко показать, что при подобном преобразовании геометрической формы каналов $\Omega = \text{const}$. Тогда (14) запишется следующим образом:

$$\alpha\,dl = \alpha'_{т}\,l'_{т}\,d'_{т}. \qquad (15)$$

Из условия сохранения неизменными потерь имеем

$$\xi\frac{l}{d}W^2 = \xi'_{т}\frac{l'_{т}}{d'_{т}}W'^2_{т}. \qquad (16)$$

Проведя несложные преобразования, получим

$$\left(\frac{d'_{т}}{d}\right)^5 = \frac{\xi'_{т}}{\xi}\,\frac{l'_{т}}{l}. \qquad (17)$$

Подставив решение $l'_{т}/l$ из зависимости (15) в выражение (17) найдем

$$d_{т} = d\sqrt[6]{\frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\kappa}_1}}. \qquad (18)$$

Таким образом, чтобы сохранить количество передаваемого тепла и потери неизменными, эквивалентный диаметр канала с турбулизаторами должен быть увеличен в $\left(\frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\kappa}_1}\right)^{0,167}$ раз. При этом длина теплообменника изменится следующим образом:

$$l_{т} = l\,(\bar{\xi}_1\,\bar{\kappa}_1^5)^{-0,167}. \qquad (19)$$

Площадь фронта теплообменника будет равна

$$F_т = F\left(\frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\kappa}_1}\right)^{0,33}, \tag{20}$$

т. е. увеличится в $(\bar{\xi}_1/\bar{\kappa}_1)^{0,33}$ раз.

С объемом теплообменника произойдет следующее изменение:

$$V_т = \frac{V}{\bar{\kappa}_1}\left(\frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\kappa}_1}\right)^{0,167}. \tag{21}$$

Таким образом, в данном случае применение интенсификации процесса теплообмена целесообразно с точки зрения уменьшения габаритов теплообменника при $\bar{\xi}_1 < \bar{\kappa}_1^7$, т. е. когда отношение коэффициента теплоотдачи после интенсификации и увеличения фронта к коэффициенту теплоотдачи до интенсификации в седьмой степени больше, чем соответствующее отношение коэффициентов сопротивлений.

Сопоставим, какой из двух разобранных способов дает больший выигрыш в габаритах. Сравнение возможно, так как оба способа дают одно и то же изменение площади живого сечения ((9) и (20)), что означает равенство значений $\bar{\kappa}_1$ и $\bar{\xi}_1$ в обоих вариантах (при равных начальных условиях):

$$V_т^{I} = \frac{V}{\bar{\kappa}_1} \quad \text{при} \quad d_э = \text{const}; \quad n = \text{var};$$

$$V_т^{II} = \frac{V}{\bar{\kappa}_1}\left(\frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\kappa}_1}\right)^{0,167} \quad \text{при} \quad d_э = \text{var}; \quad n = \text{const}$$

или

$$V_т^{I} = V_т^{II}\left(\frac{\bar{\kappa}_1}{\bar{\xi}_1}\right)^{0,167}. \tag{22}$$

Следовательно, увеличение площади фронта присоединением определенного числа каналов того же эквивалентного диаметра дает в $\left(\frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\kappa}_1}\right)^{0,167}$ раз большую экономию в габаритах, чем расширение площади фронта увеличением эквивалентного диаметра каналов при сохранении их числа. В последнем случае теплообменник получается длиннее.

До сих пор все операции производились с безразмерными величинами $\bar{\xi}_1$ и $\bar{\kappa}_1$, где индекс „1" означал, что они отвечают новой скорости в каналах теплообменника с турбулизаторами, уменьшенной за счет увеличения площади живого сечения, против скорости в каналах без турбулизаторов.

Найдем значения величин $\bar{\xi}_1$ и $\bar{\kappa}_1$, увязав их с тепловыми и гидродинамическими характеристиками каналов теплообменника, а также выражение для количественной оценки изменения площади живого сечения и длины теплообменника.

Обозначим увеличение площади живого сечения теплообменника через $\Delta F = F_т - F$, что соответственно вызовет уменьшение скорости

$$\Delta W = W - W_т,$$

где

$$W_т = \frac{G}{\gamma F_т} = \frac{G}{\gamma(F + \Delta F)} \quad \text{и} \quad W = \frac{G}{\gamma F}.$$

Безразмерный коэффициент теплоотдачи для каналов с турбулизаторами и без турбулизаторов соответственно равен

$$\text{Nu}_т = C_т' \text{Re}^m = C_т W_т^m \tag{23}$$

и

$$\text{Nu} = C_г' \text{Re}^n = C_г W^n. \tag{24}$$

Отношение коэффициентов теплоотдачи равно

$$\bar{\kappa}_1 = C'' \frac{W_т^m}{W^n},$$

где

$$C'' = \frac{C_т}{C_г}.$$

Для случая, когда площадь фронта остается без изменения,

$$W = W_т$$

и

$$\bar{\kappa} = C'' W^{m-n}. \tag{25}$$

Рассмотрим более подробно первый вариант как более эффективный с точки зрения максимального сокращения габаритов теплообменника (увеличение площади фронта достигается присоединением определенного числа каналов того же эквивалентного диаметра, т. е. $d_э = \text{const}$; $n = \text{var}$).

При уменьшении скорости движения рабочих жидкостей за счет увеличения площади фронта отношение коэффициентов теплоотдачи равно

$$\bar{\kappa}_1 = \frac{\bar{\kappa}_1}{\bar{\kappa}} = C\frac{F^n}{(F - \Delta F)^m}, \tag{26}$$

где

$$C = \frac{C_т}{C_г} G^{m-n} \gamma^{n-m}.$$

Коэффициент сопротивления для каналов с турбулизаторами представим в форме

$$\xi_т = \frac{A_т'}{\mathrm{Re}^p} = \frac{A_т''}{W_т^p} = A_т (F + \Delta F)^p, \quad (27)$$

где

$$A_т = \frac{A_т'}{d_т^p} \left(\frac{\gamma\nu}{G} \right)^p.$$

Коэффициент сопротивления для гладкого канала

$$\xi = \frac{A_г'}{\mathrm{Re}^r} = \frac{A_г''}{W^r}, \quad (28)$$

где

$$A_г'' = \frac{A_г'}{d_г} \frac{T}{\Gamma}.$$

Их отношение (для случая постоянной площади живого сечения):

$$\bar{\xi} = \frac{\xi_т}{\xi} = A'' W^{r-p} = AF^{p-r}, \quad (29)$$

где

$$A'' = \frac{A_т''}{A_г''}; \quad A = \frac{A_т'}{A_г'} (dG)^{r-p} (\gamma\nu)^{p-r}.$$

При увеличении площади фронта отношение коэффициента сопротивления в канале с турбулизаторами к коэффициенту сопротивления в гладком канале будет равно

$$\bar{\xi}_1 = \frac{\bar{\xi}_т'}{\xi} = A \frac{(F + \Delta F)^p}{F^r}, \quad (30)$$

где

$$A = \frac{A_m'}{A_г'} (dG)^{r-p} (\gamma\nu)^{p-r}.$$

Задача сводится к тому, чтобы, уменьшив длину каналов теплообменника в какое-то число раз из условия сохранения количества передаваемого тепла и условия сохранения потерь в пределах заданных, найти необходимое увеличение площади фронта. Совмещая оба налагаемых условия (9) и (20), получим

$$\left(\frac{F_т}{F} \right)^3 = \frac{\bar{\xi}_1}{\bar{\kappa}_1}.$$

Подставим значения $\bar{\xi}_1$ из (30) и $\bar{\kappa}_1$ из (26), тогда

$$\left(\frac{F + \Delta F}{F} \right)^3 = \frac{A}{C} \frac{(F + \Delta F)^{p+m}}{F^{r+n}}, \quad (31)$$

что приводит к окончательному выражению для определения увеличения площади живого сечения ΔF:

$$\left(1 + \frac{\Delta F}{F} \right)^{3-\psi} = DF^{\psi-\varphi}, \quad (32)$$

где $D = \frac{A}{C}$; $\varphi = n + r$; $\psi = p + m$.

Разложив $\left(1 + \frac{\Delta F}{F} \right)^{3-\psi}$ в биноминальный ряд

$$\left(1 + \frac{\Delta F}{F} \right)^{3-\psi} = 1 + (3-\psi) \frac{\Delta F}{F} + \frac{(3-\psi)(2-\psi)}{2} \left(\frac{\Delta F}{F} \right)^2 + \frac{(3-\psi)(2-\psi)(1-\psi)}{6} \left(\frac{\Delta F}{F} \right)^3 + \ldots \quad (33)$$

всегда можно найти из уравнения (32) ΔF с требуемой точностью. Отметим, что разложение (33) имеет место при всех значениях отношения $\Delta F/F$, удовлетворяющих условию.

$$\left| \frac{\Delta F}{F} \right| < 1.$$

Для ориентировочных прикидок ограничимся линейным приближением:

$$1 + (3-\psi) \frac{\Delta F}{F} = DF^{\psi-\varphi},$$

откуда

$$\Delta F = \frac{F}{3-\psi} (DF^{\psi-\varphi} - 1). \quad (34)$$

Найдем соответственное уменьшение длины каналов теплообменника с турбулизаторами. Обозначим уменьшение длины каналов через $\Delta l = l - l_m'$. Из предыдущих выкладок известно

$$\frac{l_т'}{l} = \sqrt[3]{\frac{1}{\bar{\xi}_1 \bar{\kappa}_1^2}}.$$

Подставим значения $\bar{\xi}_1$ и $\bar{\kappa}_1$ из зависимостей (30) и (26) в (10) и, считая ΔF уже известным из уравнения (32), получим выражение для определения уменьшения длины каналов Δl:

$$\left(1-\frac{\Delta l}{l}\right)^{3} \quad \frac{1}{AC^{2}}\,\frac{(F+\Delta F)^{2m-p}}{F^{2n-r}} \; . \qquad (35)$$

Для ориентировочной оценки

$$\Delta l=\frac{l}{3}\left[1-\frac{1}{DC^{2}}\,\frac{(F+\Delta F)^{2m-p}}{F^{2n-r}}\right]. \qquad (36)$$

Установим зависимость между $\bar{\kappa}$ и $\bar{\kappa}_1$, для чего, совмещая выражения (25) и (26), получим

$$\bar{\kappa}_1=\bar{\kappa}\,\frac{F^{m}}{(F+\Delta F)^{m}}. \qquad (37)$$

Из формулы (37) можно найти предельное значение увеличения площади живого сечения ΔF, которым определяется целесообразность интенсификации с точки зрения уменьшения объема теплообменника. Действительно, при $\bar{\kappa}_1=1$ перекомпановка основных габаритных размеров теплообменника уже не приводит к уменьшению его объема [11], т. е.

$$\bar{\kappa}=\left(1+\frac{\Delta F}{F}\right)^{m}. \qquad (38)$$

Применив разложение в биноминальный ряд для значений $\left(\frac{\Delta F}{F}\right)<1$, всегда с требуемой точностью можно найти предельное увеличение площади живого сечения $\Delta F_{\text{пр}}$. Ограничившись линейностью уравнения для определения ΔF, будем иметь

$$\Delta F_{\text{пр}}=\frac{F}{m}(\bar{\kappa}-1). \qquad (39)$$

Для этого значения $\Delta F_{\text{пр}}$ из выражения (9) найдем зависимость для $\bar{\xi}_{1\text{пр}}$:

$$\bar{\xi}_{1\text{пр}}=\frac{(m+\bar{\kappa}-1)^{3}}{m^{3}} . \qquad (40)$$

Но в большей степени нас интересует зависимость между исходными величинами $\bar{\xi}$ и $\bar{\kappa}$. Эту зависимость можно получить, сравнив значения $\bar{\xi}_1$ и $\bar{\xi}_{1\text{пр}}$, т. е. сопоставить выражения (30) и (40). Одновременно произведем подстановку (39) в (30), в итоге получим

$$A\,\frac{\left[F+\frac{F}{m}(\bar{\kappa}_1-1)\right]^{p}}{F^{r}}=\frac{(m+\bar{\kappa}-1)^{3}}{m^{3}}. \qquad (41)$$

Преобразовав зависимость (41) с учетом (29), найдем

$$\bar{\xi}_{\text{пр}}=\left(\frac{m+\bar{\kappa}-1}{m}\right)^{3-p}. \qquad (42)$$

Выражение (42) определяет соотношение между возрастанием коэффициента теплоотдачи и увеличением коэффициента сопротивления при применении интенсификации процесса теплообмена. При $\bar{\xi}$ опыта $>\bar{\xi}_{\text{пр}}$ мы имеем дело с нерациональным способом интенсификации, т. е. наблюдаем чрезмерный рост сопротивлений, который приводит к тому, что перекомпановка размеров теплообменника (увеличение площади фронта и уменьшение длины) не приводит к уменьшению занимаемого объема. Это также означает, что выражение для ΔF, вычисленное по формуле (32), будет больше $\Delta F_{\text{пр}}$, а $\bar{\kappa}_1<1$. Отсюда следует, что $\bar{\xi}_{\text{пр}}$ можно рассматривать как параметр для суждения о применимости данного способа интенсификации с целью уменьшения объема теплообменника.

Применим тот способ интенсификации процесса теплообмена, при котором $\bar{\xi}_{\text{оп}}<\bar{\xi}_{\text{пр}}$. И способ интенсификации является тем более рациональным, чем больше разница между $\bar{\xi}_{\text{пред}}$ и $\bar{\xi}_{\text{опыт}}$.

В заключение необходимо указать, что данные выводы справедливы только при предположении, что с уменьшением скорости движения газа в каналах теплообменника критериальные уравнения для теплоотдачи и сопротивления сохраняются неизменными.

В. П. ПОПОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОСТИ ОГРАНИЧЕННОЙ СТРУИ

Ограниченные струи встречаются во многих энергетических, химических и других промышленных аппаратах. В настоящей статье приводятся результаты экспериментальных исследований характеристик турбулентности воздушной струи, распространяющейся в камере, представляющей собой модель форкамеры топки с насадкой, и описанной в работе [1]. Воздух через круглое цилиндрическое сопло диаметром 100 *мм* подавался в соосно расположенную камеру прямоугольного сечения с размером сторон 200×216 *мм* и длиной около 2,5 *м*. Камера была соединена с входом высоконапорного вентилятора. Воздух в сопло поступал из атмосферы через измерительный коллектор с лимнескатным профилем. Геометрия исследуемой системы осложнялась наличием в камере решетки, перекрывающей все ее сечение. Решетка имитировала насадку исследуемой топки. Во время опытов применялись два вида решеток. Один из них (решетка № 1) представлял собой пучок труб диаметром 0,0275 *м*, а второй (решетка № 2) — слой из кусков битого огнеупорного кирпича диаметром 0,025—0,03 *м*. Живое сечение обеих решеток равнялось 0,5. Выбор формы элементов решетки диктовался как условиями моделирования топки с насадкой, так и желанием проверить, в какой степени влияет на характеристики турбулентности существенное изменение конструкции решетки при сохранении постоянными характерных размеров ее элементов и живого сечения. При определенных условиях решетка может оказывать большое влияние на гидродинамику в камере не только по течению вниз, но и вверх от себя.

В настоящей работе исследовались характеристики турбулентности в пространстве камеры между соплом и решеткой. В дальнейшем под словом «камера» будем иметь в виду именно это пространство. В работе изменялись расстояния от сопла до решетки, конструкция решетки, были проведены опыты без решетки. Условия опытов даны в таблице. Подробнее экспериментальная установка описана в статье [1].

Таблица

Условия проведения опытов

Режим	Решетка	Расстояние от сопла до решетки $X=l/D$	Средняя скорость воздуха в сопле u_0 *м/сек*	$Re = \frac{u_0 D}{\nu}$
1	2	1	28	$0{,}21 \cdot 10^6$
2	—	—	31	$0{,}24 \cdot 10^6$
3	2	2	28	$0{,}21 \cdot 10^6$
4	1	1	30,5	$0{,}22 \cdot 10^6$
5	1	2	31	$0{,}24 \cdot 10^6$

Интенсивность турбулентности определялась при помощи термоанемометра типа ЭТАМ-3А. Результаты типичной серии опытов при режиме 1 приведены на рис. 1. При других режимах поля качественно аналогичны и количественно близки.

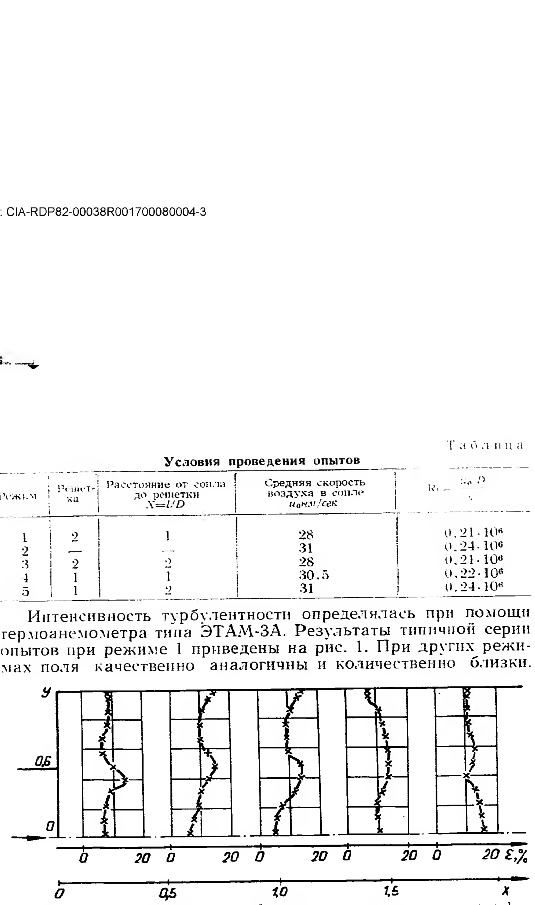


Рис. 1. Поле интенсивности турбулентности в камере при режиме 1

Закономерности изменения интенсивности турбулентности в форкамере становятся понятными, если поля ε сравнить с полями осредненной скорости, полученными на той же установке и при тех же условиях 1. При всех режимах и во всех сечениях камеры на оси потока наблюдается минимум интенсивности турбулентности, а при значениях $Y=0{,}5$—$0{,}7$ — максимум. При этих же значениях Y наблюдаются наибольшие градиенты скорости du/dY [1]. Интенсивность турбулентности мало меняется в пределах зоны, занятой потенциальным ядром потока, в котором $du/dY=0$, и начинает быстро изменяться в тех зонах, где градиент скорости имеет заметное значение. При всех режимах наблюдается повышение интенсивности турбулентности перед решеткой, т. е. решетка турбулизирует поток в камере до себя. Спектр турбулентных пульсаций в камере исследовался при помощи электротермоанемометра ЭТАМ-3А и анализатора спектра частот АСЧХ-1. Обработка показаний анализатора спектра давала спектральную функцию $F(f)$, определяемую выражениями

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

$$\overline{u'^2} = \int_0^\infty u'^2 F(f)\, df; \qquad (1)$$

$$\int_0^\infty F(f)\, df = 1. \qquad (2)$$

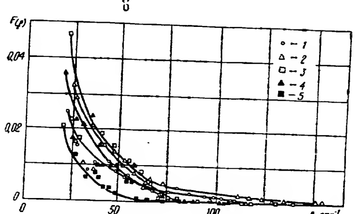


Рис. 2. Спектральная функция в различных точках сечения камеры $X=0{,}12$ при режиме 2:
1 — $Y=0{,}02$, 2 — 0,39, 3 — 0,57, 4 — 0,76, 5 — 0,98

На рис. 2 в качестве примера показана зависимость спектральной функции от частоты для различных точек сечения $X=0{,}12$ при режиме 2. Из анализа рис. 2 следует, что спектральная функция возрастает при уменьшении частоты пульсаций. Поскольку при $f=0$ спектральная функция должна быть равна нулю, кривая $F(f)=f(f)$ должна иметь максимум, но этот максимум приходится на частоты от 0 до 20 *гц* и не попадает в рабочий диапазон прибора. Максимальные частоты, при которых при помощи данного анализатора спектра обнаруживаются турбулентные пульсации, лежат в пределах $f_{\text{макс}} = 200-250$ *гц*.

Согласно литературным данным [2], при большем усилении величина $f_{\text{макс}}$ достигает нескольких тысяч герц, но очевидно, что в данном случае спектральная функция на больших частотах имеет ничтожно малое значение, а основная часть энергии турбулентных пульсаций приходится на низкие частоты. По найденным зависимостям $F(f)=f(f)$ расчетным путем определялись коэффициенты корреляций осевой составляющей пульсационной скорости в одной точке в различные моменты времени по формуле

$$R_\tau = \int_0^\infty \cos 2\pi f \tau F(f)\, df, \qquad (3)$$

В качестве примера зависимости $R_\tau = f(\tau)$ на рис. 3 дан график этой функции для точки $X = 0{,}12$, $Y = 0{,}02$ при режиме 2. В других точках и при других режимах зависимости $R_\tau = f(\tau)$ качественно аналогичны.

Участок $\tau = 0 \div \tau_2$ представляет собой время, в течение которого около неподвижного измерителя проходит некоторый объем газа, характеризуемый тем, что скорости отдельных его частичек имеют какую-то статистическую связь друг с другом. Эти скорости могут быть направлены как в одном, так и в различных направлениях, о чем говорит наличие как положительной, так и отрицательной ветви функции $R_\tau = f(\tau)$. Участок $\tau = 0 \div \tau_1$ представляет собой время прохождения около неподвижного измерителя такого объема газа, в котором скорости отдельных его частиц не только статистически связаны, но и имеют осевую компоненту одного знака, т. е. время $\tau = 0 \div \tau_1$ — это время прохождения около неподвижного измерителя турбулентного моля. Поэтому мы определили временной масштаб турбулентности выражением

$$T = \int_0^{\tau_1} R_\tau\, d\tau. \qquad (4)$$

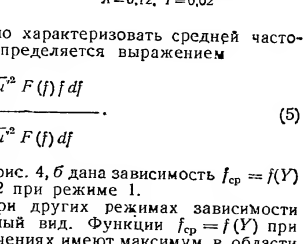


Рис. 3. Кривая корреляции скорости по времени при режиме 2 в точке камеры $X=0{,}12$, $Y=0{,}02$

Частотный спектр турбулентных пульсаций можно характеризовать средней частотой пульсации, которая определяется выражением

$$f_{\text{ср}} = \frac{\int_0^\infty \overline{u'^2} F(f) f\, df}{\int_0^\infty \overline{u'^2} F(f)\, df}. \qquad (5)$$

В качестве примера на рис. 4, *б* дана зависимость $f_{\text{ср}} = f(Y)$ в сечении камеры $X = 0{,}12$ при режиме 1.

В других сечениях и при других режимах зависимости $f_{\text{ср}} = f(Y)$ имеют аналогичный вид. Функции $f_{\text{ср}} = f(Y)$ при всех режимах и во всех сечениях имеют максимум в области наибольших градиентов средней скорости. Средняя частота $f_{\text{ср}}$ при всех режимах изменялась в пределах 100—30 *гц*. Из-

менение $f_{ср}$ на одной кривой равнялось в среднем 40 *гц*. Значение $f_{ср}$ у стенки при всех режимах меньше соответствующего значения на оси потока.

Во всех наших опытах какого-либо определенного влияния решетки на $f_{ср}$ не обнаружено.

Средняя частота турбулентных пульсаций связана с временным масштабом турбулентности соотношением

$$f_{ср} = \frac{K}{T}. \tag{6}$$

Значения K были вычислены по формуле (6) как для различных точек одного сечения, так и для точек различных сечений, лежащих на оси симметрии камеры. Масштаб турбулентности T определялся описанным выше способом, а $f_{ср}$ по формуле (5). Как показали эти расчеты, коэффициент K сохраняет примерно постоянное значение для всех точек. Отклонения K от его среднего арифметического значения, равного 0,159, носят случайный характер и не превышают 7,5%. Физический смысл полученного экспериментально постоянства K вполне понятен. Постоянство подтверждает представление средней частоты турбулентных пульсаций как обратной величины времени прохождения турбулентного моля около неподвижного измерителя.

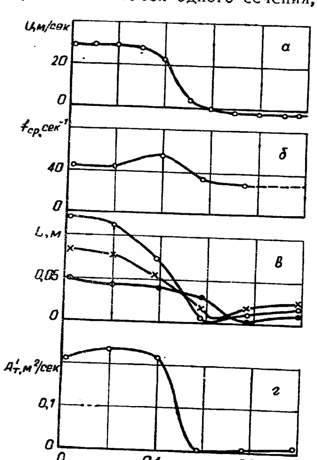


Рис. 4. Зависимость $u=f(Y)$ (*а*), $f_{ср}=f(Y)$ *б*), $L_x=f(Y)$ (*в*) и $A'_т=f(Y)$(*г*)(*1*—X=0,12, *2*—0,52, *3*—0,92)

Примем, что коэффициент K сохраняет постоянное значение во всех точках камеры и равен 0,159. Определив K, можно найти локальные значения линейного масштаба турбулентности L_x по формуле

$$L_x = uT = \frac{Ku}{f_{ср}}, \tag{7}$$

где u — локальная, осредненная по времени осевая скорость потока. Определенный таким образом масштаб турбулентности равен эффективному размеру турбулентного моля, т. е. размеру, в пределах которого сохраняется значительная статистическая связь между скоростями отдельных элементарных объемов. Причем все эти объемы имеют осевую составляющую скорости одного знака.

Масштаб турбулентности L_x пропорционален пути перемешивания l_x, причем коэффициент пропорциональности близок к единице [3].

Как известно, коэффициент турбулентного объема определяется выражением

$$A_т = l_x u'. \tag{8}$$

Поэтому, зная L_x, мы можем определить величину $A'_т = L_x u'$, пропорциональную и численно близкую к $A_т$.

В качестве примера на рис. 4, *в* и *г* представлены зависимости $L_x = f(Y)$ и $A'_т = f(Y)$ для сечения $X = 0,12$ при режиме 1. Анализ рис. 4, *в* и *г* и сравнение их с рис. 4, *а* показывает, что функции $L_x = f(Y)$ и $A'_т = f(Y)$ имеют три характерных участка:

а) высокие и относительно малоизменяющиеся значения L_x и $A'_т$ в области, занятой основным потоком;

б) резко падающие до нуля значения L_x и $A'_т$ в области перехода средней осевой скорости через 0;

в) низкие и малоизменяющиеся значения L_x и $A'_т$ в зоне обратных токов.

Обращает на себя внимание тот факт, что при значении Y, соответствующем нулевому значению осевой средней скорости, масштаб турбулентности, согласно расчету, равен нулю, в то время как интенсивность турбулентности и частота пульсаций в этой точке не равны 0. В связи с этим следует отметить, что одна интенсивность турбулентности ε не характеризует энергии турбулентных пульсаций. Даже при большой интенсивности турбулентности, но близкой к нулю средней скорости потока пульсационная скорость очень мала. Турбулентные моли, обладающие очень малой относительной скоростью, в условиях камеры не могут быть большими. Время существования каждого отдельного моля мало. Малым размером турбулентных молей в области малых средних скоростей объясняется тот факт, что в этой области не наблюдается падения средней частоты пульсаций. Положение поверхности нулевых средних осевых скоростей в турбулентном по-

токе не может быть строго фиксированным. Точки этой поверхности пульсируют около некоторого среднего положения со средней частотой турбулентных пульсаций прилегающих областей потока. Поэтому в любой фиксированной точке в области перехода средних скоростей через 0 сохраняется интенсивность турбулентности и частота пульсаций прилегающих областей потока, а масштаб турбулентности имеет значение, близкое к нулю.

Сравнение рис. 4, *г* и *а* показывает, что кривые $A'_\tau = f(Y)$ имеют максимум в области максимума d^2u/dY^2, что находится в соответствии с известной гипотезой Кармана о связи пути перемешивания со второй производной u по Y.

С увеличением расстояния от сопла коэффициент турбулентного обмена в основном потоке уменьшается в связи с уменьшением средних скоростей.

Воздействие решетки на A'_τ в различных частях камеры проявляется неодинаково. Под влиянием решетки в камере увеличивается интенсивность турбулентности и поток рециркулирующих газов. Увеличение расхода рециркулирующих газов приводит к увеличению средних скоростей в основном потоке и в зоне рециркуляции. Этот эффект имеет место главным образом в средней части камеры. Непосредственно перед решеткой рециркуляция почти прекращается и средние скорости соответственно понижаются. В ближайшем к соплу исследованном сечении (на расстоянии 0,5 его диаметра) заметного влияния решетки на поле скоростей не наблюдается.

Учитывая, что при прочих равных условиях с ростом средней скорости увеличиваются пульсационная скорость и масштаб турбулентности, можно сказать, что наличие решетки должно увеличивать значение A'_τ в средней части камеры, уменьшать его в пространстве, расположенном перед решеткой, и не оказывать заметного воздействия на A'_τ в передней части камеры. Именно такое влияние решетки наблюдалось во время наших опытов.

Приведенный выше анализ дает возможность произвести оценку интенсивности турбулентного перемешивания в различных зонах камеры, на основании чего можно сделать следующие выводы.

1. Наиболее интенсивное турбулентное перемешивание наблюдается в пограничном слое основного потока в передней и средней части камеры.

2. Решетка интенсифицирует турбулентное перемешивание, причем этот эффект наблюдается главным образом в средней части камеры.

3. Турбулентный тепло- и массоперенос внутри зоны рециркуляции и между этой зоной и основным потоком протекает очень слабо. Он в десятки и сотни раз слабее, чем в пограничном слое основного потока.

4. Коэффициент турбулентного обмена A_τ имеет максимальные значения в области перехода потенциального ядра основного потока в пограничный слой, т. е. в области максимальных значений d^2u/dY^2.

Обозначения

l — длина камеры (расстояние от сопла до решетки), D — поперечный размер камеры, b — расстояние от продольной оси симметрии до данной точки в горизонтальном направлении, $X = l/D$ — безразмерная продольная координата, $Y = b/D$ — безразмерная поперечная координата, u — осевая составляющая осредненной по времени локальной скорости, u' — осевая составляющая локальной пульсационной скорости, $\varepsilon = \sqrt{\overline{u'^2}}/u$ — интенсивность турбулентности, f — частота турбулентных пульсаций в герцах, $f_{ср}$ — средняя частота турбулентных пульсаций, $F(f)$ — спектральная функция, t — время, τ — отрезок времени, соединяющий коррелируемые скорости, $R_\tau = \overline{u'(t)u'(t+\tau)}/\overline{u'(t)^2}$ — коэффициент корреляции продольной компоненты скорости в одной и той же точке в разные моменты времени, T — временной масштаб турбулентности, L_x — масштаб турбулентности, A_τ — коэффициент турбулентного обмена.

Литература

1. Попов В. П. Аэродинамические исследования камер сгорания токов с насадкой. ИФЖ, № 3, 1962.
2. Солнцев В. П. Экспериментальное исследование параметров турбулентности в ядре свободной струи. Сб. «Стабилизация пламени и развитие процесса сгорания в турбулентном потоке». Оборонгиз, 1962.
3. Минский Е. М. Турбулентность руслового потока. Л., Гидрометиздат, 1952.

А. Л. БАТИЕВСКИЙ, А. Л. МОССЭ, Л. И. ТАРАСЕВИЧ

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ПРИ ГОРЕНИИ ХИМИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ НА ПОРИСТОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Решение ряда задач создания новой техники привело к необходимости поиска способов тепловой защиты различных конструкционных материалов, использующихся при высоких тепловых нагрузках (порядка $8 \div 10 \times 10^6$ *ккал/м²·час*). В этом случае перенос тепловой энергии происходит за счет конвекции, теплопроводности через пограничный слой и излучением от горящих газов. На долю излучения в этих условиях приходится порядка 30% полного теплоотвода, остальные 70% падают на долю конвекции и теплопроводности через пограничный слой.

Одному из методов тепловой защиты поверхностей от воздействия высокотемпературных потоков в настоящее время уделяется особое внимание. Речь идет о методе подачи охладителя через пористую поверхность, причем основной поток, омывающий пористую поверхность, вступает в реакцию с охладителем. В качестве охладителя используются различные виды газообразных или жидких веществ, способных вступать в химическую реакцию с газом основного потока.

Изучение влияния горения на процесс тепло- и массообмена при инжекции газа или жидкости проводилось как в ламинарном, так и в турбулентном пограничных слоях. Наиболее полные исследования проведены по горению вдуваемого охладителя в ламинарном пограничном слое. Результаты этих исследований опубликованы в работах [1—5] и др. Что касается исследований в турбулентном пограничном слое, то количество выполненных и опубликованных работ весьма ограничено [6, 7, 9].

В работе [6] проведено теоретическое исследование трения и теплообмена в сжимаемом турбулентном пограничном слое при наличии химических реакций, обусловленных вводом инородного вещества. Основное допущение — скорость химической реакции бесконечно велика по сравнению со скоростью диффузии:

$$v_r \gg v_D . \tag{1}$$

Это позволило считать зону реакции (фронт пламени) в пограничном слое бесконечно тонкой поверхностью по сравнению с толщиной пограничного слоя. Для обеспечения неравенства (1) величина константы скорости реакции K_r, очевидно, должна быть достаточно велика, что имеет место только в случае высоких температур в пограничном слое.

Другим допущением, используемым в работах [6] и [7], является то, что числа Pr и Le принимаются равными единице. При решении задачи это дает значительные математические упрощения, сохраняя основные черты явления подобными нереагирующим пограничным слоям.

Для изучения химизма реагирующих пограничных слоев можно воспользоваться и другим методом, используя существующие выражения для скоростей реакции. Однако это связано с введением либо чрезвычайно сложных математических расчетов, либо ряда ограничивающих допущений, как, например, это сделал Дулей [10], который полагал известными концентрации компонентов на поверхности и получил интересные результаты.

Уравнения, характеризующие турбулентный пограничный слой, в работах [6, 7] получены при формальном вводе среднего времени в соответствующие ламинарные члены с учетом флуктуирующих величин. Причем если в работе [6] рассмотрен случай плоского движения на пластине с использованием коэффициентов динамической μ и турбулентной ε вязкости, то в работе [7] анализируется более общий случай для области, где оба процесса переноса — турбулентный и молекулярный — значительны. Соответственно этому используются коэффициенты проводимости количества движения E_ε, массы $E_{D.i}$ и тепловой энергии E_λ, которые в турбулентной части потока определялись через соответствующие соотношения: напряжение Рейнольдса, массовую и термическую диффузию соответствующего среднего градиента. В работе [7] приводится для рассматриваемого случая в наиболее полном виде система уравнений:

а) непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{\rho}\,\bar{u}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{\rho}\,\bar{v}+\overline{\rho'\,v'}\right)=0; \tag{2}$$

б) количества движения

$$\bar{\rho}\,\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\left(\bar{\rho}\,\bar{v}+\overline{\rho'\,v'}\right)\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(E_\varepsilon\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)-\frac{\partial p}{\partial x}; \tag{3}$$

в) диффузии

$$\overline{\rho}\,\overline{u}\,\frac{\partial \overline{C}_i}{\partial x}+\left(\overline{\rho}\,\overline{v}+\overline{\rho'\,v'}\right)\frac{\partial \overline{C}_i}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\overline{\rho}\,\mathrm{E}_{D,i}\,\frac{\partial \overline{C}_i}{\partial y}\right)+\overline{\omega}_i; \qquad (4)$$

г) энергии

$$\overline{\rho}\,\overline{u}\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{H}+\frac{1}{2}\overline{u^2}\right)+\left(\overline{\rho}\,\overline{v}+\overline{\rho'\,v'}\right)\frac{\partial}{\partial y}\left(\overline{H}+\frac{1}{2}\overline{u^2}\right)=$$

$$=\frac{\partial}{\partial y}\left[\mathrm{E}_\lambda\sum_i\frac{\partial}{\partial y}\left(\overline{h}_i\overline{C}_i+\frac{1}{2}\overline{u^2}\right)+\sum_i\overline{\rho}\,\mathrm{E}_{D,i}\left(1-\mathrm{Le}_T^{-1}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\,\overline{h}_i\,\frac{\partial C_i}{\partial y}+\mathrm{E}_\lambda\left(1-\mathrm{Pr}_T^{-1}\right)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{2}\overline{u^2}\right)\right]. \qquad (5)$$

Используя указанное выше предположение $\mathrm{Pr}_T=1$ и $\mathrm{Le}_T=1$, получаем значительное упрощение уравнения энергии. Кроме того, при сравнительно небольших скоростях потока, очевидно, можно пренебречь и диссипативным членом уравнения энергии. Тогда уравнение (5) примет вид

$$\overline{\rho}\,\overline{u}\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{H}+\frac{1}{2}\overline{u^2}\right)+\left(\overline{\rho}\,\overline{v}+\overline{\rho'\,v'}\right)\frac{\partial}{\partial y}\left(\overline{H}+\frac{1}{2}\overline{u^2}\right)=$$

$$=\frac{\partial}{\partial y}\left[\mathrm{E}_\lambda\frac{\partial}{\partial y}\sum_i\left(\overline{h}_i\overline{C}_i+\frac{1}{2}\overline{u^2}\right)\right]. \qquad (5')$$

В случае рассмотрения ламинарного пограничного слоя или ламинарного подслоя названные выше коэффициенты проводимости представляются как более известные молекулярные коэффициенты μ, $D_{i,j}$, λ.

В дальнейшем авторы [6, 7] различным образом подходят к решению поставленной задачи. Принятая в работе [6] методика построения решения не требует знания законов распределения концентраций, температур и скоростей по толщине пограничного слоя. Для расчета интегральных характеристик пограничного слоя достаточно знать связь концентраций и температур с продольной скоростью в пограничном слое. Однако для получения такого решения автору пришлось использовать полученные в [1] связи между концентрацией и скоростью для ламинарного пограничного слоя и считать, что они справедливы и для турбулентного пограничного слоя ввиду допущения о бесконечной скорости химической реакции и равенства единице ламинарных и турбулентных чисел Прандтля и Льюиса.

В работе [7] принят несколько иной подход к рассмотрению задачи. Упрощение уравнения диффузии выполняется

путем замены членов, характеризующих весовую долю молекулярных веществ C_i, членами весовой доли атомарного вещества C_i^* (метод Зельдовича [8]), присутствующих во всех химических формулах и рассчитываемых по локальным изменениям концентраций веществ. При этом выпадает член $\dot{\omega}_i$, представляющий собой объемную весовую скорость образования i-го компонента смеси, но сохраняется линейная связь между C^* и H_T при выполнении соответствующих граничных условий. В дальнейшем, следуя Лизу [9], определяется число St через выражение модифицированного параметра вдува в виде

$$B'=(\rho v)_w/\rho_e u_e\,\mathrm{St}.$$

Граничные условия для O_2 (элемента, который отсутствует в топливе) выражаются в виде

$$C^*_{0,e}/C^*_{0,w}=B'+1$$

или при $C^*_{0,e}=0$

$$C^*_{c,w}=\beta B'/(B'+1).$$

Для определения баланса энергии на пористой поверхности в работе [7] используется реагирующая система — одноступенчатая реакция горения метана

$$CH_4+2\,H_2O\rightarrow CO_2+2\,H_2O.$$

Подобное применение находит реагирующая система и в работе [13], где рассматриваемые химические реакции представляют собой реакцию горения углерода первого порядка, процесс испарения, диссоциации и рекомбинации кислорода и азота. Весовые доли молекулярных веществ C_3, CO, O, O_2, N, N_2 на поверхности определяются с помощью констант равновесия этих реакций с учетом граничных условий на поверхности.

В работе [7] рассматривается реакция, протекающая в пограничном слое, т. е. считается, что кислород на стенке отсутствует, тогда уравнение баланса энергии будет иметь вид

$$q_w=\mathrm{St}\,\rho_e U_e\left(-C_{O_2,e}h_{O_2,w}-C_{N_2,e}\,h_{N_2,w}-Q_{R,N_2,w}C_{O_2,e}\right). \qquad (6)$$

Таким образом, очевидно, что в этом случае теплоперенос точно не зависит от модифицированного параметра вдува B'.

Все величины в уравнении (6) определяются при горении и температуре стенки.

Адиабатическая температура пламени определялась при условии, что удельные теплоемкости O_2 и N_2 постоянны и равны, тогда

$$0{,}24\,(T_{\text{ад},t}-T_e)=\frac{0{,}23\,Q_{R,O_2,w}}{(1+f/a)_{\text{стех}}}, \qquad (7)$$

где f/a — отношение топлива к воздуху, так что (6) можно записать

$$q_w \approx \mathrm{St}\,\rho_e U_e [(T_{ад.t} - T_w) - (f/a)_{стех} (T_{ад.t} - T_e)]. \qquad (7')$$

Так как для большинства топлив $(f/a)_{стех} < 1$, запишем

$$q_w \approx \mathrm{St}\,\rho_e u_e (c_p)_e (T_{ад.t} - T_w). \qquad (7'')$$

В работе [7] и в большинстве других работ по турбулентному теплообмену используется гипотеза Рейнольдса о подобии между турбулентным переносом массы количества движения и энергии. Лиз [9] показал, что если аналогия Рейнольдса применяется в области полностью развитой турбулентности, то «модель», выбранная для химических реакций, а также скорость реакции при Le = 1 не играют роли. Использования одного интегрального уравнения Кармана будет достаточно, чтобы оценить поверхностное трение, тепло- и массообмен у поверхности.

Анализируя вопрос о слиянии подвода вещества к поверхности, Лиз [9] сравнивает два метода. В работах [14, 15] совсем не учитывалась частично ламинарная область вблизи поверхности и профиль скоростей получен путем интегрирования уравнения вида

$$\tau = \tau_w + (\rho v)_w u, \qquad (8)$$

где $(\rho v)_w$ — нормальный к поверхности поток вещества. При этом использовалось предположение Прандтля о длине пути смешения.

Этому методу Лиз противопоставляет метод Рэнни [11], который несколько проще метода, использованного в работах [14, 15]. В частности, в нем не используется концепция Прандтля о длине пути смешения. Этот метод полагает, что подвод вещества не сказывается на турбулентном ядре и сращивается экспоненциальный профиль скоростей в ламинарном подслое с неизменяемым логарифмическим профилем в турбулентной части слоя.

Крокко [12] обобщил упрощенный анализ Рэнни на случай инжекции с учетом химических реакций и диффузии. Для интенсивности турбулентного теплообмена при наличии подвода вещества и химических реакций Лиз предполагает уравнение вида

$$q_w = \rho_e U_e \mathrm{St}\,\Delta h_w [1 + (\overline{\mathrm{Le}}^{a} - 1)\frac{h_{хим}}{\Delta h_w} - B'\,\overline{\mathrm{Le}}]. \qquad (9)$$

Однако Ферри [9] считает, что поскольку величина теплового потока в уравнении (9) определится только при граничных условиях на стенке и на внешней границе потока, то все происходящее внутри пограничного слоя (химическая реакция, ее скорость и устойчивость и т. д.) остаются за пределами этого выражения, хотя эти явления могут оказать существенное влияние на процесс.

Значительный интерес представляют полученные в работе [7] экспериментальные результаты исследования процесса тепло- и массообмена в горящем турбулентном пограничном слое, поскольку они представляют собой единственные в настоящее время экспериментальные данные по этому вопросу.

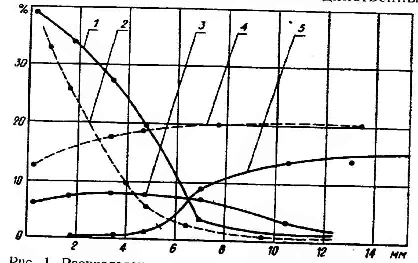


Рис. 1. Распределение концентрации по высоте горящего и негорящего пограничного слоя при $\mathrm{Re} = 10^5$; $(\rho v)_w / \rho_e U_e = 1{,}05 \cdot 10^3$:

1 — CH_4; 2 — CH_4; 3 — CO_2; 4 — O_2; 5 — O_2. (Сплошные линии — инжектант подожжен, штриховые — не подожжен)

На рис. 1 показано распределение концентрации по высоте пограничного слоя, характеризующее величину массопереноса.

Обобщенные экспериментальные данные по массо- и теплопереносу и переносу количества движения в горящем пограничном слое представлены на рис. 2 в виде зависимости коэффициента массопереноса j_D, числа St и коэффициента трения C_f от числа Re_x. Принятый закон обобщения соответствует значению коэффициента переноса, равному $0{,}038\,\mathrm{Re}_x^{-0{,}2}$, и связывает результаты тепло- и массопереноса с точностью в пределах $\pm 30\%$.

Закон обобщения для коэффициента трения, соответствующего малой скорости инжекции, может быть получен при умножении выражения для коэффициента переноса на член $(T_w/T_e)\,0{,}4$.

Экспериментальные данные, приведенные на обобщенном графике, не дают возможности достаточно точно судить о влиянии горения на процессы переноса. Разброс эксперимен-

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

тальных точек по коэффициенту трения (рис. 2) настолько велик, что не позволяет дать утвердительный ответ о целесообразности использования формулы

$$\left[\frac{1}{2}C_f\right]_{(\rho v)_w=0} = 0{,}038\,\mathrm{Re}_x^{-0,2}\left(\frac{T_w}{T_e}\right)^{0,4} \quad (10)$$

для определения коэффициента трения. Обобщенные экспериментальные данные по тепло- и массообмену в пределах точ-

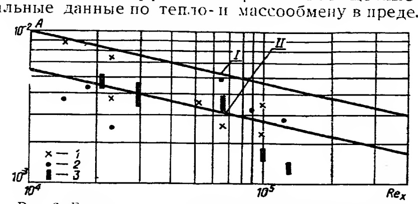


Рис. 2. Безразмерные коэффициенты переноса тепла, массы и количества движения ($A - \frac{1}{2}C_f$, St, j_D) в зависимости от числа Re_x:

$I - 1/2C_f = 0{,}038\ \mathrm{Re}_x^{-0,2}(T_w/Te)^{0,4}$; $II - \mathrm{St} = j_D = 0{,}038\ \mathrm{Re}_x$ ($1 - 1/2C_f$; 2—St; 3—j_D)

ности опыта $\pm 30\%$ довольно приближенно характеризуют влияние горения на эти процессы.

Как указывает автор, экспериментальные результаты переноса количества движения следует рассматривать только как предварительные, потому что в работе [7] принят линейный закон изменения скорости по высоте пограничного слоя при инжекции массы. Такое допущение в какой-то мере можно использовать только для небольших скоростей инжекции.

Анализ работ [6, 7, 9] показывает, что даже, несмотря на ограниченное количество имеющихся теоретических исследований процесса тепло- и массообмена в турбулентном пограничном слое при наличии химических реакций, полученные различными авторами выводы достаточно противоречивы. Возможно, это связано с различным подходом исследователей к решению задачи. Что касается экспериментальных подтверждений предполагаемых теоретических зависимостей, то, кроме данных, опубликованных Кульгайном, они вообще отсутствуют.

В работе [7] часть результатов следует рассматривать как предварительные. К тому же Кульгайном была апробирована только одна реагирующая система: метан—воздух.

Нетрудно сделать вывод о том, что необходима постановка систематических экспериментальных исследований по этому вопросу с различными по своей природе химически реагирующими системами и при этом следует использовать в качестве реагента не только газ, но и жидкости.

Обозначения

v_r — скорость химической реакции, v_D — скорость диффузии, K_r—константа скорости химической реакции, Pr—критерий Прандтля, Le—критерий Льюиса, μ—коэффициент динамической вязкости, ε—коэффициент турбулентной вязкости, E_v, $E_{D,i}$, E_λ — коэффициенты проводимости движения, массы и энергии соответственно, ρ—плотность, u, v—составляющие скорости в направлении осей x и y соответственно, p—давление, C_i—весовая доля i-го компонента, w_i—объемная весовая скорость образования i-го компонента, H—полная этальпия, D—коэффициент диффузии, λ—коэффициент теплопроводности, C_i^* — весовая доля атомарного вещества, St—критерий Стантона, Q_R —теплота реакции, отнесенная к 1 *кг* кислорода, q—тепловой поток, $T_{ад,t}$—адиабатическая температура пламени, T—температура, c_p—удельная теплоемкость при постоянном давлении, τ—напряжение трения, Δh_w—тепловой перепад на стенке, $h_{хим}$—химическая энтальпия, j_D—коэффициент массопереноса, C_f — коэффициент трения, Re—критерий Рейнольдса, β—доля углерода в 1 *кг* топлива; индексы: w—на стенке, e—в ядре потока. Черта — над величиной означает среднюю величину, штрих—флуктуирующие величины.

Литература

1. Коэн, Бромберг и Липкис. Вопросы ракетной техники, 4(52), 1959.
2. Авдуевский В. С., Оброскова Е. И. Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностр., **5**, 1962.
3. Емельянов В. М. Инженерный журнал, том II, вып. 3, 1962.
4. Ваулин Е. П. и Гвоздков Н. Н. ЖТФ, т. XXXII, вып. 2, 1962.
5. Eschenroder A. Q. Journal of the Aero/Space Sci., **27**, No 12, 1960.
6. Лапин Ю. В. ЖТФ, **30**, № 10, 1960.
7. Kulgein N. G. Journal of Fluid Mechanics, 12, 3, 1962
8. Зельдович Я. Б. ЖТФ, **19**, № 10, 1949.
9. Лиз Л. Сб. «Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций». ИЛ, 1962.
10. Dooley D. Ignation on the laminar boundary layer of a heated plate, Stanford Univ. Press, June, 1957.
11. Rannie W. J. Propulsion Lab., Progr. Rep., No 4—50, Calif. Inst. Technol., November, 1947.
12. Крокко Л. Сб. «Проблемы движения головной части ракет дальнего действия». ИЛ, 1959.
13. Denison M. R. Journal of the Aero/Space Sci., 28, No 6, 1961.
14. Rubesin M. W., Pappas C. C. Presented at the Symposium for Mass-Transfer Cooling for Hypersonic Flight (USAF, Office Sci. Res. and the RAND Corporation), June, 1957.
15. Дорранс У., Доре Ф. Механика, № 3, 1955.

В. П. ПОПОВ

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МЕДЛЕННЫХ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ

Исследования гидродинамики при решении задач теплообмена твердых тел с газами и жидкостями довольно часто сталкиваются с трудностью измерения малых скоростей. Трубки Пито и другие приборы, основанные на измерении динамического напора, здесь неприменимы, так как динамический напор очень мал. При измерениях в газах широко применяется электротермоанемометр. Правда, при малых скоростях он дает существенную погрешность, но лучшего прибора для этой цели пока нет. Электротермоанемометр может быть использован и при измерениях в жидкостных потоках, однако при его применении встречаются значительные трудности. На показания термоанемометра влияют мельчайшие механические загрязнения жидкости, растворенные в ней газы, электрическая проводимость жидкости и др. Эти влияния хотя и преодолимы, но сильно осложняют и удорожают проведение экспериментов.

Для измерения малых скоростей в жидкостях разработан целый ряд методик, основанных на визуализации течения путем внесения в поток мелких твердых или жидких частиц, траектории которых прослеживаются кинематографическим путем. Как правило, эти методы очень трудоемки и требуют сложного оборудования.

В последние годы стала применяться интересная и сравнительно простая методика визуализации потоков воды, которая может быть использована и для измерения скорости. Она состоит в следующем. В потоке перпендикулярно направлению движения воды располагается тонкая металлическая проволочка, соединенная с отрицательным полюсом источника постоянного напряжения. Положительный полюс источника напряжения соединяется с электродом, помещенным в тот же поток. При подаче на электроды напряжения в несколько вольт начинается электролиз воды. На проволочке-катоде выделяются пузырьки водорода, которые смываются и уносятся по-

током. При соответствующем освещении эти пузырьки можно фотографировать. Если подавать на электроды напряжение с регулярными перерывами, то на снимке получится чередование белых и черных полос. Ширина их зависит от частоты прерывателя и скорости потока. Зная частоту прерывателя и измерив на фотографии ширину соседних черной и белой полос, можно определить значение осевой составляющей скорости потока.

Большим достоинством этого метода является возможность снять практически мгновенное поле скоростей на большой площади. Это представляет интерес во многих случаях и особенно важно при исследовании нестационарных течений. Используя скоростную кинокамеру, можно получить картину изменения поля скоростей нестационарного течения во времени.

Если на проволочку-катод нанести с определенными интервалами кольца из изоляционного лака или краски, то мы получим двумерную картину течения.

Применив систему зеркал, можем получить трехмерную картину движения, что в определенных случаях представляет большой интерес.

Для визуализации потока электролиз воды был применен при исследовании структуры турбулентного пограничного слоя [1]. Анализ погрешностей измерения скорости этим методом был сделан в работе [2], но нам неизвестны данные о его практическом применении. Поэтому мы экспериментально проверили применимость данного метода для количественного исследования поля скорости при обтекании различных тел. Проверка производилась в гидравлическом лотке со стенками из органического стекла. Поперечное сечение лотка 30×30 *мм*, длина около метра. Он был предназначен не для проведения точных количественных измерений, а только для проверки их принципиальной возможности.

Результаты обработки фотографий обтекания ламинарным потоком воды пластины с острой передней кромкой представлены на рис. 1. Для сравнения на этом же рисунке приведены экспериментальные данные Хансена [3] и теоретическая кривая Блазиуса. Полученные нами экспериментальные точки довольно хорошо укладываются на одну кривую. Некоторое отклонение наших экспериментальных данных, как и данных Хансена, от теоретической кривой Блазиуса, по-видимому, объясняется тем, что в обоих случаях измерения проводились вблизи передней кромки пластины, т. е. в той области, где решение Блазиуса не является достаточно точным.

Съемка производилась фотокамерой «Зенит», а для освещения исследуемого пространства лотка использовалась лампа накаливания мощностью 0,75 *квт* с рефлектором. Возможность получения удовлетворительных результатов при помощи

12. Зак. 396

такого простого оборудования говорит о перспективности данного метода. Можно полагать, что на установке большего масштаба при использовании более совершенных источников света и съемочной аппаратуры можно на достаточно высоком уровне производить исследования полей скоростей в пограничном слое, в отрывной зоне, при решении различных струйных задач и т. д.

Используя пузырьки газа для визуализации потока капельной жидкости, нельзя оставить без внимания вопрос о движении этих пузырьков под действием гравитационных сил. При больших поперечных градиентах скорости, характерных, например, для пограничного слоя твердого тела или струи, даже небольшое смещение пузырьков из исследуемого сечения может вызвать существенные погрешности измерения.

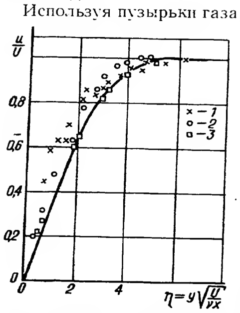


Рис. 1. Профиль скорости в пограничном слое плоской пластины в Блазиусовых координатах $u/U=f(\eta)$:

1 — данные наших опытов при $x=0{,}007$ *м*; *2* — экспериментальные данные Хансена при $x=0{,}03$ *м*; *3* — данные Хансена при $x=0{,}15$ *м*; — теоретическая кривая Блазиуса

Имеется целый ряд работ, посвященных исследованию движения газовых пузырьков в жидкости применительно к условиям работы различного рода барбатеров, устройств промышленного электролиза и других аппаратов химической промышленности.

Теоретические соображения по этому вопросу и обобщение экспериментальных данных приводятся в книге В. Г. Левича [4]. В ней автор выводит теоретические формулы для расчета скорости подъема пузырьков газа в воде в зависимости от их диаметра, вязкости воды и числа $\mathrm{Re} = vd/\nu$:

$$v = \frac{1}{12}\,\frac{gd^2}{\nu} \quad \text{при } \mathrm{Re} < 1, \tag{1}$$

$$v = \frac{1}{36}\,\frac{gd^2}{\nu} \quad \text{при } \mathrm{Re} = 100 - 1600. \tag{2}$$

Однако эти формулы справедливы только при движении пузырьков в воде, прошедшей специальную очистку от поверхностно-активных веществ (например, многократную дистилляцию). Экспериментально установлено, что в обычной сетевой воде, не подвергшейся подобной очистке, движение мелких

пузырьков происходит по законам движения твердых шариков, для которых в области действия закона Стокса справедлива формула

$$v = \frac{1}{18}\,\frac{gd^2}{\nu}. \tag{3}$$

Как видно из (1)—(3), скорость подъема пузырьков при постоянной температуре жидкости пропорциональна квадрату их диаметра.

Выражение для диаметра пузырька, отрывающегося от твердой поверхности под действием гравитационных сил, можно найти из равенства

$$C\sigma = \frac{1}{6}\pi d_0^3(\gamma_ж - \gamma_г) \approx \frac{1}{6}\pi d_0^3\gamma_ж. \tag{4}$$

Левая часть уравнения (4) представляет собой равнодействующую сил поверхностного натяжения, прижимающую пузырек газа к поверхности, а правая — подъемную силу. Величина C в данном уравнении определяется выражением

$$C = \int\limits_L\int\limits_\theta \sin\theta\, dL\, d\theta. \tag{5}$$

Если пузырек имеет сферическую форму, то можно предположить, что граница жидкой и газообразной фазы на твердой плоской поверхности является окружностью с диаметром, пропорциональным диаметру пузырька. В этом случае

$$C = C_1 \pi d_0 \sin\theta. \tag{6}$$

Считая, что перед отрывом пузырька $\sin\theta \approx \theta$, и решая совместно уравнения (4) и (6) относительно d_0, получим выражение

$$d_0 = C_2\theta^{0,5}\sqrt{\frac{\sigma}{\gamma_ж}}, \tag{7}$$

аналогичное приведенному в книге Кутателадзе [5] и полученное путем аппроксимации численных решений для случая кипения воды.

Поскольку имеющиеся в литературе экспериментальные данные относятся к пузырькам газа значительно более крупным, чем применяющиеся для визуализации жидкостных течений, нами было выполнено экспериментальное определение скорости подъема пузырьков водорода, образующихся при электролизе на платиновой проволочке диаметром 40 *мк* в неподвижной воде при комнатной температуре. Оказалось, что при электролизе коэффициент C_2 в формуле (7) не является

постоянным, как при кипении воды, а зависит от плотности тока. При малой плотности тока порядка 0,1—0,2 *а/см²* от нити — катода отделялись сплошные полосы, состоящие из очень мелких пузырьков водорода. С увеличением плотности тока увеличивается диаметр пузырьков, а следовательно, и скорость их подъема. Однако с ростом диаметра пузырьков в некоторых пределах увеличивается и яркость свечения полос в рассеянном свете, что облегчает получение достаточно контрастного изображения. Поэтому существует некоторое оптимальное значение плотности тока, которое тем меньше, чем более совершенно применяемое осветительное и съемочное оборудование. В наших условиях оптимальная плотность тока была в пределах $i = 0{,}4—0{,}6$ *а/см²*.

Дальнейшее увеличение плотности тока приводит к генерации пузырей большого диаметра. Возрастает скорость их подъема, края полос становятся рваными и расплывчатыми, а все изображение крупнозернистым и малоконтрастным.

Результаты измерений скорости подъема пузырьков водорода в неподвижной воде, которые производились так же, как и описанные выше измерения скорости в потоке, довольно хорошо аппроксимируются формулой

$$v = 0{,}09i + 0{,}9 \ \text{см/сек} \tag{8}$$

при значении $i = 0{,}4—5{,}2$ *а/см²* и температуре воды 25° С. Скорости подъема пузырей изменялись при этом в пределах $v = 1{,}06—0{,}0215$.

Подставляя эти значения в формулу (3), находим, что во время наших опытов в неподвижной воде диаметр генерируемых пузырей колебался в пределах $d_0 = 0{,}0133—0{,}0215$ *см*.

Для того чтобы найти выражение для диаметра пузырьков, отрывающихся от поверхности катода в потоке жидкости, нужно в правую часть уравнения (4) подставить член, соответствующий сопротивлению пузырька.

Если $\mathrm{Re} = ud_0'/\nu < 0{,}1$, сопротивление можно выразить по формуле Стокса и уравнение равновесия пузырька на поверхности в горизонтальном потоке примет вид

$$(C'\sigma)^2 = \left(\frac{1}{6}\pi d_0'^3 \gamma_ж\right)^2 + (3\pi\mu u d_0'^2)^2. \tag{9}$$

С увеличением скорости потока уменьшается диаметр отрывающихся пузырей, а следовательно, и удельный вес первого члена правой части уравнения (9). Уже при скорости 2—3 *см/сек* этим членом можно пренебречь. Тогда из формулы (9) получим выражение для диаметра отрывающихся пузырей

$$d_0' = \frac{C'\sigma}{3\pi\mu u}. \tag{10}$$

Величина C возрастает с ростом диаметра отрывающихся пузырей. Поэтому можно с уверенностью сказать, что $C' < C$ и, следовательно,

$$d_0' < \frac{C\sigma}{3\pi\mu u} = \frac{1}{18}\,\frac{gd_0}{\nu u}. \tag{11}$$

При диаметре пузырей в неподвижной воде $d_0 = 0{,}01$ *см*, скорости течения 5 *см/сек* и температуре воды 20° С

$$d_0' < 981 \cdot 0{,}01^3/18 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 5 = 0{,}001 \ \text{см}.$$

Получается, что при данных условиях уже при скорости течения 5 *см/сек* диаметр отрывающихся пузырьков уменьшается по сравнению с этим диаметром в подвижной воде более чем в 10 раз. Следовательно, скорость их подъема уменьшится более чем в 100 раз, т. е. не превышает нескольких сотых долей сантиметра в секунду. Отсюда следует, что если скорость обтекания проволочки, генерирующей пузырьки водорода, $u \geqslant 3—5$ *см/сек*, то при правильном выборе плотности тока движение пузырей под действием гравитационных сил не может вызвать существенных погрешностей.

Здесь необходимо отметить, что сказанное вовсе не означает, что скорости $u = 3—5$ *см/сек* являются нижним пределом измерения. Скорости $u \geqslant 3—5$ *см/сек* желательно иметь в месте генерации пузырьков водорода. Нижний же предел измерения зависит от совершенства применяемого оборудования и практически близок к 0.

В заключение можно сказать, что проведенная нами экспериментальная проверка методики измерения скорости при помощи электролизной генерации мельчайших пузырьков водорода на тонкой проволочке, помещенной в поток жидкости, показала возможность и целесообразность ее применения для количественного исследования полей скоростей как стационарных, так и нестационарных течений воды и водных растворов в пределах скорости от нескольких миллиметров в секунду до 20—25 *см/сек*.

Обозначения

f — частота подачи импульсов напряжения на электрод, генерирующий пузырьки водорода; u — локальная скорость течения, осредненная по отрезку времени $\Delta T = 1/f$; v — скорость движения газовых пузырьков под действием гравитационных сил; d — диаметр пузырьков газа; d_0 — диаметр пузырька водорода в момент отрыва его от поверхности электрода в неподвижной воде; d_0' — то же, при наличии движения жидкости; σ — поверхностное натяжение; ν — коэффициент кинематической вязкости; μ — коэффициент динамической вязкости; i — плотность тока; g — ускорение силы тяжести; $\gamma_ж$ — удельный вес воды; $\gamma_в$ — удельный вес водорода; θ — угол смачивания; L — периметр

кривой, образованной на поверхности электрода границей жидкой и твердой фаз; $\delta = 4{,}64\frac{x}{\sqrt{Ux/\nu}}$ — толщина пограничного слоя пластины; U — скорость течения за пределами пограничного слоя; x — расстояние от передней кромки до текущей точки пластины; y — координатная ось, перпендикулярная плоскости пластины; $\eta = y\sqrt{U/\nu x}$ — безразмерная координата Блазиуса.

Литература

1. Runstadler P. W., Kline S. J., Reynolds W. C. An Experimental Investigation of the Flow Structure of the Turbulent Boundary Layer. Report MD-8. Dept of Mechanical Engng, Stanford University, Stanford, California, 1963.

2. Schraub F. A., Kline S. J., Henry J., Runstadler P. W., Jr., Litell A. Use of Hydrogen Bubbles for Quantitative Determination of Time Dependent Velocity Fields in Low Speed Water Frows. Report MD-10. Dept of Mechanical Engng, Stanford University, Stanford, California. 1964.

3. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. М., Физматгиз, 1962.

4. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.

5. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.—Л., Матгиз, 1962.

СОДЕРЖАНИЕ

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ТЕЛ
С ОКРУЖАЮЩЕЙ ГАЗОВОЙ СРЕДОЙ

Издательство «Наука и техника»
Минск, Ленинский проспект, 68

Редактор издательства *В. Андронов*
Художественный редактор *Н. Евменова*
Технический редактор *И. Волоханович*
Корректор *С. Шахматова*

АТ 14399. Сдано в набор 17/III 1965 г. Подписано к печати 2/VII 1965 г. Формат 60×90 1/16. Печ. л. 11,5. Уч.-изд. л. 10,2. Изд. заказ 63. Тип. заказ 396. Цена 68 коп.

Типография научно-технической литературы издательства «Наука и техника» АН БССР и Госкомитета Совета Министров БССР по печати
Минск, Ленинский проспект, 68

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫХ ТЕЛАХ

МИНСК 1965

АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛОРУССКОЙ ССР
ИНСТИТУТ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В КАПИЛЛЯРНОПОРИСТЫХ ТЕЛАХ

Под редакцией академика АН БССР А. В. ЛЫКОВА
и профессора Б. М. СМОЛЬСКОГО

НАУКА И ТЕХНИКА

МИНСК 1965

В книге изложены результаты теоретического и экспериментального исследования тепло- и массопереноса в пограничном слое при взаимодействии капиллярнопористых тел с потоком несжимаемого газа. Особое внимание обращено на выявление механизма процессов переноса, а также на описание специальных приборов, измерительных схем и методик экспериментального исследования. Значительная часть книги посвящена турбулентному тепло- и массопереносу.

А. В. ЛЫКОВ

МАССОТЕПЛОПЕРЕНОС В КАПИЛЛЯРНОПОРИСТЫХ СРЕДАХ

В последнее время вопросам тепло- и массопереноса в капиллярнопористых средах уделяется все больше внимания в связи с изучением процессов охлаждения, фильтрации многокомпонентных жидкостей в дисперсных средах при наличии фазовых превращений и оттаивания мерзлых грунтов. Не меньшее значение имеют явления переноса в капиллярнопористых телах для разработки пористых электродов в топливных элементах и других преобразователях энергии с использованием дисперсных сред.

Для изучения этих явлений используются аналитические методы, разработанные в теории фильтрации или в сушильной технике. Каждый из этих методов имеет свою специфику, а системы дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса различны. Кроме того, имеются работы, в которых без достаточного обоснования применяется система уравнений тепло- и массопереноса, не пригодная для данного случая в силу специфической особенности изучаемого явления переноса. Все эти обстоятельства вызывают необходимость более детально анализировать процесс тепло- и массопереноса в капиллярнопористых средах.

Физическая характеристика системы

В качестве изучаемой системы берется капиллярнопористое тело, скелет которого является лиофильным веществом, т. е. стенки капилляров и пор сорбируют газы, пары и жидкости, при этом может иметь место диффузно-осмотическая связь сорбируемого вещества скелетом тела.

Такая система существенно отличается от модельных дисперсных сред, рассматриваемых в классической теории фильтрации.

Связываемое скелетом капиллярнопористого тела вещество может быть в виде жидкости, пара, инертного газа, твер-

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

дого вещества, переохлажденной жидкости в зависимости от условий тепло- и массообмена. В зависимости от вида связи вещества с телом температура замерзания жидкости изменяется в широких пределах. Поэтому в капиллярнопористых телах при температуре ниже 0° С всегда имеется некоторое количество переохлажденной жидкости (воды).

Необходимо также отметить, что в большинстве случаев поры и капилляры тела заполнены жидкостью или льдом, а частично и парогазовой смесью. Для упрощения анализа нашей системы в качестве жидкости принимается вода без каких-либо растворимых веществ. Наличие растворимых веществ в жидкости изменяет процесс массопереноса и вызывает ряд дополнительных эффектов.

Будем отмечать парообразную влагу индексом 1 (пар), жидкость — 2, влагу в твердом состоянии (лед) — 3, инертный газ (сухой воздух) — 4 и скелет — 0.

Объемная концентрация связанного вещества ω (сухой воздух, пар, жидкость, лед) равна отношению массы связанного вещества M к объему тела V:

$$\omega = \frac{M}{V} = \frac{1}{V}\sum_i M_i = \Sigma\omega_i, \tag{1}$$

где M_i — масса связанного вещества в состоянии i ($i = 1, 2, 3, 4$); ω_i — объемная концентрация i-го связанного вещества, равная

$$\omega_i = \frac{M_i}{V}. \tag{2}$$

Масса всего связанного вещества M равна сумме масс сухого воздуха, пара, жидкости и льда, т. е.

$$M = \sum_i M_i.$$

Обычно объем тела V изменяется в зависимости от концентрации ω по линейному закону. Поэтому вместо объемной концентрации ω вводится относительная концентрация или влагосодержание тела u:

$$u = \frac{M}{M_0} = \sum_i u_i = \frac{\omega}{\gamma}, \tag{3}$$

где γ — объемная концентрация скелета тела или плотность

тела, определяемая соотношением $\gamma = M_0/V$; u_i — относительная концентрация i-го связанного вещества:

$$u_i = \frac{M_i}{M_0}. \tag{4}$$

Если объем тела мало зависит от влагосодержания, т. е. если усадкой пренебречь ($V = V_0 = \text{const}$), то объемная концентрация скелета тела будет равна плотности абсолютно сухого тела:

$$\gamma_0 = \frac{M_0}{V_0} = \frac{M_0}{V} = \text{const}, \tag{5}$$

где V_0 — объем тела в абсолютно сухом состоянии.

Следовательно, между относительной концентрацией u_i и объемной концентрацией ω_i будет прямая пропорциональность:

$$\omega_i = u_i\gamma_0, \quad \omega = u\gamma_0. \tag{6}$$

Если стенки скелета тела малогидрофильны, а изменением плотности жидкости мономолекулярного адсорбированного слоя пренебречь, то количество влаги физико-механической связи (капиллярная влага, лед, пар и воздух) можно определить по соотношению

$$\omega_i' = \Pi_V\, b_i\,\rho_i = \gamma_0 u_i'. \tag{7}$$

В случае монокапиллярнопористого тела пористость Π_V пропорциональна r_m^3, для поликапиллярнопористого*

$$\Pi_V = \int_{r_0}^{r_{\max}} f_V(r)\,dr, \tag{8}$$

где $f_V(r)$ — дифференциальная кривая распределения пор; r_0 и $r_{\max}$ — пределы изменения радиусов пор тела. Для величины насыщенности пор b_i имеет место соотношение

$$\sum_i b_i = 1. \tag{9}$$

Необходимо отметить, что соотношение (7) не будет справедливым для физико-химически связанной влаги, т. е. $\omega_i' \neq \omega_i$ и $u_i' \neq u_i$. Однако формально можно принять за основу расчета концентрации влаги в любой форме связи формулу (7),

* Подробно см. [1].

но тогда величина b_i не будет определять степени насыщенности связанным веществом (влагой) пор тела, и соотношение (9) утрачивает свою силу. Только для типично капиллярнопористых тел с малой гигроскопической влажностью можно принять равенство $\omega_i = \omega_i'$, $u_i = u_i'$, сохранив при этом соотношение (9).

При молярном (гидродинамическом) движении влаги (жидкости, газа, пара) по порам тела в процессах фильтрации плотность потока i-го вещества $\mathbf{j}_{imol}$ ($кг/м^2 \cdot сек$) будет равна:

$$\mathbf{j}_{imol} = \Pi_S \rho_i b_i \mathbf{w}_i, \tag{10}$$

где $\mathbf{w}_i$ — средняя линейная скорость молярного (фильтрационного) движения i-го вещества ($м/сек$); Π_S — поверхностная пористость тела, равная отношению площади всех пор (дырок) к площади сечения тела в направлении, перпендикулярном к направлению вектора $\mathbf{j}_{imol}$.

Эта величина для поликапиллярнопористого тела равна

$$\Pi_S = \int_{r_0}^{r_{max}} f_S(r)\, dr, \tag{11}$$

где $f_S(r)$ — дифференциальная кривая распределения поверхностной пористости тела по радиусу пор тела. Для однородных тел поверхностная пористость тела Π_S приближенно равна объемной пористости тела Π_V.

Строго говоря, величина b_i в соотношении (10) отлична от величины b_i в формуле (7), однако при условии $\Pi_V = \Pi_S = \Pi$ b_i будет характеризовать степень заполнения пор i-м связанным веществом.

Следовательно, можно написать

$$\mathbf{j}_{imol} = \Pi \rho_i b_i \mathbf{w}_i. \tag{12}$$

Соотношением (12) можно воспользоваться для определения плотности потока капиллярной влаги в монокапиллярнопористом теле. В этом случае $\mathbf{w}_i = \mathbf{w}_{2cap}$, где $\mathbf{w}_{2cap}$ — линейная скорость движения жидкости в монокапиллярнопористом теле под действием капиллярных сил.

Кроме того, важно отметить следующее обстоятельство. При обычных условиях, когда давление влажного воздуха в порах тела мало отличается от барометрического, масса воздуха и пара в порах тела ничтожно мала по сравнению с массой жидкости или массой льда. Конечно, при этом предполагается, что тело находится в равновесии с окружающим влажным воздухом, т. е. его влагосодержание отлично от нуля. По

расчетам Б. А. Поснова [1], при нормальных условиях для тел с максимальной пористостью (керамика, древесина и т. д.) масса влажного воздуха в порах тела составляет около 10^{-5} % от массы жидкости, соответствующей равновесному влагосодержанию тела. Поэтому общее влагосодержание тела u можно считать равным влагосодержанию жидкости u_2 и льда u_3:

$$u = \sum_i u_i = u_2 + u_3. \tag{13}$$

Соотношением (13) мы воспользуемся при расчете источников связанного вещества, обусловленных фазовыми переходами.

Дифференциальные уравнения массотеплопереноса

На основе закона сохранения массы вещества локальная производная объемной концентрации i-го связанного вещества по времени равна сумме дивергенции от потоков массы и источника i-го вещества, обусловленного фазовыми переходами, т. е.

$$\frac{\partial (u_i \gamma)}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(\mathbf{j}_{dif} + \mathbf{j}_{imol}) + I_i, \tag{14}$$

где $\mathbf{j}_{idif}$ — плотность диффузионного потока i-го связанного вещества.

В соответствии с соотношением (12) (14) перепишем так:

$$\frac{\partial (u_i \gamma)}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(\mathbf{j}_{idif} + \Pi \rho_i b_i \mathbf{w}_i) + I_i. \tag{15}$$

При этом необходимо иметь в виду, что $\mathbf{w}_i$ является скоростью конвективного (молярного) переноса, она отлична по своей физической природе от линейной скорости диффузионного переноса $\mathbf{w}_{idif} = \mathbf{j}_{idif}/\rho_i$.

Источники i-го вещества обусловлены фазовыми переходами, поэтому их сумма равна нулю:

$$\sum_i I_i = 0. \tag{16}$$

Если пренебречь усадкой тела ($\gamma = \gamma_0 = \text{const}$), то уравнение (15) примет вид

$$\gamma_0 \frac{\partial u_i}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(\mathbf{j}_{idif} + \Pi \rho_i b_i \mathbf{w}_i) + I_i. \tag{17}$$

Дифференциальные уравнения переноса тепла получаем из уравнения переноса энергии: локальная производная объемной концентрации энергии равна дивергенции от плотности потока энергии. Обычно для твердого тела изохорную теплоемкость (c_v) принимают равной изобарной теплоемкости (c_p), т. е. $c_p = c_v = c$.

Следовательно, для капиллярнопористого тела локальная производная от объемной концентрации энтальпии по времени равна дивергенции от плотности потока энтальпии, включая перенос энтальпии за счет конвективного и диффузионного (молекулярного) движения:

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(h_0 \gamma_0 + \Sigma h_i \gamma_0 u_i) = -\operatorname{div}\left[\mathbf{j}_q + \sum_i h_i (j_{idif} + \Pi \rho_i b_i \mathbf{w}_i)\right], \quad (18)$$

где $\mathbf{j}_q$ — плотность потока тепла, передаваемого путем теплопроводности,

$$\mathbf{j}_q = -\lambda \operatorname{grad} T, \quad (19)$$

λ — суммарный коэффициент теплопроводности, характеризующий молекулярный перенос тепла через скелет пористого тела и связанное с ним вещество.

Обозначим удельную теплоемкость через c_i:

$$c_i = \frac{dh_i}{dT}. \quad (20)$$

Тогда будем иметь

$$\left(c_0 \gamma_0 + \sum_i c_i \gamma_0 u_i\right) \frac{\partial T}{\partial \tau} + \gamma_0 \sum_i h_i \frac{\partial u_i}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \nabla T) -$$

$$- \sum_i c_i (\mathbf{j}_{idif} + \Pi \rho_i b_i \mathbf{w}_i) \nabla T - \sum_i h_i \operatorname{div}(\mathbf{j}_{idif} + \Pi \rho_i b_i \mathbf{w}_i). \quad (21)$$

Если умножить все члены уравнения (15) на h_i, просуммировать по всем i ($i = 0, 1, 2, 3, 4$) и полученные соотношения использовать для замены величины $\sum_i h_i \gamma_0 \frac{\partial u_i}{\partial \tau}$ соответствующим выражением, то будем иметь

$$c \gamma_0 \frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \nabla T) + \sum_i h_i I_i - \sum_i (\mathbf{j}_{idif} + \Pi \rho_i b_i \mathbf{w}_i) c_i \nabla T, \quad (22)$$

где c — приведенная удельная теплоемкость тела:

$$c = c_0 + \sum_i c_i u_i. \quad (23)$$

Уравнение (22) совместно с (14) составляет наиболее общую систему дифференциальных уравнений массотеплопереноса в капиллярнопористых средах.

Дифференциальные уравнения фильтрации

Из уравнения (14), как частный случай, получаются уравнения движения жидкостей в пористых средах.

Если положить $\gamma u_i = \Pi b_i \rho_i$ (отсутствие физико-химической связи вещества со скелетом пористого тела), $I_i = 0$ (отсутствие источников вещества) и $\mathbf{j}_{idif} = 0$ (отсутствие диффузионного переноса), то из (14) получим уравнение фильтрации несмешивающихся жидкостей ($i = 1, 2, 3, \ldots$) в пористой среде

$$\Pi \frac{\partial(\rho_i b_i)}{\partial \tau} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_{imol} = -\operatorname{div}\left[k \frac{k_i}{\eta_i} (\nabla P - \mathbf{g}\rho) \rho_i\right]. \quad (24)$$

Плотность фильтрационного потока $\mathbf{j}_{imol}$ определялась из соотношения

$$\mathbf{j}_{imol} = \Pi \rho_i b_i \mathbf{w}_i = \rho_i k \frac{k_i}{\eta_i} (\nabla P - \mathbf{g}\rho). \quad (25)$$

При фильтрации смешивающихся жидкостей необходимо учитывать взаимную диффузию жидкостей. Если плотность диффузионного потока растворимых жидкостей определяется соотношением

$$\mathbf{j}_{idif} = -D \operatorname{grad} \rho_i b_i, \quad (26)$$

то из уравнения (14) получим

$$\Pi \frac{\partial \rho_i b_i}{\partial \tau} = \operatorname{div}\left[\rho_i \frac{k k_i}{\eta_i} (\nabla P - \rho \mathbf{g})\right] - D \nabla^2 \rho_i b_i. \quad (27)$$

Уравнение (27) было использовано в работе [2] для анализа движения двух взаимно растворимых жидкостей ($i = 1, 2$) в пористой среде.

Макрокапиллярнопористое тело

Предположим, капиллярнопористое тело имеет влагу, связанную физико-механическим путем (влага макрокапилляров), в этом случае можно считать $u_i = u_i' = \Pi \rho_i b_i \gamma_0$ (осмотически связанной и адсорбционной влагой пренебрегаем). Вначале рассмотрим пористое тело монокапиллярной структуры, т. е. макрокапиллярнопористое тело, радиусы капилляров которого

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

больше 10^{-5} *см* ($r > 10^{-5}$ *см*) и изменяются в небольших пределах:

$$\left[\left(\frac{1}{f_s(r)}\right) \to 0\right].$$

1. Монокапиллярная структура тела. В макрокапиллярнопористом теле с монокапиллярной структурой перенос жидкости происходит с некоторой конечной скоростью $\mathbf{w}_{2cap}$, обусловленной действием капиллярных сил ($\mathbf{w}_2 = \mathbf{w}_{2cap}$). В большинстве случаев перенос пара и воздуха в порах тела происходит диффузионным путем (взаимная диффузия пара и воздуха). Только при наличии градиента общего давления ($\operatorname{grad} P$) внутри пористого тела, который возникает при температуре тела больше 100° С, будет фильтрационный перенос пара и воздуха*. Известно, что при наличии испарения жидкости с поверхности менисков капилляров взаимная диффузия пара и воздуха вызывает конвективный перенос влажного воздуха (стефановский поток), однако этот вид переноса можно учитывать путем введения множителя в формуле для диффузии пара в паровоздушной смеси, так как линейная скорость конвективного переноса Стефана $\mathbf{w}_S$ прямо пропорциональна градиенту концентрации пара или градиенту парциального давления пара.

Таким образом, полагаем $j_{2dif} = 0$ (отсутствие диффузии жидкости), когда система дифференциальных уравнений массопереноса будет иметь вид:

$$\gamma_0 \frac{\partial u_1}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(j_{1dif} + \Pi \rho_1 b_1 \mathbf{w}_1) - I_1, \qquad (28)$$

$$\gamma_0 \frac{\partial u_2}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(\Pi \rho_2 b_2 \mathbf{w}_{2cap}) + I_2, \qquad (29)$$

$$\gamma_0 \frac{\partial u_4}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(j_{4dif} + \Pi \rho_4 b_4 \mathbf{w}_4) + I_4, \qquad (30)$$

где $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_4 = \mathbf{w}_S$ — скорость конвективного потока Стефана. Так как в инертном газе (сухом воздухе) химические превращения отсутствуют, то $I_4 = 0$; фазовые превращения в области температур больше 0° С соответствуют переходу жидкость—пар. Из этого следует, что $I_2 = -I_1$. Поскольку содержание пара и воздуха ($u_1 + u_2$) в порах тела ничтожно мало

* В микрокапиллярнопористом теле градиент общего давления может иметь место при температуре тела меньше 100° С в результате натекания воздуха из окружающей среды по стенкам микрокапилляров.

по сравнению с влагосодержанием жидкости u_2 ($u = u_1 + u_2 + u_4 = u_2$), то изменением концентрации влажного воздуха в капиллярах тела пренебрегаем $\left(\gamma_0 \partial u_1/\partial\tau = 0,\ \gamma_0 \frac{\partial u_4}{\partial \tau} = 0\right)$.

Следовательно, будем иметь:

$$\Pi \gamma_0 \rho_2 \frac{\partial b_2}{\partial \tau} = -\operatorname{div}(\Pi \rho_2 b_2 \mathbf{w}_{2cap}) - \operatorname{div}(\mathbf{j}_{1dif} + \Pi \rho_1 b_1 \mathbf{w}_S), \qquad (31)$$

$$I_2 = -I_1 = -\operatorname{div}(j_{1dif} + \Pi \rho_1 b_1 \mathbf{w}_S), \qquad (32)$$

$$\operatorname{div}(j_{4dif} + \Pi \rho_4 b_4 \mathbf{w}_S) = 0. \qquad (33)$$

Стефановский поток можно выразить через диффузионный поток в виде

$$j'_{idif} = j_{idif} + \Pi \rho_i b_i \mathbf{w}_S, \quad i = 1, 4. \qquad (34)$$

Тогда уравнения (31)—(33) можно написать так:

$$\Pi \gamma_0 \rho_2 \left(\frac{\partial b_2}{\partial \tau} + \mathbf{w}_{2cap} \nabla b_2\right) = -\Pi \rho_2 b_2 \operatorname{div} \mathbf{w}_{2cap} - \operatorname{div} \mathbf{j}'_{1dif}, \qquad (35)$$

$$I_2 = -I_1 = -\operatorname{div} j'_{1dif}, \qquad (36)$$

$$\operatorname{div} j'_{4dif} = 0. \qquad (37)$$

Скорость капиллярного движения $\mathbf{w}_{2cap}$ зависит от среднего радиуса капилляра r, поверхностного натяжения σ и коэффициента вязкости η_2. Например, для одиночного цилиндрического капилляра скорость движения [1]

$$w'_{2cap} = \frac{r^2}{8\eta_2}\left(\frac{2\sigma\cos\Theta}{rx} - g\sin\vartheta\right) = \frac{r^2\rho_2}{8\eta_2 x}(\psi_{cap} - \psi_g), \qquad (38)$$

где Θ — угол смачивания; ϑ — угол наклона капилляра к горизонту; x — направление движения (направление оси капилляра); ψ_{cap} — капиллярный потенциал ($\psi_{cap} = 2\sigma\cos\Theta/r\rho_2$); ψ_g — потенциал поля тяжести ($\psi_g = gx\sin\vartheta$).

Скорость капиллярного движения единичного капилляра $\mathbf{w}'_{2cap}$ равна $\frac{dx}{d\tau}$ ($\mathbf{w}'_{2cap} = dx/d\tau$), тогда из формулы (38) следует

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{r^2\rho_2\psi_{cap}}{8\eta_2 x} - \frac{r^2}{8\eta_2} g\sin\vartheta, \qquad (39)$$

т. е. скорость капиллярного впитывания является линейной функцией $1/x$. Эта зависимость подтверждается эксперимен-

тами с элементарными капиллярами и монокапиллярнопористыми телами.

Таким образом, для макрокапиллярнопористого тела с монокапиллярной структурой величина $\operatorname{div} \mathbf{w}_{2cap}$ не равна нулю.

2. Поликапиллярная структура тела. Для пористого тела с поликапиллярной структурой уравнение дифференциальной кривой распределения пор по радиусу капилляра не равно бесконечности $[fs(r) \neq \infty]$. Поток капиллярной влаги в таком теле может быть выражен через градиент капиллярного потенциала ψ:

$$j_{cap} = \Pi \rho_2 b_2 \mathbf{w}_{2cap} = k_\psi \operatorname{grad} \psi, \qquad (40)$$

где

$$\operatorname{grad} \psi = \frac{2\sigma \cos \Theta}{\rho_2 r^2} \nabla r, \qquad (41)$$

при этом предполагаем, что $\psi_{cap} \gg \psi_g$; k_ψ — коэффициент капиллярной проводимости:

$$k_\psi = \frac{\rho_2^2}{8 \eta_l} \int_{r_0}^{r} r^2 fs(r)\, dr. \qquad (42)$$

Соотношение аналогично закону диффузии (плотность потока капиллярной влаги прямо пропорциональна градиенту ψ). Потенциал ψ является функцией влагосодержания u ($u = u_2$) и температуры тела T.

При изотермических условиях между $\operatorname{grad} \psi$ и $\operatorname{grad} u$ справедливо соотношение

$$\nabla \psi = -\frac{2\sigma \cos \Theta}{r^2 \rho^2 fs(r)} \gamma_0 \nabla u. \qquad (43)$$

Следовательно,

$$j_{2cap} = -a_{cap} \gamma_0 \nabla u, \qquad (44)$$

где a_{cap} — коэффициент капиллярной диффузии:

$$a_{cap} = \frac{\sigma \cos \Theta}{4 \eta_l r^2 fs(r)} \int_{r_0}^{r} r^2 fs(r)\, dr. \qquad (45)$$

Соотношение (40) применимо для пористого тела поликапиллярной структуры. Для монокапиллярного тела $fs(r) \to \infty$, следовательно, $k_\psi \to \infty$, а градиент капиллярного потенциала $\nabla \psi = 0$, так как $\nabla r = 0$.

Для неизотермических условий поток капиллярной влаги равен

$$\mathbf{j}_{cap} = k_\psi \nabla \psi = -a_{cap} \gamma_0 (\nabla u + \delta_{cap} \nabla T), \qquad (46)$$

где δ_{cap} — термоградиентный коэффициент:

$$\delta_{cap} = -\frac{\rho_2 r fs(r)}{\gamma_0 \sigma} \frac{d\sigma}{dT}. \qquad (47)$$

Таким образом, для пористого тела с поликапиллярной структурой дифференциальные уравнения массопереноса имеют вид

$$\gamma_0 \frac{\partial u_2}{\partial \tau} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_{cap} + I_2 = -\operatorname{div} \mathbf{j}_{cap} - \operatorname{div} \mathbf{j}'_{1dif}, \qquad (48)$$

$$I_2 = -I_1 = -\operatorname{div} j'_{1dif}. \qquad (49)$$

Дифференциальное уравнение переноса тепла будет иметь вид

$$c \gamma_0 \frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \nabla T) + r_{12} I_{12} - c_2 \mathbf{j}_{cap} \nabla T - c_1 \mathbf{j}'_{1pif} \nabla T, \qquad (50)$$

где $r_{12} = h_1 - h_2$ — удельная теплота испарения (конденсации) при переходе жидкости в пар.

Капиллярнопористое коллоидное тело

Капиллярнопористое тело с микрокапиллярной структурой содержит влагу физико-механической и физико-химической связи. Поэтому перенос влаги в таком теле аналогичен переносу влаги в коллоидном капиллярнопористом теле.

Перенос жидкости происходит путем молекулярной и капиллярной диффузий, пара — путем молекулярной и конвективной диффузий (в последнюю мы включаем перенос при помощи стефановского потока).

При выводе соотношения для переноса пара предполагается, что пар в порах и капиллярах тела находится в термодинамическом равновесии со связанной жидкостью. Поэтому в гигроскопической области парциальное давление пара p_1 является функцией влагосодержания u и температуры тела T*:

$$p_1 = f(u, T) \text{ при } u < u_{me}, \qquad (51)$$

где u_{me} — максимальное гигроскопическое влагосодержание тела. В области влажного состояния тела парциальное давление пара равно давлению насыщенного пара $p_н$, которое не зависит от влагосодержания тела, а зависит только от температуры

$$p_1 = p_н = f(T) \text{ при } u > u_{me}. \qquad (52)$$

---

* В области температур тела больше 0° С влагосодержание тела u равно удельному содержанию жидкости u_2.

Вначале рассмотрим массотеплоперенос в области температур выше 0° С.

1. Связанное вещество пар — жидкость ($i=1, 2$). Если пренебречь величиной термодиффузии пара в парогазовой смеси, то плотность диффузионного потока пара

$$j_{1dif} = -\varepsilon \frac{D_1 \mu_1}{RT} \nabla p_1, \tag{53}$$

где D_1 — коэффициент диффузии пара в воздухе; μ_1 — молекулярная масса пара; R — универсальная газовая постоянная; ε — безразмерный коэффициент, характеризующий сопротивление диффузии пара в пористом теле и учитывающий поправку на величину стефановского потока влажного воздуха в капиллярах тела.

На основании (51) можно написать

$$\nabla p_1 = \left(\frac{\partial p_1}{\partial u}\right)_T \nabla u + \left(\frac{\partial p_1}{\partial T}\right)_u \nabla T. \tag{54}$$

Тогда уравнение (53) можно написать так:

$$\mathbf{j}_{1dif} = a_{m1} \gamma_0 \nabla u + a_{m1}^T \gamma_0 \nabla T, \tag{55}$$

где

$$a_{m1} = \frac{D_1 \mu_1}{RT} \varepsilon \left(\frac{\partial p_1}{\partial u}\right)_T; \; a_{m1}^T = \frac{D_1 \mu_1}{RT} \varepsilon \left(\frac{\partial p_1}{\partial T}\right)_u. \tag{56}$$

В области влажного состояния тела $a_{m1} = 0$, так как $\left(\frac{\partial p_н}{\partial u}\right) = 0$. Для гигроскопической области можно отношение a_{m1}^T/a_{m1} обозначить через δ_1 и назвать термоградиентным коэффициентом парообразной влаги

$$\delta_1 = a_{m1}^T/a_{m1} = \left(\frac{\partial p_1}{\partial u}\right)_T \Big/ \left(\frac{\partial p_1}{\partial u}\right)_u. \tag{57}$$

В пористом теле микрокапиллярной структуры потенциалом переноса является не градиент парциального давления, а градиент отношения $p_1/\sqrt{T}$:

$$\nabla\left(\frac{p_1}{\sqrt{T}}\right) = \frac{1}{\sqrt{T}}\left(\frac{\partial p_1}{\partial u}\right)_T \nabla u + \frac{1}{\sqrt{T}}\left[\left(\frac{\partial p_1}{\partial T}\right)_u - \left(\frac{p_1}{2T}\right)_u\right] \nabla T. \tag{58}$$

В этом случае для молекулярного (эффузионного) потока пара в пористом теле мы получим соотношение (55), в котором коэффициенты a_{m1} и a_{m1}^T будут определяться по другим формулам, а не по формулам (56).

Плотность диффузионного потока осмотически связанной жидкости прямо пропорциональна градиенту давления набухания, который в свою очередь прямо пропорционален градиенту влагосодержания. Таким образом, плотность диффузионного потока осмотически связанной жидкости прямо пропорциональна ∇u.

В пористом теле поликапиллярной структуры диффузию осмотически связанной жидкости и капиллярную диффузию можно характеризовать единым вектором $\mathbf{j}_{2dif}$, так как по соотношению (46) $\mathbf{j}_{cap}$ зависит от ∇u и ∇T.

Следовательно, диффузионный поток осмотической и капиллярносвязанной жидкости

$$\mathbf{j}_{2dif} = a_{m2} \gamma_0 \nabla u + a_{m2}^T \gamma_0 \nabla T. \tag{59}$$

Если обозначить отношение a_{m2}^T/a_{m2} через δ_2^*, то (59) можно написать в виде

$$j_{2dif} = a_{m2} \gamma_0 (\nabla u + \delta_2 \nabla T). \tag{60}$$

Следовательно, система дифференциальных уравнений массопереноса будет иметь вид:

$$\gamma_0 \frac{\partial u_1}{\partial \tau} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_{1dif} + I_1, \tag{61}$$

$$\gamma_0 \frac{\partial u_2}{\partial \tau} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_{2dif} + I_2. \tag{62}$$

Суммируя (61) и (62), получим

$$\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = -\operatorname{div} j_{1dif} - \operatorname{div} j_{2dif}. \tag{63}$$

Подставив вместо j_{1dif} и j_{2dif} соответствующие выражения, получим

$$\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = \operatorname{div}\left[a_{m1} \gamma_0 \nabla u + a_{m1}^T \gamma_0 \nabla T\right] + \operatorname{div}\left[a_{m2} \gamma_0 \nabla u + a_{m2}^T \gamma_0 \nabla T\right]. \tag{64}$$

Дифференциальное уравнение переноса тепла будет иметь вид

$$c \gamma_0 \frac{\partial T}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \nabla T) + r_{12} I_{12} - \Sigma c_i j_{idif} \nabla T. \tag{65}$$

* В общем случае термоградиентный коэффициент δ_2 включает в себя и величину переноса жидкости, обусловленного расширением защемленного воздуха в пористом теле. Подробно см. [1].

Источник жидкости $I_2 = I_{12}$ определяется из уравнения (61), для чего полагаем $\partial u_1/\partial\tau = 0$:

$$I_2 = I_{12} = -I_1 = \operatorname{div} \mathbf{j}_{idif}. \quad (66)$$

Следовательно,

$$c\gamma_0 \frac{\partial T}{\partial\tau} = \operatorname{div}(\lambda\nabla T) + r_{12}\operatorname{div}(a_{m1}\gamma_0\nabla u + a_{m1}^T\gamma_0\nabla T) - \sum_i c_i \mathbf{j}_{idif}\nabla T. \quad (67)$$

Для зональной системы расчета, когда для каждого интервала (зоны) u и T коэффициенты переноса ($\lambda, a_{m1}, a_{m2}, a_{m1}^T, a_{m2}^T$) полагаем постоянными, система дифференциальных уравнений массотеплопереноса будет иметь вид:

$$\frac{\partial u}{\partial\tau} = a_m\nabla^2 u + a_m^T\nabla^2 T = a_m[\nabla^2 u + \delta\nabla^2 T], \quad (68)$$

$$\frac{\partial T}{\partial\tau} = \left(a + a_{m1}\frac{r_{12}}{c}\right)\nabla^2 T + a_{m1}^T\frac{r_{12}}{c}\nabla^2 u - [(c_1 a_{m1} + c_2 a_{m2})\nabla u + (c_1 a_{m1}^T + c_2 a_{m2}^T)\nabla T]\nabla T, \quad (69)$$

где a_m — коэффициент диффузии влаги в пористом теле:

$$a_m = a_{m1}^T + a_{m2}^T, \quad (70)$$

a_m^T — коэффициент термодиффузии влаги:

$$a_m^T = a_{m1}^T + a_{m2}^T; \quad (71)$$

δ — термоградиентный коэффициент:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{a_{m1}^T + a_{m2}^T}{a_{m1} + a_m}. \quad (72)$$

2. Связанное вещество жидкость—лед ($i=2,3$). Имеем систему пористое тело — жидкость — лед, процессами испарения льда (сублимация) и конденсации пара непосредственно в лед (облимация) пренебрегаем ($I_{31}=-I_{13}=0$).

Дифференциальное уравнение массопереноса для твердой фазы ($i=3$) связанного вещества значительно упрощается, так как переноса льда не происходит ($j_3=0$):

$$\gamma_0\frac{\partial u_2}{\partial\tau} = -\operatorname{div}\mathbf{j}_{2dif} + I_2, \quad (73)$$

$$\gamma_0\frac{\partial u_3}{\partial\tau} = I_3, \quad (74)$$

где $I_2=I_{32}=-I_{23}=-I_3$ — источник жидкости, обусловленный таянием льда. Следовательно, уравнение (73) можно написать так:

$$\gamma_0\frac{\partial u_2}{\partial\tau} = -\operatorname{div}\mathbf{j}_{2dif} + \gamma_0\frac{\partial u_3}{\partial\tau}. \quad (75)$$

При этом предполагаем, что пористое тело имеет поликапиллярную структуру, в котором перенос жидкости происходит путем капиллярной и молекулярной диффузии.

Обычно при рассмотрении систем, содержащих лед, вводится коэффициент льдистости ε_3, равный отношению массы льда M_3 к массе всей влаги M:

$$\varepsilon_3 = \frac{M_3}{M} = \frac{u_3}{u_1 + u_2 + u_3 + u_4} = \frac{u_3}{u_2 + u_3}, \quad (76)$$

так как массосодержание пара и воздуха ничтожно по сравнению с массосодержанием жидкости и льда.

Если тело не содержит льда ($u_3=0$), то коэффициент $\varepsilon_3=0$. Если вся вода превращается в лед ($u_2=0$), то $\varepsilon_3=1$. В большинстве случаев $\varepsilon_3<1$ ($0<\varepsilon_3<1$). Пользуясь соотношением (76), находим

$$du = \varepsilon_3 du_3, \quad (77)$$

откуда

$$I_3 = -I_2 = \frac{\varepsilon_3}{1-\varepsilon_3}\gamma_0\frac{\partial u_2}{\partial\tau} = \varepsilon_3\gamma_0\frac{\partial u}{\partial\tau}. \quad (78)$$

Тогда дифференциальные уравнения массотеплопереноса будут иметь вид:

$$\frac{\partial u_2}{\partial\tau} = a_{m2}\nabla^2 u + a_{m2}^T\nabla T - \frac{\varepsilon_3}{1-\varepsilon_3}\frac{\partial u_2}{\partial\tau}, \quad (79)$$

$$\frac{\partial T}{\partial\tau} = a\nabla^2 T + \frac{r_{23}\varepsilon_3}{c(1-\varepsilon_3)}\frac{\partial u_2}{\partial\tau} - c_2(a_{m2}\nabla u + a_{m2}^T\nabla T)\nabla T, \quad (80)$$

где r_{23} — удельная теплота замерзания жидкости (плавления льда); c — удельная теплоемкость:

$$c = c_0 + c_2 u_2 + c_3 u_3. \quad (81)$$

Эту систему дифференциальных уравнений можно переписать так:

$$\frac{\partial u_2}{\partial\tau} = (1-\varepsilon_3)[a_{m2}\nabla^2 u + a_{m2}^T\nabla^2 T], \quad (82)$$

$$\frac{\partial T}{\partial\tau} = \left[a + (1-\varepsilon_3)a_{m2}^T\frac{r_{23}}{c}\right]\nabla^2 T + (1-\varepsilon_3)a_{m2}\frac{r_{23}}{c}\nabla^2 u - c_2(a_{m2}\nabla u + a_{m2}^T\nabla T)\nabla T. \quad (83)$$

2. Зак. 279

3. Связанное вещество пар — лед ($i = 1, 3$). Пользуясь рассмотренным методом определения источника I_{31} и полагая $\varepsilon_3 = 1$, $I = \gamma_0 \frac{\partial u_3}{\partial \tau} = \gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau}$ ($u = u_3$), получим систему дифференциальных уравнений массотеплопереноса

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = -[a_{m1} \nabla^2 u + a_{m1}^T \nabla^2 T], \qquad (84)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \left(a + \frac{r_{13}}{c} a_{m1}^T\right) \nabla^2 T + \frac{r_{13}}{c} a_{m1} \nabla^2 u - - c_1 (a_{m1} \nabla u + a_{m1}^T \nabla T) \nabla T, \qquad (85)$$

где r_{13} — удельная теплота сублимации льда; c — удельная теплоемкость:

$$c = c_0 + c_1 u_1 + c_3 u_3 . \qquad (86)$$

Поскольку фильтрационный перенос массы в пористом теле отсутствует, то в дифференциальном уравнении теплопереноса членами $\sum_i c_i \mathbf{j}_{idif} \nabla T$ можно пренебречь. Тогда система дифференциальных уравнений массотеплопереноса будет иметь вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = k_{11} \nabla^2 u + k_{12} \nabla^2 T , \qquad (87)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = k_{22} \nabla^2 T + k_{21} \nabla^2 u , \qquad (88)$$

при этом коэффициенты k_{12} и k_{21} не равны между собой. Для системы $i = 1, 2$:

$$k_{11} = a_m, \; k_{12} = a_{m2}^T = a_m \delta, \qquad (89)$$

$$k_{22} = a + a_{m1} \frac{r_{12}}{c}, \; k_{12} = a_{m1}^T \frac{r_{12}}{c} = a_{m1} \delta_1 \frac{r_{12}}{c} . \qquad (90)$$

Для системы $i = 2, 3$:

$$k_{11} = a_{m2} (1 - \varepsilon_3), \; k_{12} = (1 - \varepsilon_3) a_{m2}^T = (1 - \varepsilon_3) a_{m2} \delta_2 , \qquad (91)$$

$$k_{22} = a + (1 - \varepsilon_3) a_{m2}^T \frac{r_{23}}{c} ; \; k_{21} = (1 - \varepsilon_3) a_{m2} \frac{r_{23}}{c} . \qquad (92)$$

Для системы $i = 1, 3$:

$$k_{11} = a_{m1}, \; k_{21} = a_{m1}^T , \qquad (93)$$

$$k_{22} = a + a_{m1}^T \frac{r_{13}}{c}, \; k_{21} = a_{m1} \frac{r_{13}}{c} . \qquad (94)$$

Уравнения (87) и (88) справедливы не только для нестационарного состояния, но и для стационарного ($\partial u/\partial \tau = 0$, или $\partial T/\partial \tau = 0$).

Дифференциальные уравнения переноса в процессе сушки

1. Диффузионный влаготеплоперенос. В процессе сушки влажных материалов (капиллярнопористых коллоидных тел) при отсутствии градиента общего давления влажного воздуха дифференциальные уравнения влаго- и теплопереноса имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = k_{11} \nabla^2 u + k_{12} \nabla^2 T, \qquad (95)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = k_{22} \nabla^2 T + k_{21} \nabla^2 u , \qquad (96)$$

где коэффициенты k_{11}, k_{12}, k_{22}, k_{21} определяются соотношениями (89) и (90).

Система уравнений (95) и (96) является наиболее общей, она справедлива не только для процесса сушки влажных материалов, но и для любого вида влаготеплопереноса.

Процесс сушки является типичным нестационарным процессом тепло- и массопереноса. Для него источник влаги $I_2 = -I_1$ может быть выражен через локальную производную влагосодержания по времени ($\partial u/\partial \tau$). Воспользуемся методом расчета, впервые приведенного в работе [3].

Общее изменение влагосодержания тела du равно изменению $d_e u$ в результате переноса влаги и изменению $d_i u$ за счет фазового превращения жидкости в пар, т. е.

$$du = d_e u + d_i u. \qquad (97)$$

При этом предполагается, что общее влагосодержание тела u равно удельному содержанию жидкости ($u = u_1 + u_2 = u_2$), т. е. в рассматриваемой системе $i = 1,2$ $u_1 = 0$.

Если процесс влагопереноса нестационарный ($du \neq 0$), то отношение $d_i u/du$ будет конечной величиной, характеризующей относительное изменение влагосодержания за счет испарения по отношению к общему изменению влагосодержания в данной точке тела. Эта величина называется критерием или коэффициентом фазового превращения жидкости в пар и обозначается через ε:

$$\varepsilon = \frac{d_i u}{du} . \qquad (98)$$

Если $d_i u = 0$, то коэффициент $\varepsilon = 0$, т. е. изменение влагосодержания происходит только за счет переноса жидкости; при отсутствии переноса жидкости ($d_e u = 0$), когда изменение вла-

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

госодержания тела в любой его точке происходит только за счет испарения, коэффициент ε равен единице. Следовательно, в общем случае коэффициент ε изменяется от 0 до 1 ($0 \leqslant \varepsilon \leqslant 1$), и система дифференциальных уравнений влаготеплопереноса будет иметь вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_{m2} \nabla^2 u + a_{m2} \delta_2 \nabla^2 T + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial \tau}, \tag{99}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + \varepsilon \frac{r_{21}}{c} \frac{\partial u}{\partial \tau}. \tag{100}$$

Сравнивая уравнение (99), которое можно переписать в виде

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{a_{m2}}{(1 - \varepsilon)} [\nabla^2 u + \delta_2 \nabla^2 T], \tag{101}$$

с уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a_m (\nabla^2 u + \delta \nabla^2 T), \tag{102}$$

которое справедливо для самого общего случая, можно прийти к заключению, что они будут тождественны при условии выполнения равенств

$$a_m = a_{m2}/(1 - \varepsilon) \text{ и } \delta = \delta_2. \tag{103}$$

Стсюда следует, что коэффициент

$$\varepsilon = \frac{a_{m1}}{a_{m1} + a_{m2}} = \frac{a_{m1}}{a_m}. \tag{104}$$

Система уравнений влаготеплопереноса (99) и (100) или (102) и (100) может быть записана в виде системы уравнений (95) и (96), но при этом коэффициенты k_{ij} ($i = 1, 2$; $j = 1, 2$) будут равны

$$k_{11} = a_{m2}/(1 - \varepsilon) = a_m, \quad k_{12} = \frac{a_{m2}\delta_2}{1 - \varepsilon} = a_m \delta, \tag{105}$$

$$k_{22} = a + \varepsilon \frac{r_{21}}{c} \frac{a_{m2}\delta_2}{(1 - \varepsilon)} = a + \varepsilon \frac{r_{21}}{c} a_m \delta;$$

$$k_{21} = \varepsilon \frac{r_{21}}{c} \frac{a_{m2}}{(1 - \varepsilon)} = \varepsilon \frac{r_{21}}{c} \delta a_m. \tag{106}$$

Таким образом, источник парообразной влаги I_1 для нестационарного влаготеплопереноса в процессе сушки выражается через соотношение

$$I_2 = - I_1 = \varepsilon \gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau}. \tag{107}$$

Оно аналогично соотношению (78), только вместо коэффициента испарения ε в (78) входит коэффициент льдистости ε_3.

Соотношение (107) дает возможность выразить коэффициент ε через абсолютные значения потока жидкости $|j_2|$ и потока пара $|j_1|$. В самом деле, подставим вместо $\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau}$ соответствующее выражение

$$\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = - \operatorname{div} \mathbf{j}_1 - \operatorname{div} \mathbf{j}_2$$

и воспользуемся равенством*

$$I_2 = - I_1 = - \operatorname{div} \mathbf{j}_1.$$

Тогда будем иметь

$$I_2 = \varepsilon \gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = - \varepsilon (\operatorname{div} \mathbf{j}_1 + \operatorname{div} \mathbf{j}_2) = - \operatorname{div} \mathbf{j}_1, \tag{108}$$

откуда получаем

$$\varepsilon = \frac{\operatorname{div} \mathbf{j}_1}{\operatorname{div} \mathbf{j}_1 + \operatorname{div} \mathbf{j}_2} = \left(1 + \frac{\operatorname{div} \mathbf{j}_2}{\operatorname{div} \mathbf{j}_1}\right)^{-1}. \tag{109}$$

Для одномерных задач, когда векторы $\mathbf{j}_1$ и $\mathbf{j}_2$ направлены параллельно или антипараллельно, имеем

$$\frac{\operatorname{div} \mathbf{j}_2}{\operatorname{div} \mathbf{j}_2} = \frac{\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{j}_2}{\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{j}_1}. \tag{110}$$

Если положить $\varepsilon = \text{const}$, то, очевидно, и отношение (100) должно быть постоянным и равным $|j_2|/|j_1| = \text{const}$, а из формулы (109) получаем

$$\varepsilon = \frac{|j_1|}{|j_1| + |j_2|}. \tag{111}$$

Для сушки влажных материалов соотношение (109) можно написать так:

$$\varepsilon = \frac{a_{m1} (\nabla^2 u + \delta_1 \nabla^2 T)}{a_m (\nabla^2 u + \delta \nabla^2 T)}. \tag{112}$$

Если в соответствии с формулой (103) положим $\delta = \delta_1 = \delta_2$, тогда получим равенство $\varepsilon = a_{m1}/a_m$, что уже было установлено выше.

* Для упрощения записи индекс dif опущен.

Таким образом, введение коэффициента ε как характеристики отношений потоков жидкости и пара при нестационарном влаготеплопереносе в процессе сушки требует соблюдения равенств (103) и (104). Эти равенства выполняются в области гигроскопического состояния влажных материалов. Введение коэффициента ε при помощи отношения (98) не требует выполнения ряда требований, в том числе и постоянства относительно координат.

Можно было формулу (111) положить за основу при выводе дифференциальных уравнений влаготеплопереноса, как это было сделано в работе [4].

Из соотношения (111) следует

$$|j_1| = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}|j_2|. \tag{113}$$

Имеем

$$\mathbf{j}_1 = \mathbf{i}_{n1}|j_1|, \quad \mathbf{j}_2 = \mathbf{1}_{n2}|j_2|, \tag{114}$$

где $\mathbf{1}_{n1}$ и $\mathbf{1}_{n2}$ — единичные векторы, направлены вдоль векторов $\mathbf{j}_1$ и $\mathbf{j}_2$. Тогда из дифференциального уравнения

$$\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = -\operatorname{div}\mathbf{j}_1 - \operatorname{div}\mathbf{j}_2 \tag{115}$$

получаем

$$\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = -\operatorname{div}\mathbf{1}_{n1}|j_1| - \operatorname{div}\mathbf{j}_2 = -\operatorname{div}\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}|j_2|\,\mathbf{1}_{n1} - \operatorname{div}\mathbf{j}_2.$$

Если положить $\mathbf{1}_{n1} = \mathbf{1}_{n2}$, что означает, что векторы $\mathbf{j}_1$ и $\mathbf{j}_2$ направлены одинаково, то получим

$$\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = -\operatorname{div}\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\mathbf{j}_2 - \operatorname{div}\mathbf{j}_2. \tag{116}$$

Далее, предполагая, что коэффициент ε не зависит от координат ($\varepsilon = \mathrm{const}$), из (116) получаем

$$\gamma_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = -\operatorname{div}\mathbf{j}_2 + \varepsilon\gamma_0\frac{\partial u}{\partial \tau}, \tag{117}$$

откуда находим выражение для источника влаги

$$I_2 = \varepsilon\gamma_0\frac{\partial u}{\partial \tau}. \tag{118}$$

Предположение о равенстве векторов $\mathbf{1}_{n1} = \mathbf{1}_{n2}$ применительно к процессу сушки означает, что векторы

$$\mathbf{j}_1 = -a_{m1}(\nabla u + \delta_1\nabla T), \tag{119}$$

$$\mathbf{j}_2 = -a_{m2}(\nabla u + \delta_2\nabla T) \tag{120}$$

должны быть одинаково направлены, это будет, если $\delta_1 = \delta_2$. Требование соблюдения равенства $\delta_1 = \delta_2$ будет выполняться в гигроскопической области, поскольку термоградиентный коэффициент определяется как отношение перепада влагосодержания к перепаду температуры при отсутствии влагопереноса, т. е. в условиях молекулярного и термодинамического равновесия жидкости и пара внутри влажного тела

$$\delta = \left(\frac{\Delta u}{\Delta T}\right)_{j=0}. \tag{121}$$

Необходимо отметить, что выражение (118) для источников влаги справедливо только для нестационарного влаготеплопереноса, когда $\frac{\partial u}{\partial \tau} \neq 0$. Для стационарного влаготеплопереноса $\left(\frac{\partial u}{\partial \tau} = 0\right)$ коэффициент $\varepsilon = \frac{d_l u}{du} \to \infty$, так как $du = 0$. Поэтому величина источника $I_2 = \infty \cdot 0$, т. е. неопределенности.

Чтобы раскрыть эту неопределенность, воспользуемся уравнением (99), из которого следует

$$\varepsilon\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial u}{\partial \tau} - a_{m2}\delta_2\nabla^2 u - a_{m2}\delta_2\nabla^2 T. \tag{122}$$

При стационарном состоянии $\partial u/\partial\tau = 0$, следовательно,

$$\varepsilon\frac{\partial u}{\partial \tau} = -a_{m2}(\nabla^2 u + \delta_2\nabla^2 T) = \frac{1}{\gamma_0}\operatorname{div}\mathbf{j}_2. \tag{123}$$

С другой стороны, из дифференциального уравнения (115) при $\partial u/\partial\tau = 0$ получим

$$\operatorname{div}\mathbf{j}_2 = -\operatorname{div}\mathbf{j}_1. \tag{124}$$

Таким образом, для источника влаги при стационарном потоке влаги получаем выражение

$$I_2 = \varepsilon\gamma_0\frac{\partial u}{\partial \tau} = \operatorname{div}\mathbf{j}_2 = -\operatorname{div}\mathbf{j}_1, \tag{125}$$

т. е. соотношение (109).

Следовательно, уравнение для источника влаги

$$I_2 = -\operatorname{div}\mathbf{j}_1 = \operatorname{div}(a_{m1}\nabla u + a_{m1}^T\nabla T) \tag{126}$$

является более общим, справедливым как для нестационарного, так и стационарного влаготеплопереноса во влажных телах.

Таким образом, система дифференциальных уравнений (95) и (96) остается прежней, только коэффициент k_{ij} определяется формулами (89) и (90).

Отсюда также следует, что коэффициент ε является характеристикой *нестационарного влаготеплопереноса, аналогичной характеристике m темпа нагревания или охлаждения тела в стадии регулярного режима.*

Величина темпа нагревания

$$m = -\left(\frac{1}{T_c - T}\right)\frac{\partial T}{\partial \tau}. \qquad (127)$$

Величина m является конечной величиной и равной

$$m = \frac{a}{R_V^2}\mathrm{Bi}_V\,\psi, \qquad (128)$$

где ψ — величина неравномерности температурного поля, изменяется от 0 до 1 $(0 \leqslant \psi \leqslant 1)$; R_V — гидравлический радиус тела; Bi_V — критерий Био. В стационарном состоянии $\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0$, а величина $\left(\frac{1}{T_c - T}\right) = \infty$ $(T = T_c)$, следовательно, аналогично коэффициенту ε темп нагревания является характеристикой нестационарного теплообмена. Однако это не означает, что при нестационарном теплообмене величина m будет переменной, изменяющейся от 0 до ∞.

Следует отметить, что для расчета нестационарных полей температуры и влагосодержания тела в процессе сушки необходимо знать коэффициенты a, a_m, a_m^T, ε и термодинамические характеристики c и r. Однако если воспользоваться более общим соотношением (125), то теплофизические характеристики будут a, c, r, a_{m1}, a_{m1}^T, a_m^T. Таким образом, введение коэффициента ε уменьшает количество параметров с 7 до 6. Во всех случаях система дифференциальных уравнений влаготеплопереноса (95) — (96) остается одной и той же, только в решениях этой системы выражение коэффициентов k_{ij} будет разное в зависимости от теплофизических характеристик.

2. Диффузионно-фильтрационный влаготеплоперенос. При высокоинтенсивном процессе сушки (сушка токами высокой частоты, контактная сушка и т. д.) внутри влажного материала возникает градиент общего давления влажного воздуха (grad p). В результате возникает дополнительный перенос влаги и тепла ввиду гидродинамического (фильтрационного) движения пара и жидкости. Градиент общего давления внутри тела возникает в результате испарения

жидкости и наличия сопротивления скелета тела при движении пара. Этому способствует наличие микрокапилляров, через систему которых идет молекулярное (эффузионное) натекание воздуха из окружающей среды. Наличие градиента общего давления внутри влажного тела было экспериментально обнаружено Г. А. Максимовым [5] и П. Д. Лебедевым [6].

В этом случае система дифференциальных уравнений влаготеплопереноса применительно к процессу сушки имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = k_{11}\nabla^2 u + k_{12}\nabla^2 T + k_{13}\nabla^2 p, \qquad (129)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = k_{21}\nabla^2 u + k_{22}\nabla^2 T + k_{23}\nabla^2 p, \qquad (130)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = k_{31}\nabla^2 u + k_{32}\nabla^2 T + k_{33}\nabla^2 p, \qquad (131)$$

где коэффициенты k_{ij} $(i, j = 1, 2, 3)$ равны:

$$k_{11} = a_m,\ k_{12} = a_{m\delta} = (a_{m1}^T + a_{m2}^T),\ k_{13} = k_f/c_{fp}, \qquad (132)$$

$$k_{21} = \frac{r\varepsilon}{c}a_m,\ k_{22} = a + \frac{\varepsilon r}{c}a_{m\delta},\ k_{23} = \varepsilon r\frac{a_m}{c}\delta_p, \qquad (133)$$

$$k_{31} = -\frac{\varepsilon a_m}{c_f},\ k_{32} = -\frac{\varepsilon a_{m\delta}}{c_f}\delta,\ k_{33} = \left(a_f - \frac{\varepsilon a_m}{c_f}\delta_p\right), \qquad (134)$$

где k_f — коэффициент фильтрационного переноса влаги, определяемый из уравнения

$$\mathbf{j}_f = -k_f\nabla p; \qquad (135)$$

δ_p — относительный коэффициент фильтрационного потока влаги:

$$\delta_p = k_f/a_m;$$

a_f — коэффициент конвективной диффузии $\left(a_f = \frac{k_f}{c_f\gamma_0}\right)$; c_f — коэффициент емкости влажного воздуха в пористом теле, определяемый соотношением $d(u_1 + u_4) = c_f\,dp$. Однако в случае фильтрационного переноса в уравнение переноса тепла (130) необходимо добавить члены, характеризующие перенос тепла конвекцией

$$\sum_i c_i\mathbf{j}_i\nabla T, \qquad (136)$$

которые в ряде случаев являются значительно большими по сравнению с членами диффузионного переноса тепла.

Приведенные уравнения влагопереноса справедливы для однородного влажного тела. Для системы влажных тел они также справедливы, но надо учитывать, что на границе соприкосновения влажных тел существует скачок влагосодержания. Это обусловлено тем, что влагосодержание тела не является потенциалом переноса влаги, оно аналогично энтальпии (теплосодержанию), а не температуре.

Скачок влагосодержания на границе соприкосновения тел определяется по величине массоемкости (влагоемкости) соприкасаемых тел c_m. Удельная изотермическая массоемкость определяется по соотношению

$$c_m = \left(\frac{\partial u}{\partial \Theta}\right)_T,$$

где Θ — потенциал влагопереноса. На границе соприкосновения влажных тел имеет место равенство потенциала влагопереноса $\Theta_i = \Theta_{i+1}$ и скачок влагосодержаний $u_1 = \frac{c_{mi}}{c_{mi+1}} u_{i+1}$.

Обозначения

M — масса связанного вещества; V — объем тела; M_0 — масса скелета тела; ω — объемная концентрация связанного вещества; u — влагосодержание тела; γ — плотность тела; ρ — плотность связанного вещества; b — степень заполнения пор и капилляров; Π_V — объемная пористость тела; Π_S — поверхностная пористость тела; c — удельная теплоемкость; h — удельная энтальпия; λ — коэффициент теплопроводности; k — общая проницаемость; k_j—относительная проницаемость j-фазы; η — коэффициент вязкости; g — ускорение силы тяжести; σ — поверхностное натяжение; r — средний радиус капилляра; r_{ij} — удельная теплота фазового перехода; a_{cap} — коэффициент капиллярной диффузии; δ_{cap} — термоградиентный коэффициент; D_1 — коэффициент диффузии пара в воздухе; μ_1 — молекулярная масса пара; R — универсальная газовая постоянная; a_{mi} — коэффициент диффузии i-го компонента в теле; a_{mi}^T — коэффициент термодиффузии i-го компонента; ψ — величина неравномерности температурного поля; R_V — гидравлический радиус тела; Bi_V — критерий Био.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. Госэнергоиздат, 1951.
2. В. Н. Николаевский, М. Д. Розенберг. Движение двух взаиморастворимых жидкостей в пористой среде. Изв. АН СССР, механика и машиностроение, № 2, 1959.
3. А. В. Лыков. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.

4. А. В. Лыков. Теоретические основы строительной теплофизики. Изд. АН БССР, 1962.
5. Г. А. Максимов. Тепло- и массообмен при нагреве влажных материалов в электрическом поле высокой частоты. Труды конференции по промышленному применению токов высокой частоты. Машгиз, 1954.
6. П. Д. Лебедев. Сушка инфракрасными лучами. Госэнергоиздат, 1955.
7. А. В. Лыков, Ю. А. Михайлов. Теория тепло- и массопереноса. Госэнергоиздат, 1963.
8. A. V. Luikov. Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies. Adavances in Heat Transfer. Academic Press, v. I, 1964.

Л. М. НИКИТИНА

ПОТЕНЦИАЛ ПЕРЕНОСА МАССЫ В КОЛЛОИДНЫХ КАПИЛЛЯРНОПОРИСТЫХ ТЕЛАХ

Процессы сорбции и десорбции влаги различными материалами протекают самопроизвольно и являются термодинамически необратимыми. Для необратимого же процесса, как известно, второй закон термодинамики можно записать в виде

$$dS = \frac{dQ}{T} + \Delta, \qquad (1)$$

где S — энтропия; T — абсолютная температура; Q — количество тепла; Δ — положительная величина.

Из уравнения (1) видно, что энтропия системы в необратимом процессе может изменять свое значение в зависимости от поглощения системой теплоты извне или от потери ею теплоты при необратимых внутренних изменениях в системе: химических реакциях, диффузии, трении, излучении и т. д. [1].

Для адиабатического процесса $dQ = 0$ и, следовательно, $dS = \Delta$.

Так как член Δ всегда положителен, то энтропия при адиабатическом необратимом процессе может только возрастать до тех пор, пока вся система не придет в равновесие. Значит, при равновесии в системе $S = S_{макс}$. Если процесс адиабатический ($dQ = 0$), но обратимый ($\Delta = 0$), то и $dS = 0$, т. е. $S = \text{const}$. В общем случае энтропия системы может убывать, возрастать или оставаться постоянной в зависимости от того, какой процесс совершается в системе. Если система не адиабатична, то энтропия будет возрастать в том случае, когда тепло поступает в систему, и уменьшаться, если тепло из системы будет уходить.

Подставив в (1) $dQ = dU + PdV$, где U — внутренняя энергия; P — давление; V — объем, получим

$$TdS = dU + PdV + T\Delta$$

или

$$dU = TdS - PdV - T\Delta. \qquad (2)$$

При постоянных S и V $dU = -T\Delta$. Так как член $T\Delta$ всегда отрицателен, то внутренняя энергия системы при постоянных S и V может только убывать, и в состоянии равновесия $U = U_{мин}$.

Энтальпия в условиях равновесия также принимает минимальное значение. Изменение энтальпии (H) для необратимого процесса можно получить из уравнения (2), если прибавить к его левой и правой частям $d(PV)$. Тогда $d(PV) + dU = TdS - PdV + PdV + VdP - T\Delta$ и окончательно

$$dH = TdS + VdP - T\Delta. \qquad (3)$$

При $S = \text{const}$ и $P = \text{const}$ $dH = -T\Delta$ и в состоянии равновесия $H = H_{мин}$.

В практических расчетах часто пользуются такими характеристическими функциями, как свободная энергия (F) и изобарно-изотермический потенциал (Z). Для необратимого процесса изменение свободной энергии можно получить из уравнения (2), если вычесть из его правой и левой частей по $d(TS)$, а именно

$$dU - d(TS) = TdS - PdV - TdS - SdT - T\Delta, \qquad (4)$$

откуда

$$dF = -SdT - PdV - T\Delta.$$

При $V = \text{const}$ и $T = \text{const}$ $dF = -T\Delta$. Так как член $-T\Delta$ всегда отрицателен, то свободная энергия при $V = \text{const}$ и $T = \text{const}$ может только убывать, и в состоянии равновесия она принимает минимальное значение $F = F_{мин}$.

Из уравнения (4) при $T = \text{const}$

$$dF = -PdV - T\Delta \quad \text{или} \quad PdV = -dF - T\Delta, \qquad (5)$$

где PdV — работа, совершаемая системой при изотермическом процессе. Если процесс обратимый, то $PdV = -dF$, следовательно, при изотермических обратимых процессах работа, совершаемая системой, равна уменьшению свободной энергии ее. Наоборот, если над системой совершается работа внешними силами, т. е. PdV отрицательно, то она будет равна увеличению свободной энергии системы.

При изотермическом необратимом процессе работа меньше изменения свободной энергии на величину $T\Delta$. Это значит, что в таких процессах часть свободной энергии переходит в теплоту. Таким образом, необратимый процесс оказывается менее экономичным. Отсюда следует, что наибольшая работа, которую система может дать в изотермическом процессе между двумя данными состояниями, получается при обратимом

процессе между этими состояниями. Эта наибольшая работа равна разности свободной энергии в этих двух состояниях.

Если в рассматриваемой термодинамической системе независимыми параметрами являются температура и давление, то характеристической функцией будет изобарно-изотермический потенциал. Его вид для необратимого процесса можно получить из (4) путем прибавления к обеим его частям по $d\,(PV)$:

$$dF + d(PV) = -SdT - PdV + PdV + VdP - T\,\Delta$$

или

$$dZ = -SdT + VdP - T\,\Delta. \qquad (6)$$

При $T = \text{const}$, $P = \text{const}$ $dZ = -T\,\Delta$, т. е. изобарно-изотермический потенциал в системе при необратимом процессе уменьшается. В состоянии равновесия $Z = Z_{\text{мин}}$.

Проведенный анализ необратимых процессов, как известно, дает возможность установить общие условия равновесия систем:

если $U = \text{const}$, $V = \text{const}$, $S = S_{\text{макс}}$;

если $H = \text{const}$, $P = \text{const}$, $S = S_{\text{макс}}$;

если $S = \text{const}$, $V = \text{const}$, $U = U_{\text{мин}}$;

если $S = \text{const}$, $P = \text{const}$, $H = H_{\text{мин}}$;

если $T = \text{const}$, $V = \text{const}$, $F = F_{\text{мин}}$;

если $T = \text{const}$, $P = \text{const}$, $Z = Z_{\text{мин}}$.

Таким образом, возможность самопроизвольного течения процесса определяется увеличением энтропии или уменьшением соответствующего термодинамического потенциала, а условием устойчивого равновесия является соответственно максимальное значение энтропии или минимальное значение соответствующего термодинамического потенциала.

Эти условия являются не только необходимыми, но и достаточными, если обеспечены все другие условия для установления равновесия (например, некоторые химические реакции идут только при наличии катализаторов, хотя термодинамически они возможны всегда, — свободная энергия при них убывает).

Так как при $V = \text{const}$, $T = \text{const}$ свободная энергия системы при необратимых процессах может только уменьшаться и в состоянии равновесия она минимальна, то, анализируя характеристическую функцию Гельмгольца $dF = dU - TdS$, можно сделать следующие выводы:

1) при отсутствии влияния энтропийного фактора (т. е. при $dS = 0$) самопроизвольно могут протекать только такие процессы, при которых внутренняя энергия уменьшается, т. е. $dU < 0$;

2) при $dU = 0$ ($U = \text{const}$) самопроизвольно могут протекать только такие процессы, при которых $dS > 0$. В общем же случае dF определяется суммарным влиянием одновременного изменения U и S.

Уменьшение внутренней энергии можно связать с выделением энергии, происходящим под действием взаимного притяжения при сближении частиц, образующих вещество. Возрастание же энтропии можно связать с разъединением этих частиц (при расширении вещества или ослаблении связи между частицами), происходящим под действием их постоянного движения [2]. Влияние энтропийного фактора относительно возрастает при повышении температуры. Наоборот, при очень низких температурах влияние энтропийного фактора не может быть значительным, так как член $T\Delta S$ при этом тоже близок к нулю [2].

Каждый термодинамический процесс можно рассматривать как результат действия этих двух фактов. Соотношением между ними определяется возможность и направление самопроизвольного течения процесса.

Из термодинамики необратимых процессов [3] известно, что закон сохранения массы для закрытой системы выражается уравнением

$$dm = \left(\sum_i \nu_i M_i\right) d\,\xi = 0, \qquad (7)$$

где M_i — масса одного моля i-го компонента; ν_i — стехиометрический коэффициент i-го компонента в химической реакции; ξ — степень полноты реакции.

Для открытой системы можно разделить изменение массы i-го компонента на две части: внешнюю dm_{i_e}, полученную извне, и внутреннюю dm_{i_T}, обусловленную изменениями внутри системы, т. е.

$$dm_i = dm_{i_e} + dm_{i_T}. \qquad (8)$$

Учитывая уравнение (7), можно написать

$$dm = dm_e, \qquad (9)$$

где dm — полное изменение массы системы, а $dm_e = \sum_i dm_{i_e}$.

Соотношение (9) выражает закон сохранения массы в открытых системах и показывает, что изменение полной массы системы равно массе, обмененной с внешней средой.

Процессы переноса тепла и массы в открытых системах определяются разностью соответствующих потенциалов переноса.

Потенциал переноса тепла — температура — был введен давно и получил свое строгое обоснование в термодинамике. Это обстоятельство обусловило успешное решение проблемы теплообмена, не осложненного массообменом.

Впервые А. В. Лыковым было введено понятие потенциала переноса вещества как некоторой функции массосодержания и внешних параметров. Потенциал переноса вещества по [4] определяется с помощью эталонного тела (фильтровальная бумага), максимальное сорбционное массосодержание которого приравнивается 100 единицам массообменного потенциала. Это так называемый экспериментальный потенциал переноса массы вещества.

В работе [5] вопрос о потенциале переноса массы вещества решается исходя из основных положений термодинамики необратимых процессов и классической термодинамики. В [5] получены в явном виде выражения для химического потенциала (μ) переноса массы различных форм связи.

Известно, что материал обладает способностью при соприкосновении с водой образовывать с ней связанную систему; причем вода, поступившая в материал, удерживается в нем с некоторой силой. Природа и величина этих сил различны. При этом по мере увеличения влажности материала силы одной категории исчерпываются и в поведении влаги начинают играть преобладающую роль силы другой категории. Иными словами, существуют такие интервалы влажности материала, в которых поведение влаги управляется совместно силами различных категорий, причем в зависимости от ряда дополнительных условий (структурно-механических свойств материала, содержания растворимых солей, температуры и т. д.) преобладание может переходить от одной категории сил к другой даже при одной и той же влажности. В этом перекрытии областей действия сил различных категорий и заключается, по-видимому, наибольшая трудность трактовки явлений переноса массы влаги во влажных материалах и их изучения. Эта трудность, в настоящее время очень значительная, определила тенденцию к замене познания сущности явлений простым количественным измерением их внешних проявлений. К таким методам часто прибегают в почво-и грунтоведении [1] [6—11]. Выражается это в том, что все силы различной природы, в совокупности определяющие собой поведение почвенной влаги, объединяются в одну, называемую в почвоведении всасывающей силой. Самым характерным признаком этой силы является ее обратная зависимость от влажности почвы: с увеличением последней всасывающая сила почвы уменьшается.

[1] В работе С. С. Корчунова [11], посвященной данному вопросу, приведена обширная библиография отечественных и зарубежных исследователей.

Впервые капилляриметр — прибор для измерения всасывающей силы почвы в полевой обстановке — был предложен В. Г. Корневым [6]. В последние же годы появился ряд модификаций таких приборов.

Приборы для определения всасывающей силы почвы состоят из датчика, манометра и соединительных трубок. Датчики представляют собой обычно цилиндрические наконечники, изготовленные из пористой керамики. Внутренняя полость датчиков заполнена водой. Датчики помещают в почву на глубину, необходимую для измерения всасывающей силы. Если влажность почвы начнет возрастать, то содержащаяся в ней влага проникает в датчик; если же влажность почвы уменьшается, то она начинает высасывать воду из датчика. В состоянии влажностного равновесия фиксируется показание манометра, которое и будет определять величину всасывающей силы почвы.

Приборы, построенные по такому принципу, работают удовлетворительно при высоких влажностях. При низких влажностях вследствие малой влагопроводности почвы и подвижности влаги показания приборов менее точны [1].

Приборы, действие которых основано на влажностном равновесии с материалом, нашли применение в грунтоведении [12, 13]. Датчиками в таких приборах служат гипсовые блоки, капроновое волокно и т. д. Совершенно очевидно, что такие приборы обладают большой инерционностью.

По данным [14], капилляриметр позволяет измерять сосущую силу почвы в пределах от 0 до $0{,}9 \cdot 10^5$ *н/м²*. Для более высоких давлений был предложен метод центрифуги, с помощью которого можно измерять всасывающую силу от $0{,}2 \cdot 10^5$ до $10 \cdot 10^5$ *н/м²* [9].

При более низких влажностях почв и грунтов разработан ряд методов определения всасывающей силы: по парциальному давлению паров воды, температуре замерзания почвенной влаги, теплоте смачивания и т. д. Таким образом, применяя различные методы, можно измерять всасывающую силу почвы при любых ее влажностях, начиная от полного насыщения, когда всасывающая сила равна нулю, и кончая почти совсем сухой почвой, когда эта сила приближается к 10^9 *н/м²*. По [14], всасывающую силу можно рассматривать как величину свободной энергии данной почвы, выраженную в единицах давления.

По данным ряда исследователей, измерявших величины всасывающей силы в почвах и грунтах, вычислены значения термодинамических параметров переноса массы в них — хи-

3. Зак. 279

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

мического потенциала (μ) и истинной удельной изотермической массоемкости C'_m:

Пылеватый суглинок [14]

u, кг/кг	0,1	0,14	0,18	0,22	0,26	0,30
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	3,82	2,1	1,43	1,051	0,751	0,464
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,009	0,040	0,092	0,121	0,134	0,141

Лесс [14]

u, кг/кг	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32	0,36
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	4,83	3,085	2,129	1,392	0,764	0,218
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,022	0,035	0,048	0,059	0,064	0,087

Серозем А [14]

u, кг/кг	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	4,778	2,839	1,583	0,792	0,374
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,013	0,026	0,044	0,081	0,124

Суглинок Гринвиль, сорбция [14]

u, кг/кг	0,022	0,046	0,078	0,138	0,26	0,33
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	54,6	5,46	0,546	0,055	0,005	0,003
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,0004	0,006	0,085	1,91	25,8	25,8

Суглинок Гринвиль, десорбция [14]

u, кг/кг	0,022	0,056	0,11	0,218	0,346	0,388
$-\mu \cdot 10^6$, дж/моль	54,6	5,46	0,546	0,055	0,005	0,003
$C'_m \cdot 10^{-6}$, моль/дж	0,0005	0,008	0,165	2,86	19,1	12,7

Песчанистый суглинок Норфольк [14]

u, кг/кг	0,12	0,13	0,14	0,16	0,18	0,20
$-\mu \cdot 10^7$, дж/моль	4,57	3,48	2,7	1,84	1,42	1,17
$C'_m \cdot 10^{-7}$, моль/дж	0,012	0,013	0,016	0,034	0,061	0,103

Суглинок Леонардтоун [14]

u, кг/кг	0,18	0,19	0,20	0,22	0,24	0,26
$-\mu \cdot 10^7$, дж/моль	4,96	4,21	3,36	1,95	0,722	0,501
$C'_m \cdot 10^{-7}$, моль/дж	0,019	0,013	0,013	0,014	0,053	0,119

Глина Сессиль [14]

u, кг/кг	0,28	0,30	0,32	0,34	0,38
$-\mu \cdot 10^7$, дж/моль	3,82	2,085	1,17	0,78	0,50
$C'_m \cdot 10^{-7}$, моль/дж	0,008	0,019	0,031	0,088	0,15

Серозем андижанский [14]

u, кг/кг	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34	0,40
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	3,33	2,02	1,31	0,928	0,655	0,205
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	0,01	0,021	0,039	0,061	0,092	0,244

Пылеватый суглинок из-под подзола, глубина 0,65—0,95 м, горизонт С, под еловым лесом. Государственный центральный лесной заповедник [8]

u, кг/кг	0,025	0,052	0,09	0,16	0,31	0,343	0,36
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	2,457	0,546	0,055	0,022
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	$0,366 \cdot 10^{-5}$	$6,1 \cdot 10^{-5}$	0,001	0,058	0,014	0,058	0,513

Легко суглинистый светлый серозем, хлопковое поле в совхозе «Пахта-Арал» [8]

u, кг/кг	0,042	0,098	0,188	0,32	0,38	0,398
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	0,546	0,055	0,022
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	$0,925 \cdot 10^{-5}$	$13,3 \cdot 10^{-5}$	0,002	0,019	0,085	0,378

Пахотный слой пылевато-суглинистого серозема со старопашки из-под хлопка. Колхоз им. Ахун-Бабаева Андижанского района [8]

u, кг/кг	0,056	0,136	0,229	0,34	0,431	0,462
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	0,546	0,055	0,022
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	$1,32 \cdot 10^{-5}$	$17,3 \cdot 10^{-5}$	0,002	0,021	0,117	0,734

Темно-каштановая глинистая почва, горизонт А, 0—0,25 м. Ершовская опытно-мелиоративная станция ВИЗХ Саратовской области [8]

u, кг/кг	0,117	0,184	0,267	0,396	0,556	0,645
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	0,546	0,055	0,022
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	$1,36 \cdot 10^{-5}$	$12,9 \cdot 10^{-5}$	0,002	0,029	0,364	2,57

Лессовидный суглинок из-под мощного глинистого чернозема, горизонт С. 3,4—3,6 м. Степь в Государственном центральном степном заповеднике около г. Курска [8]

u, кг/кг	0,05	0,085	0,146	0,25	0,324	0,368	0,384
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	2,456	0,546	0,055	0,022
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	$0,572 \cdot 10^{-5}$	$10,2 \cdot 10^{-5}$	0,002	0,050	0,0168	0,071	0,398

Сильно подзолистая почва, горизонт A_1+A_2 0,01—0,22 м, под еловым лесом. Станция Холщевики Калининской железной дороги [8]

u, кг/кг	0,024	0,078	0,152	0,27	0,372	0,417	0,43
$-\mu \cdot 10^8$, дж/моль	546	54,6	5,46	2,456	0,546	0,055	0,022
$C'_m \cdot 10^{-8}$, моль/дж	$0,528 \cdot 10^{-5}$	$8,53 \cdot 10^{-5}$	0,003	0,053	0,023	0,051	0,415

Тучный глинистый чернозем, горизонт А, глубина 0—0,22 м, целинная степь. Каменно-Степная опытная станция [8]

u, *кг/кг*	0,198	0,283	0,362	0,486	0,586	0,640
$-\mu\cdot10^{8}$, *дж/моль*	546	54,6	5,46	0,546	0,055	0,022
$C'_m\cdot10^{-8}$, *моль/дж*	$2,45\cdot10^{-5}$	$14,1\cdot10^{-5}$	0,002	0,027	0,191	1,52

Краснозем суглинистый, 0—0,3 м, с мандариновой плантации второго совхоза Аджартреста, станция Махинджаури. Пахотный слой 0—0,18 м [8]

u, *кг/кг*	0,17	0,319	0,398	0,51	0,67	0,774
$-\mu\cdot10^{8}$, *дж/моль*	546	54,6	5,46	0,546	0,055	0,022
$C'_m\cdot10^{-8}$, *моль/дж*	$3,71\cdot10^{-5}$	$18,3\cdot10^{-5}$	0,002	0,029	0,344	3,12

Торф низинный, тростниковый, степень разложения 20%, глубина залегания 0,5—0,55 м. Торфопредприятие «Орша-1» [11]

u, *кг/кг*	5,0	5,4	6,0	6,6	7,06
$-\mu\cdot10^{6}$, *дж/моль*	1,09	0,812	0,60	0,382	0,164
$C'_m\cdot10^{-6}$, *моль/дж*	0,71	2,23	3,36	2,34	1,43

Торф низинный, сфагновый, степень разложения 12%, глубина залегания 0,75—0,8 м. Торфопредприятие «Орша-1» [11]

u, *кг/кг*	6,84	7,4	7,88	8,74	9,4
$-\mu\cdot10^{6}$, *дж/моль*	1,079	0,867	0,709	0,491	0,371
$C'_m\cdot10^{-6}$, *моль/дж*	2,44	2,86	3,2	5,03	5,87

Медиум-торф 10—15%-ной степени разложения. Торфопредприятие «Назия», 1957 г. [11]

u, *кг/кг*	4,88	5,06	5,25	5,54	5,89
$-\mu\cdot10^{6}$, *дж/моль*	0,382	0,338	0,302	0,262	0,229
$C'_m\cdot10^{-6}$, *моль/дж*	2,95	5,27	5,46	9,65	16,9

Медиум-торф 10—15%-ной степени разложения. Торфопредприятие «Тесово-1», 1958 г. [11]

u, *кг/кг*	4,0	4,2	4,49	4,88	5,67
$-\mu\cdot10^{6}$, *дж/моль*	0,322	0,289	0,251	0,207	0,152
$C'_m\cdot10^{-6}$, *моль/дж*	5,1	6,43	7,85	9,75	17,5

Торф осоковый, гипновый, степень разложения 15%, глубина залегания 1—1,06 м. Торфопредприятие «Орша-1» [11]

u, *кг/кг*	7,3	8,86	9,38
$-\mu\cdot10^{6}$, *дж/моль*	0,518	0,286	0,117
$C'_m\cdot10^{-6}$, *моль/дж*	6,72	5,08	2,89

Введение понятия всасывающей силы позволяет количественно оценивать суммарную величину различных форм связи влаги с почвой в состоянии влажностного равновесия. Однако, по мнению А. А. Роде [14], «...советскому почвоведению, опирающемуся на принципы диалектического материализма, такая тенденция, основанная на узком практицизме и провозглашающая непознаваемость как нечто неизбежное,— совершенно чужда.

Мы не можем отказаться от познания природы явлений и их расчленения и заменить его простым количественным измерением их результатов. Поэтому определение сосущей силы почвы мы рассматриваем как удобный и полезный вспомогательный прием, который может помочь в деле изучения существа явлений поведения почвенной влаги, но отнюдь не может его заменить».

Механизм переноса поглощенного вещества в коллоидных капиллярнопористых телах сложен и определяется формой связи его с телом скелета, особенностями структуры тела и термодинамическими условиями взаимодействия тела с окружающей средой.

В капиллярнопористых коллоидных телах имеет место не только молекулярный перенос (диффузия пара и жидкости, эффузия паровоздушной смеси), но и молярный (капиллярное движение жидкости, движение влажного воздуха под действием градиента общего давления).

В работах [4, 15, 16] дано объяснение механизма переноса вещества в капиллярнопористых коллоидных телах. Представляет интерес, однако, проанализировать механизм переноса различных форм связи влаги в материале с точки зрения такой движущей силы, как градиент химического потенциала массопереноса, так как в общем случае следует считать движущей силой массопереноса градиент химического потенциала.

По А. В. Лыкову, при молекулярном переносе вещества в виде пара (адсорбционно связанная влага) в случае диффузионного переноса движущей силой является градиент парциального давления пара, а в случае эффузионного переноса — градиент отношения парциального давления пара к корню квадратному из абсолютной температуры. Если же температурные градиенты невелики, то в качестве первого приближения величину $\sqrt{T}$ можно принять за постоянную, равную $\sqrt{T_c}$, где T_c — средняя температура пара в данном сечении. В этом случае движущей силой переноса является также градиент парциального давления пара.

Известно [5], что химический потенциал переноса массы связанной влаги в гигроскопической области

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

$$\mu = RT \ln \frac{p_u}{p_s},$$

где $p_u = f_1(u, T)$, а $p_s = f_2(T)$; p_u — парциальное давление пара над поверхностью материала; p_s — давление насыщенного пара; R — универсальная газовая постоянная; u — удельное массосодержание материала. Тогда при условиях $T = \text{const}$, $u = \text{var}$

$$\nabla \mu = RT \left(\frac{\partial \ln \frac{p_u}{p_s}}{\partial u} \right)_T \nabla u. \qquad (10)$$

Так как при $T = \text{const}$ парциальное давление пара над поверхностью материала однозначно определяется его удельным массосодержанием, то в этом случае можно считать, что движущей силой массопереноса является градиент парциального давления пара.

Для условий $T = \text{var}$, $u = \text{var}$

$$\nabla \mu = RT \left(\frac{\partial \ln \frac{p_u}{p_s}}{\partial u} \right)_T \nabla u + R \left(\frac{\partial T \ln \frac{p_u}{p_s}}{\partial T} \right)_u \nabla T. \qquad (11)$$

В этом случае, как видно, движущую силу переноса массы вещества необходимо рассчитывать по градиенту химического потенциала.

По [4], если тело капиллярнопористое и движение поглощенного вещества происходит в виде жидкости (капиллярносвязанная влага), то движущей силой массопереноса является градиент капиллярного потенциала $2v\sigma/r$, где r — эффективный радиус: $r = f_3(u)$. Тогда при $T = \text{const}$, $u = \text{var}$ и условиях $v = f_4(T)$, $\sigma = f_5(T)$, где v — удельный объем жидкости, а σ — коэффициент поверхностного натяжения:

$$\nabla \mu = -\frac{2v\sigma}{r^2} \frac{dr}{du} \nabla u. \qquad (12)$$

Из [5] известно, что химический потенциал капиллярносвязанной влаги $\mu = i - Ts - 2v\sigma/r$, где i — энтальпия, а s — энтропия, рассчитанные на единицу массы. Откуда для случая $T = \text{const}$ и $u = \text{var}$

$$\nabla \mu = \frac{2v\sigma}{r^2} \frac{dr}{du} \nabla u.$$

Для $T = \text{var}$, $u = \text{var}$ и условий $i = f_6(T)$, $s = f_7(T)$

$$\nabla \mu = \frac{2v\sigma}{r^2} \frac{dr}{du} \nabla u + \left[\frac{dZ}{dT} - \frac{2}{r} \left(\sigma \frac{dv}{dT} + v \frac{d\sigma}{dT} \right) \right] \nabla T. \qquad (13)$$

Равенство [13] является выражением для движущей силы переноса массы капиллярносвязанной влаги при неизотермических условиях.

Уравнения переноса в [4] преобразованы таким образом, что движущей силой массопереноса является градиент удельного массосодержания, а плотность потока влаги пропорциональна ему. В этом случае плотность потока влаги, как известно, может быть подсчитана только при $T = \text{const}$ и в условиях непрерывного поля массосодержания.

При $T = \text{var}$ и при наличии непрерывного поля массосодержания плотность потока влаги может быть рассчитана по основному закону переноса, учитывающему изотермическую и термическую массопроводность [17]:

$$j = -a_m \gamma_0 \nabla u - a_m \gamma_0 \delta \nabla T, \qquad (14)$$

где a_m — коэффициент потенциалопроводности; δ — термоградиентный коэффициент.

Если же соприкасаются два тела с различными удельными массоемкостями, то на границе их соприкосновения возникает перепад удельного массосодержания, так что перенос вещества через границу может происходить и от меньшего удельного массосодержания к большему. В этом случае плотность потока влаги следует рассчитывать по градиенту химического потенциала массопереноса.

Если капиллярнопористое тело обменивается массой с окружающей средой (открытая система), причем процесс протекает в стационарном режиме, формула Дальтона, выражающая закон конвективного массообмена, может быть использована. Для нестационарного же режима расчет плотности потока вещества следует производить по градиенту химического потенциала массопереноса.

Изменение общего (барометрического) давления наружного воздуха вызывает фильтрацию его через толщину, например, ограждающей конструкции. Если давление наружного воздуха больше давления воздуха в помещении, то фильтрационное движение направлено внутрь помещения (инфильтрация воздуха); если же давление меньше, то воздух проходит толщу стены в обратном направлении (эксфильтрация).

Это движение является типичным молярным движением, к которому применимы все закономерности гидродинамики

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

потока в пористых средах. Поскольку фильтрация через ограждение является молярным переносом массы влажного воздуха, то количество пара, переносимого при этом движении, значительно больше, чем при диффузионном переносе пара. Однако если в процессе фильтрации влажного воздуха через толщу стены не происходит конденсация пара или испарение жидкости, то удельное массосодержание стены в любой точке остается неизменным. Это обусловлено ничтожно малым содержанием пара в порах и капиллярах стены по сравнению с содержанием жидкости, и изменение концентрации пара в порах и капиллярах стены не оказывает влияния на ее удельное массосодержание [16].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Е. Микрюков. Курс термодинамики. Учпедгиз. 1956.
2. В. А. Киреев. Курс физической химии. Госхимиздат, 1955.
3. С. Р. де Гроот. Термодинамика необратимых процессов. Гостехиздат, 1956.
4. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. Гостехиздат, 1954.
5. Л. М. Никитина. Таблицы коэффициентов массопереноса влажных материалов, под ред. академика АН БССР А. В. Лыкова. Изд. «Наука и техника», Минск, 1964.
6. В. Г. Корнев. Всасывающая сила почвы. Журнал опытной агрономии, т. XXII, 1921—1923.
7. А. Ф. Лебедев. Определение максимальной влагоемкости почв посредством центрифугирования и характеристика механических свойств почв посредством максимальной молекулярной влагоемкости. Почвоведение, № 4, 1927.
8. С. И. Долгов. О давлениях, удерживающих воду в почве. Доклады Всесоюзной академии сельскохозяйственных наук им. В. И. Ленина, вып. 2, 1948.
9. С. И. Долгов. Исследования подвижности почвенной влаги и ее доступности для растений. Изд. АН СССР, 1948.
10. А. А. Роде. Методы изучения водного режима почв. Изд. АН СССР, 1960.
11. С. С. Корчунов. Исследование движения влаги в различных процессах добычи торфа на основе потенциальной теории. Автореферат диссертации, представленной на соискание ученой степени доктора технических наук. Ленинград — Калинин, 1962.
12. Ф. М. Иванов, И. М. Келлер. Сорбционные датчики для непрерывного измерения влажности грунтов и других материалов в стационарных условиях. ИФЖ, 1, № 7, 1958.
13. И. М. Келлер. Методика непрерывного и дистанционного определения содержания незамерзшей воды в грунтах. ИФЖ, **3**, № 10, 1960.
14. А. А. Роде. Почвенная влага. Изд. АН СССР, 1952.
15. А. В. Лыков. Теория сушки. Госэнергоиздат, 1950.
16. А. В. Лыков. Теоретические основы строительной теплофизики. Минск, 1961.
17. А. В. Лыков. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.

Б. М. СМОЛЬСКИЙ

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ПРИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ МЕТОДЕ ПОДВОДА ТЕПЛА МАТЕРИАЛУ

Взаимодействие переменного магнитного поля с ферромагнитными элементами и ферромагнитных элементов с диэлектриками используется для сушки и термической обработки различных материалов.

Для создания переменного магнитного поля применяется ток промышленной частоты без дальнейших преобразований и трансформаций. Повышение температуры ферромагнитных элементов в сфере переменного магнитного поля происходит вследствие перемагничивания и вихревых токов. Использование электромагнитной индукции позволяет передать энергию электромагнитного поля в нагреваемое ферромагнитное тело, не прибегая к контактам.

Сущность электромагнитного способа термической обработки материалов заключается в следующем. Материал или изделие, предназначенные для сушки или термической обработки, совместно с ферромагнитными тепловыделяющими элементами помещают в поле электромагнитной обмотки, питаемой переменным током промышленной частоты (рис. 1).

Ферромагнитные элементы (ими могут служить обрабатываемый материал или его элементы), будучи подвержены воздействию переменного электромагнитного поля, нагреваются и передают тепло материалу или изделию путем теплопроводности, конвекции и радиации. В зависимости от технологической схемы расположения ферромагнитных элементов (в объеме, слое, штабеле, массиве) передача тепла материалу или изделиям может осуществляться любым целесообразным способом. При этом выбор способа подвода тепла в известной мере определяется свойствами материала или изделий.

Представляется возможным создавать необходимые условия теплообмена между материалом и ферромагнитными элементами и тепло- и массообмена с окружающей средой. Этот процесс легко управляется.

Процессы, происходящие при сушке материалов электромагнитным способом подвода тепла, покажем на при-

мере обезвоживания древесины хвойных пород (ель, сосна, пихта). Одной из характерных схем теплоподвода является контактно-конвективная.

Анализ данных экспериментального исследования, выполненного в лабораторных и промышленных условиях, показал, что температура материала в направлении от контактной

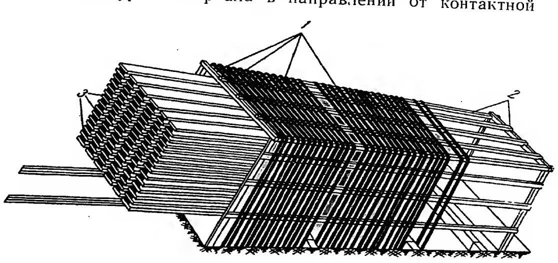


Рис. 1. Установка для сушки материалов электромагнитным способом:
1 — обмотка; 2 — каркас; 3 — ферромагнитные элементы

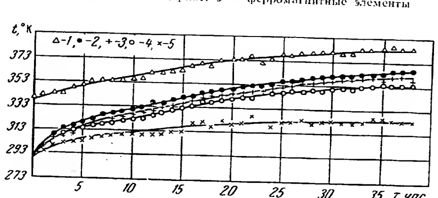


Рис. 2. Температурная характеристика процесса сушки:
1 — ферромагнитного элемента; 2 — контактной поверхности; 3 — свободной поверхности материала; 4 — «сухого» термометра психрометра; 5 — «мокрого» термометра психрометра

к свободной его поверхности уменьшается на 3—4° (рис. 2). На протяжении всего процесса сушки влагосодержание в слое материала, прилегающем к ферромагнитным элементам, мало отличается от центральных слоев.

Кривые кинетики процесса показывают, что на протяжении примерно $^3/_4$ времени процесса разность влагосодержаний

между контактным слоем, серединой и слоем, прилегающим к открытой поверхности материала, не превышает 4—6 %/м.

В конечный период сушки разность влагосодержаний по толщине материала не превышает 1,5—2,5 %/м (рис. 3). Градиенты температур по слоям материала имеют аналогичный характер и не превышают в начальный период 4—6°, а на

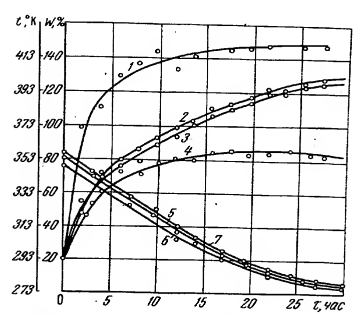


Рис. 3. Изменения температуры сушильного агента
(1 — тепловыделяющих элементов; 2 — поверхности древесины, прилегающей к ферромагнитному элементу; 3 — свободной поверхности древесины; 4 — агента сушки в камере)
и влагосодержания древесины:
(5 — средних слоев древесины; 6 — слоя древесины, прилегающей к ферромагнитным элементам; 7 — слоя древесины свободных поверхностей)

протяжении $^3/_4$ времени процесса не более 2—3°. Процесс сушки не вызывает больших градиентов давления и, следовательно, опасных деформаций внутри материала. Поэтому даже материалы значительной толщины (сосна 60—80—100—120 *мм*) в процессе сушки не испытывают больших напряжений и деформаций и высушиваются без коробления и образования наружных и внутренних трещин.

Результаты экспериментальных исследований дают основание предполагать, что на процесс тепло- и массообмена в материале во время обезвоживания может оказывать влияние и переменное электромагнитное поле. Можно высказать следующее предположение о причине этого влияния.

В процессе фильтрационного движения жидкости по капиллярам тела молекулы жидкости ориентируются под действием электрических сил скелета капиллярнопористого тела. Такая ориентация молекул может повысить вязкость влаги, что замедляет ее продвижение. Однако под действием внешнего переменного электромагнитного поля ориентация молекул может нарушаться, что ведет к ослаблению сил связи молекул влаги и уменьшению ее вязкости. С уменьшением вязкости влаги потери давления при ее движении уменьшаются. Кроме того, возможно и перераспределение влаги в материале, вызванное проникающим в него паром (весь процесс сушки идет в среде перегретого пара). Для полного объяснения причин интенсификации процесса обезвоживания при электромагнитном подводе тепла влажному материалу необходимо провести специальные исследования. Нами высказаны только рабочие гипотезы, что может послужить предметом дискуссии.

При контактно-конвективном подводе тепла материалу ферромагнитные элементы передают тепло непосредственно вследствие контакта, путем конвекции, а также и лучеиспусканием. Потоки влаги и тепла в большей степени совпадают и действуют в сторону наружных поверхностей.

Потоки тепла q и влаги i выражаются уравнениями

$$i = K_ж \gamma_0 \nabla u - K_ж \gamma_0 \nabla t - K_ф \nabla P, \qquad (1)$$

$$q = \lambda \nabla t - I_п i_п + I_ж i_ж. \qquad (2)$$

Градиенты ∇u и ∇t начинают проявляться при самых малых температурах агента сушки. Градиент же ∇P начинает заметно сказываться при температурах материала 373° К и выше. На процесс тепло- и массообмена в данном случае влияют температура ферромагнитных элементов, состояние высушиваемого материала, а также состав окружающей материал парогазовой среды.

Если материал лежит на ферромагнитных элементах, то основное количество тепла, необходимого для обезвоживания или термической обработки, поступает в материал вследствие теплопроводности.

При температуре влажного материала выше 373° К миграция влаги в теле происходит не только за счет градиентов концентраций, но и за счет разности общих давлений, которые возникают вследствие процесса выпаривания. Одновременно происходит два взаимосвязанных процесса: теплообмен при движении тепла внутрь высушиваемого материала и испарение влаги и миграция ее в виде жидкости и пара, сопровождающиеся ассимиляцией тепла фазового превращения.

Образование водяного пара внутри материала ведет к появлению очагов с повышенным общим давлением и отсюда дополнительных градиентов давления. Время их релаксации из-за значительного сопротивления капилляров тела такое же, как и время сушки. Молярный перенос вещества (пара и жидкости), вызванный разностью общих давлений, значительно интенсифицирует процесс обезвоживания материала. При некоторых условиях перелаксированный градиент избыточного давления может возникать в слое, непосредственно прилегающем к теплоотдающей поверхности при его температуре меньше 373° К.

Несмотря на резкое возрастание температуры слоя материала в первом периоде сушки (рис. 3), электромагнитный способ подвода тепла позволяет в то же время легко получить постоянный поток тепла к материалу от ферромагнитных элементов.

Одновременно с нагреванием материала происходит и его обезвоживание. Перенос влаги происходит по всему объему материала уже в первый момент нагревания. В зависимости от величины критерия Федорова (или критериев Ко, Рп, ε) и критерия Lu процесс массопереноса может иметь различный характер. Быстрый рост температуры в слое материала, прилегающего к ферромагнитным элементам, приводит к локальному испарению влаги; интенсивность этого процесса уменьшается с увеличением расстояния от поверхности ферромагнитных элементов. Перенос влаги по направлению потока тепла интенсифицирует процесс обезвоживания материала.

При малых значениях критерия Lu в материале во время его сушки термическим путем темп изменения поля потенциала переноса тепла значительно интенсивнее изменения поля потенциала переноса массы. При $Lu = 1$ изменение полей потенциалов происходит одновременно. Если $Lu > 1$, изменение поля потенциалов переноса вещества опережает развитие поля температуры.

Результаты экспериментального исследования тепло- и массообмена в процессе сушки древесины хвойных пород при электромагнитном способе подвода тепла представлены в виде критериального уравнения:

$$\bar{\vartheta} = A\,\mathrm{Fo}^m\,\mathrm{Lu}^n\,(\mathrm{Bi}_m/\mathrm{Pn})^k. \qquad (3)$$

На основании (3) получено уравнение для величины относительного влагосодержания

$$\bar{u} = 0{,}462\,\mathrm{Lu}^{0,62}. \qquad (4)$$

Уравнение (4) хорошо согласуется с результатами экспериментальных исследований, выполненных в производственных

условиях. Пользуясь уравнением (4), получим выражение для расчета длительности процесса сушки

$$\tau = \frac{\overline{u}R^2}{0{,}462a^{0,38}a_m^{0,62}}. \tag{5}$$

Выражение (5) позволяет с достаточной точностью выполнять инженерные расчеты при проектировании электромагнитных сушильных установок для различных режимов сушки древесины хвойных пород. Уравнение теплового баланса процесса обезвоживания может быть представлено в приближенном виде:

$$\lambda_э (\nabla t)_{ф\cdot э} = \left(c_0 + \frac{\overline{u}}{100} \right) \frac{M_c}{S_к} \frac{dt_{ср}}{dt} +$$

$$+ \rho_э m + \alpha \frac{S_{оп}}{S_к} (t_п - t_c)_{ср}. \tag{6}$$

Приведем в кратком виде расчет прямоугольного соленоида электромагнитной сушильной установки для получения характеристики электромагнитного поля и тепловыделений ферромагнитных элементов.

Поток активной энергии электромагнитного поля через поверхность ферромагнитного тела определяется:

$$q_{0a} \approx 10^{-4} H_0^2 \sqrt{\rho\mu_r f}$$

или при частоте $f = 50$ *гц*

$$q_{0a} \approx 7{,}07 \cdot 10^{-4} \sqrt{\rho\mu_r} H_0^2. \tag{7}$$

Относительная магнитная проницаемость μ_r в пределах температур не выше точки Кюри (1003—1043° К для разных сортов стали) принимается постоянной.

Удельное электрическое сопротивление ρ элемента зависит от сорта стали и принимается линейной функцией температуры. При допущениях постоянства μ_r и линейного характера изменения ρ тепловые выделения энергии поля в ферромагнитном элементе в основном будут определяться напряженностью магнитного поля H_0. Будем пренебрегать также спиралевидной формой витков обмотки, так как сторона соленоида на несколько порядков больше диаметра провода.

Магнитное поле внутри соленоида складывается из суммы полей, создаваемых 4 плоскими поверхностными токами:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_3 + \mathbf{H}_4.$$

Заменим токи в дискретных проводниках обмотки некоторой равноценной плотностью поверхностного тока j. Тогда

напряженность магнитного поля в любой точке пространства можно определить на основании обобщенного закона Био — Савара — Лапласа

$$\mathbf{H} = \frac{j}{4\pi} \int \frac{[\overline{j}_0 \overline{R}_0]}{R^2} dS. \tag{8}$$

Из геометрических представлений

$$\left. \begin{aligned} dS &= dxdy \\ [\overline{j}_0 \overline{R}_0] &= 1 \cdot 1 \cdot \sin\alpha = \frac{\sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2}}{\sqrt{z_0^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}} \\ R &= \sqrt{z_0^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \end{aligned} \right\}. \tag{9}$$

Подставляя (9) в (8), получаем

$$H_1 = \frac{j}{4\pi} \int_a^b \sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2}\, dy \times$$

$$\times \int_0^a \frac{dx}{[z_0^2 + (y - y_0)^2 + (x - x_0)^2] \sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2 + (x - x_0)^2}}. \tag{10}$$

После преобразования получим

$$H_1 = \frac{j}{4\pi} (a - x_0) \times$$

$$\times \int_0^b \frac{dy}{\sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2} \sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2 + (a - x_0)}} +$$

$$+ \frac{j}{4\pi} x_0 \int_0^b \frac{dy}{\sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2} \sqrt{z_0^2 + (y - y_0)^2 + x_0^2}}. \tag{11}$$

Эллиптические интегралы (11) приводятся к каноническому виду заменой переменных

$$\alpha^2 = z_0^2; \quad \beta^2 = z_0^2 + (a - x_0)^2; \quad \gamma^2 = z_0^2 + x_0^2; \quad v = y - y_0$$

и подстановкой $v = \alpha \operatorname{tg} t$.

В результате имеем

$$H_1 = \frac{j}{4\pi\beta} (a - x_0) \left\{ F \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{b - y_0}{\alpha} \right), \right. \right.$$

$$\left(1-\frac{\alpha^2}{\beta^2}\right)\Bigg]-F\left[\operatorname{arctg}\left(-\frac{y_0}{\alpha}\right),\ \left(1-\frac{\alpha^2}{\beta^2}\right)\right]\Bigg\}+$$

$$+\frac{j}{4\pi\beta}x_0\Bigg\{F\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{b-y_0}{\alpha}\right),\right.$$

$$\left(1-\frac{\alpha^2}{\gamma^2}\right)\Bigg]-F\left[\operatorname{arctg}\left(-\frac{y_0}{\alpha}\right),\ \left(1-\frac{\alpha^2}{\gamma^2}\right)\right]\Bigg\}. \qquad (12)$$

Составляющие напряженности по осям $(x,\ y,\ z)$ в любой точке внутри соленоида подсчитываются как сумма 4 выражений типа (12), которые из-за громоздкости не приводятся. На продольной оси соленоида $(a/2,\ b/2,\ 0 \div l)$ выражения напряженности магнитного поля упрощаются из-за отсутствия нормальной составляющей магнитного поля:

$$H_y=\frac{IW}{\pi l}\Bigg[\operatorname{arctg}\frac{a}{b}\,\frac{y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}+y_0^2}}+$$

$$+\operatorname{arctg}\frac{a}{b}\,\frac{l-y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-(l-y_0)^2}}+$$

$$+\operatorname{arctg}\frac{b}{a}\,\frac{y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}+y_0^2}}-$$

$$-\operatorname{arctg}\frac{b}{a}\,\frac{l-y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}+(l-y_0)^2}}. \qquad (13)$$

Для плоского вытянутого соленоида, у которого $b \gg a$, можно пренебречь вкладом составляющих напряженности магнитного поля от коротких сторон. Тогда

$$H_y=\frac{IW}{\pi l}\left[\operatorname{arctg}\frac{b}{a}\,\frac{y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}+y_0^2}}+\right.$$

$$\left.+\operatorname{arctg}\frac{b}{a}\,\frac{l-y_0}{\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}+(l-y_0)^2}}\right]. \qquad (14)$$

Анализ режимов сушки капиллярнопористых коллоидных тел (на примере древесины хвойных пород) показывает, что основными характеристиками процесса являются: температура, суммарный поток тепла, расположение и масса тепловыделяющих ферромагнитных элементов, а также параметры окружающего воздуха.

Существенной для процесса обезвоживания является также и характеристика высушиваемого материала — его геометрические размеры, структура, влагосодержание, формы связи влаги и др.

Температурные кривые и кривые кинетики процесса сушки показывают, что с увеличением температуры ферромагнитных элементов длительность сушки резко сокращается. Так, при температуре ферромагнитных элементов 363° К сосновые доски толщиной 50 *мм* с начальным влагосодержанием 60% высыхают до конечного влагосодержания 12% за 60 *час*, а при температуре 408°К — за 42 *час*.

На процесс сушки и его продолжительность значительное влияние оказывают расположение ферромагнитных элементов в штабеле или слое материала и их форма. Этим обусловливаются способ теплоподвода к материалу и условия процесса тепло- и массообмена между материалом и тепловыделяющими ферромагнитными элементами, а также окружающей средой.

Наиболее оптимальными параметрами агента сушки являются температура 353—363° К и относительная влажность 70—88%. При этих условиях гравитационные силы в сушильных камерах вполне обеспечивают хорошее смывание всех элементов высушиваемого материала и в искусственной циркуляции нет надобности.

Как показали результаты экспериментальных исследований, кривые скорости сушки капиллярнопористых коллоидных тел при различных режимах сушки имеют общий вид. При этом на кривых смещались критические точки.

Для оценки качества материала, высушиваемого при различных режимах (табл. 1), были проведены структурно-механические испытания по общепринятой методике. Обработка результатов опытов производилась методом вариационной статистики с вычислением необходимых статистических величин.

Испытаниями предусматривалось определение объемного веса; предела прочности при сжатии волокон, удельной работы при ударном изгибе и предела прочности при скалывании вдоль волокон (по радиальной плоскости). Результаты испытаний приведены в табл. 2.

Структурно-механические свойства древесины (сосны), взятой для опытов, имеют показатели, близкие к норматив-

4. Зак. 279

Таблица 1

Оптимальные режимы сушки дре есины хвойных пород при электромагнитном способе подвода тепла материалу

Режим 1 для пиломатериалов толщиной 25—40 *мм*					Режим 2 для пиломатериалов толщиной 50—80 *мм*				
u, %	$t_{ф.э.}$, °K	$t_{ов}$, °K	Δt, °K	φ, %	*u*, %	$t_{ф.э.}$, °K	$t_{ов}$, °K	Δt, °K	φ, %
60 и выше	383	358	3	88	60 и выше	373	358	3	88
50—40	388	360	3	88	50—40	373	358	3	88
40—30	393	362	4	85	40—30	388	360	4	85
30—20	398	363	4	85	30—25	393	363	4	85
20—15	403	368	6	80	25—20	398	365	9	82
15—10	408	373	10	70	20—15	403	368	9	71
					15—10	408	370	10	69

Таблица 2

Результаты структурно-механических испытаний древесины, высушиваемой в электромагнитной сушилке

Показатели	Изменение свойств древесины (сосны) по сравнению с контрольными образцами, %							
	для досок толщиной, *мм*						в среднем с учетом числа наблюдений	
	60		40		30			
	для режимов							
	1	2	1	2	1	2	1	2
Объемный вес	−1,78	+0,8	−1,8	+1,81	0,0	0,1	2,0	0,0
Сжатие вдоль волокон	0,0	0,8	−6,3	−6,8	−4,5	−4,1	−2,6	−4,3
Удельная работа при ударном изгибе	−10,1	−6,3	−5,1	+5,5	0,0	0,0	−6,3	0,0
Скалывание вдоль волокон	−8,0	−8,4	−1,0	−2,3	−8,6	−5,0	−6,6	−6,2

Примечание. Знак перед цифрой показывает отклонение от нормативных величин.

ным. Полученная точность результатов находится в пределах 1—3%, что в 2,5 раза выше точности, принятой при исследовании структурно-механических свойств древесины. В среднем для материалов различной толщины снижение структурно-механических свойств не превышает 6—7%, что вполне допустимо даже применительно к древесине высшего качества.

Послойное влагосодержание высушенной древесины (табл. 1) отличается на 1,5—3%. Отклонение величины влаго-

содержания древесины от среднего его значения по всему объему штабеля не превышает 2—4% (рис. 4).

Для технико-экономической оценки и сравнения способов сушки в табл. 3 даны показатели сушки электромагнитным способом, высокотемпературной сушки и сушки в среде перегретого пара по данным ЦНИИМОДа.

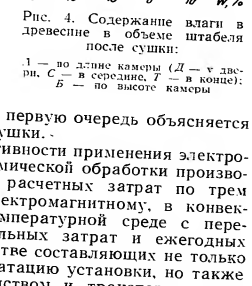


Рис. 4. Содержание влаги в древесине в объеме штабеля после сушки:

А — по длине камеры (*Д* — у двери, *С* — в середине, *Т* — в конце); *Б* — по высоте камеры

Результаты исследований, а также обобщенные многочисленные данные по сушке древесины в промышленных электромагнитных камерах показывают, что расход электроэнергии на испарение 1 *кг* влаги из материала не превышает 1,25—1,4 *квт/час*. В производственных условиях при сушке этого же материала в конвективных паровых сушильных камерах расход тепла на испарение 1 *кг* влаги в среднем составляет 1,6—3 *квт/час*. Заметное снижение расхода энергии на процесс сушки при электромагнитном способе происходит за счет уменьшения общего расхода тепла из-за сокращения продолжительности сушки, что в первую очередь объясняется лучшим использованием агента сушки.

Оценка экономической эффективности применения электромагнитного способа сушки и термической обработки производилась нами путем сравнения расчетных затрат по трем различным способам сушки: электромагнитному, в конвективных камерах и в высокотемпературной среде с перегретым паром. В сумму капитальных затрат и ежегодных расходов были включены в качестве составляющих не только затраты на сооружение и эксплуатацию установки, но также и затраты, связанные с производством и транспортом всех видов потребляемой энергии. Результаты анализа сопоставляемых экономических данных показали, что электромагнитный способ термической обработки при принятых нами конкретных условиях оказался наиболее экономичным (табл. 4).

Преимущества электромагнитного способа следующие:

а) большая тепломощность и производительность на единицу объема сушильного устройства в сравнении с паровыми и газовыми способами сушки (термической обработки);

Таблица 3

Технические показатели различных методов сушки древесины

Сушка в электромагнитных камерах с применением тока промышленной частоты							Высокотемпературная сушка и сушка на перегретом паре по данным ЦНИИМОДа			
размер необрезного пиломатериала (толщина, ширина, длина), *мм*	$u_н$, %	$u_к$, %	режим сушки	τ, *час*	τ, *нормо-час*	ускорение сушки, раз	режим ЦНИИМОДа	τ, *час*	τ, *нормо-час*	ускорение сушки, раз
60×210÷60×6500	78,0	8,0	2	72,5	230,4	3,2	1	98,5	230,4	2,3
60×210÷50×6500	69,0	6,9	1	78,5	240,0	3,0	2	100,5	240,0	2,3
40×200÷400×6500	110,0	6,8	2	60,1	211,2	3,5	1	97,5	211,2	2,1
40×200÷400×6500	106,0	6,5	1	59,0	211,2	3,5	1	97,5	211,2	2,1
30×200÷400×6500	63,0	6,8	2	38,0	120,0	3,2	1	53,0	120,0	2,2
30×200÷400×6500	85,0	7,0	1	32,0	120,0	3,7	перегретый пар $t_c = 384$ K $t_м = 372$ K	42,0	120,0	2,8

Таблица 4

Экономические показатели различных методов сушки древесины

Способ сушки	Капиталовложения, %	Эксплуатационные расходы, %	Расчетные затраты
Электромагнитный с применением тока промышленной частоты	100	100	100
Конвективный с паровым обогревом	194	189	220
Высокотемпературный и в среде перегретого пара	147	123	137

б) возможность механизации и автоматизации процесса сушки и термической обработки, а следовательно, и всего комплекса технологического процесса;

в) сравнительно небольшие капитальные затраты, простота оборудования и монтажа установки, что позволяет намного сократить сроки строительства;

г) возможность совмещения максимума потребления энергии установкой с ночными провалами графика нагрузки энергетической системы, что значительно повышает экономическую эффективность электромагнитного способа при одновременном улучшении показателей работы энергосистемы, а также возможность применения осциллирующего режима сушки.

Разработанный нами способ открывает принципиально новые возможности интенсификации и усовершенствования ряда важных технологических процессов за счет их совмещения в одном агрегате.

Обозначения

B — магнитная индукция; j — плотность поверхностного тока; v — скорость потока жидкости; E — напряженность электрического поля; μ — магнитная проницаемость среды; μ_2 — относительная магнитная проницаемость ферромагнитного материала; σ — электропроводность; ρ — удельное электрическое сопротивление ферромагнитного материала; i — удельный поток влаги; $K_ж$ — коэффициент влагопроводности; δ — термоградиентный коэффициент; $K_ф$ — коэффициент фильтрации; $\lambda_э$ — эффективный (учитывающий массообмен) коэффициент теплопроводности влажного материала; $I_п$, $I_ж$ — теплосодержание потоков пара и жидкости; $i_п$, $i_ж$ — плотность потоков пара и жидкости; $\rho_п$ — удельная теплота парообразования; m — интенсивность сушки, отнесенная к площади поверхности контакта; θ — потенциал массопереноса; A — коэффициент в формуле (3), равный 0,462; Fo, Lu, Bi, Pn — критерий Фурье, Лыкова, Био, Поснова соответственно; $\bar{u}$ — безразмерный комплекс влагосодержания; c, γ — средние по объему теплоемкость и плотность; $(\nabla t)_{ф.э}$ — градиент температуры в материале у ферромагнитных элементов; M_c — масса абсолютно сухого вещества скелета тела; $S_{оп}$ — открытая поверхность материала; $\frac{dt_{ср}}{d\tau}$ — скорость прогрева влажного материала; τ — время сушки (длительность сушки); α — коэффициент теплообмена материала с окружающей средой (учитывающий конвекцию и лучеобмен); $S_к$ — поверхность материала, прилегающая к греющей поверхности; $t_п$, t_c — температура открытой поверхности и окружающей среды материала; $\delta_{ф.э}$ — толщина полосы ферромагнитного элемента; jW — эффективные ампер-витки.

ЛИТЕРАТУРА

А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах, ГИТТЛ, 1954.

А. В. Лыков, М. Ю. Михайлов. Теория тепло- и массопереноса. ГЭИ, 1963.

Б. М. Смольский. Внешний тепло- и массообмен в процессе конвективной сушки. Изд. БГУ им. В. И. Ленина, Минск, 1957.

Б. М. Смольский. Термическая обработка материалов с помощью токов промышленной частоты. ИФЖ, № 8, 1963.

Р. Борхерт, В. Юбиц. Техника инфракрасного нагрева. ГЭИ, 1963.

С. Г. Романовский. Индукционная сушка токами промышленной частоты. Гостехиздат, Киев, 1963.

А. И. ЧАПЛИНА

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ СУШКИ

Теория регулярного теплового режима, разработанная для чистого теплообмена [1, 2], может быть применена и для исследования процессов сушки [3].

Рассмотрим кратко динамику процесса сушки влажного тела и, в частности, зависимость между температурой образца и скоростью сушки. Если тепло, необходимое для испарения влаги и прогревания материала, подводится из окружающего воздуха, то уравнение баланса тепла запишется в виде

$$Q = \int\limits_{(V)} c\rho \frac{d\bar{t}}{d\tau}\, dV + r\,\frac{dM}{d\tau} = \int\limits_{(S)} \alpha\,(t_c - t_п)\, dS, \qquad (1)$$

где r — теплота десорбции влаги, которая при влажности тела выше гигроскопической (равновесной) может быть принята равной скрытой теплоте испарения влаги.

Для средних по объему значений температуры и влажности, пренебрегая усадкой материала, формулу (1) можно представить как

$$c\rho V\,\frac{d\bar{t}}{d\tau} + r\rho V\,\frac{d\bar{u}}{d\tau} = \alpha S\,(t_c - t_п) \qquad (2)$$

или

$$c\rho R_V\,\frac{d\bar{t}}{d\tau} + r\rho R_V\,\frac{d\bar{u}}{d\tau} = \alpha\,(t_c - t_п). \qquad (3)$$

Формула (3) является основным уравнением процесса сушки. Она связывает скорость сушки $d\bar{u}/d\tau$, скорость прогрева тела $d\bar{t}/d\tau$ и избыточную температуру поверхности тела $(t_c - t_п)$. Анализ уравнения (3) показывает, что если температура поверхности тела постоянна ($t_п = \text{const}$), а температура в остальных точках тела не меняется по времени ($dt/d\tau = 0$), то скорость сушки — величина постоянная. Это и определяет период постоянной скорости сушки

$$\frac{d\bar{u}}{d\tau} = \frac{1}{r\rho R_V}\,\alpha\,(t_c - t_п). \qquad (4)$$

Из формулы (4) легко определить коэффициент теплообмена. Скорость сушки при этом находится непосредственно из кривой убыли веса влажного тела, т. е. по изменению средней интегральной влажности тела, поскольку влажность есть функция только времени.

Когда же температура материала, включая и температуру поверхности, начинает расти со временем, то наступает период падающей скорости сушки. Скорость сушки при этом уменьшается, и величина коэффициента теплообмена уже зависит от влажности материала. В связи с этим определение коэффициента теплообмена в период падающей скорости сушки намного труднее по сравнению с периодом постоянной скорости сушки.

Итак, в начале процесса сушки коэффициент теплообмена является величиной постоянной, а затем после некоторого момента времени начинает уменьшаться. Уменьшение коэффициента теплообмена в период падающей скорости сушки может происходить по двум причинам: 1) вследствие повышения температуры поверхности тела (при этом снижается температурный напор $\Delta t = t_c - t_п$); 2) в связи с явлением заглубления зоны испарения внутрь материала в период падающей скорости сушки. Это приводит к тому, что к термическому сопротивлению пограничного слоя над поверхностью тела добавляется термическое сопротивление слоя сухого материала, расположенного выше поверхности испарения.

Наличие явления заглубления зоны испарения в период падающей скорости подтверждается тем фактом, что при сушке капиллярнопористых тел уменьшение коэффициента теплообмена наблюдается только с момента достижения второй критической точки. Между 1 и 2-й критическими точками коэффициент теплообмена практически постоянен, несмотря на уменьшение температурного напора.

Известно, что изменение средней по объему температуры тела и среднего интегрального влагосодержания его во времени в период падающей скорости сушки можно хорошо описать с помощью теории регулярного режима.

Так, еще в 1934 г. экспериментальным путем [3], а позже аналитическим [4] было получено основное соотношение регулярного режима для сушки. Его можно записать в виде

$$\frac{d\bar{t}(\tau)}{d\bar{u}(\tau)} = \frac{t_c - \bar{t}}{\bar{u} - u_p} = \frac{t_c - t_м}{u_o - u_p}\;\frac{\bar{\varphi}_1}{\bar{\varphi}_1'} = \beta = \text{const} \qquad (5)$$

или

$$\frac{d\bar{t}}{d\tau} = \beta\,\frac{d\bar{u}}{d\tau}. \qquad (6)$$

где $\bar{\varphi}_1$, $\bar{\varphi}_1'$ — некоторые коэффициенты [5]. Формула (6) выражает линейную зависимость между средним интегральным относительным влагосодержанием тела и средней по объему температурой его. Коэффициент β называют коэффициентом регулярного режима сушки.

Используя основное соотношение регулярного режима для сушки (6), уравнение баланса тепла (3) в период падающей скорости сушки можно записать

$$\beta c \rho R_V \frac{d\bar{u}}{d\tau} + r \rho R_V \frac{d\bar{u}}{d\tau} = \alpha (t_c - t_п). \qquad (7)$$

Тогда выражение для коэффициента теплообмена примет вид

$$\alpha = \rho R_V \frac{c\beta + r}{t_c - t_п} \frac{d\bar{u}}{d\tau}, \qquad (8)$$

где $(c\beta + r) = q_{пр}$ — приведенная удельная теплота нагревания влажного тела с учетом теплоты испарения поглощенной влаги. По формуле (7) коэффициент теплообмена $\alpha(\bar{u})$ можно определить из кривой скорости сушки $\frac{d\bar{u}}{d\tau} = f_1(\bar{u})$ и температурной кривой для поверхности тела $t_п = f_2(\bar{u})$.

Коэффициент теплообмена можно также определить и из кривой скорости нагрева тела $\frac{d\bar{t}}{d\tau} = f_3(\bar{u})$. Тогда уравнение баланса тепла будет

$$c \rho R_V \frac{d\bar{t}}{d\tau} + \rho R_V \frac{r}{\beta} \frac{d\bar{t}}{d\tau} = \alpha (t_c - t_п). \qquad (9)$$

Откуда

$$\alpha = \frac{\rho R_V}{t_c - t_п} \left(c + \frac{r}{\beta} \right) \frac{d\bar{t}}{d\tau}. \qquad (10)$$

где $c + \frac{r}{\beta} = \frac{q_{пр}}{\beta} = c_{пр}$ — приведенная удельная теплоемкость влажного тела.

Используя понятие темпа регулярного режима сушки

$$m = \frac{d\bar{t}}{(t_c - \bar{t})\, d\tau} = \frac{d\bar{u}}{(\bar{u} - u_р)\, d\tau}, \qquad (11)$$

получаем формулу для коэффициента теплообмена в процессе сушки в виде

$$\alpha = m \frac{c_{пр} \rho R_V}{\Psi}. \qquad (12)$$

Выражение для коэффициента теплообмена в процессе сушки влажного тела можно записать в безразмерном виде, используя критерий Кирпичева Ki и Кондратьева Kn

$$\mathrm{Ki} = \mathrm{Bi}\,\Psi \frac{c}{c_{пр}} = \mathrm{Kn} \frac{c}{c_{пр}}. \qquad (13)$$

Как известно, для чистого теплообмена (т. е. при нагреве сухого тела) имеет место зависимость

$$\mathrm{Ki} = \mathrm{Bi}\,\Psi = \mathrm{Kn}. \qquad (14)$$

С целью проверки предлагаемой расчетной формулы для коэффициента теплообмена в процессе сушки влажного тела был выполнен пример расчета.

Рис. 1. Изменение температуры поверхности образца ($t_п$) и влагосодержания его ($\bar{u}$) при сушке глины нагретым воздухом [6]

Для расчета были использованы результаты опытов П. Д. Лебедева по определению коэффициента теплообмена при конвективной сушке глины нагретым воздухом [6].

Образец глины месторождения «Нижние Котлы» имел форму кирпичика размерами 135×70×35 *мм*. Он помещался на лист асбеста для изоляции снизу. Плотность глины $\rho = 1580$ *кг/м*^{3}, теплоемкость сухой глины $c_0 = 0{,}21$ *ккал/кг*·°C. Режим сушки следующий: температура воздуха $t_c = 70°$ C, влажность воздуха 10%, скорость потока 1 *м/сек*. Кривая сушки и температурная кривая представлены на рис. 1.

Значение коэффициента $\beta = d\bar{t}/d\bar{u}$, равное 1,75° C, было взято по данным А. В. Лыкова [3] для глины белой при скорости воздуха 0 *м/сек* и температуре воздуха $t_c = 75°$ C. Сравнение результатов расчета коэффициента теплообмена при сушке по формуле (8) с опытными данными представлены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, результаты расчета примерно на 15% отличаются от опытных данных. Следует отметить, что расчетные значения коэффициента теплообмена на всей кривой завышены, включая и период постоянной скорости сушки. Очевидно, в расчет включена систематическая погрешность, которая может быть объяснена тем, что принятое значение

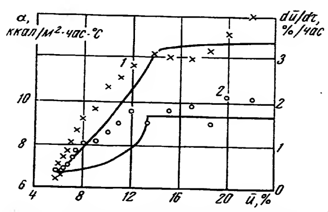


Рис. 2. Сопоставление расчета скорости сушки *(1)* и коэффициента теплообмена *(2)* при сушке с опытными данными (сплошные линии)

коэффициента β было получено в условиях опыта, несколько отличающихся от условий опыта П. Д. Лебедева.

Учитывая это обстоятельство, можно сделать вывод, что для исследования внешних задач в процессах сушки влажных тел можно применять теорию регулярного режима. Так, формула для определения коэффициента теплообмена при сушке, выведенная на основе теории регулярного режима, дает результаты, вполне пригодные для практических расчетов.

Обозначения

Q — количество тепла, *ккал/час;* r — удельная теплота испарения влаги, *ккал/кг*; $q_{\text{пр}}$ — приведенная теплота нагревания влажного тела, *ккал/кг*; c — удельная теплоемкость, *ккал/кг* · °С; λ — коэффициент теплопроводности, *ккал/м · час* · °С; a — температуропроводность, *м²/час;* ρ — плотность тела, *кг/м³*; $\bar{u}$ — влагосодержание; t — температура, °С; τ — время, *час*; m — темп сушки, 1/*час*; V — объем тела, *м³*; S — площадь поверхности тела, *м²*; $R_V = V/S$ — гидравлический радиус тела, *м*; α — коэффициент теплообмена, *ккал/м² · час* · °С; $\Psi = \dfrac{t_c - t_п}{t_c - \bar{t}}$ — критерий неравномерности температурного поля; $\mathrm{Fo} = \dfrac{a\tau}{R_V^2}$ — критерий Фурье; $\mathrm{Bi} = \dfrac{\alpha R_V}{\lambda}$ — критерий Био; $\mathrm{Ki} = \dfrac{dt}{(t_c - \bar{t})\, d\,\mathrm{Fo}}$ — критерий Кирпичева; $\mathrm{Kn} = \dfrac{m}{a} R_V^2$ — критерий Кондратьева.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Кондратьев. Регулярный тепловой режим. ГИТТЛ, 1954.
2. Г. М. Кондратьев. Тепловые измерения. Машгиз, 1957.
3. А. В. Лыков. Теория сушки. ГЭИ, 1950.
4. А. И. Чаплина. ИФЖ, **5**, № 9, 1962.
5. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. ГИТТЛ, 1954.
6. П. Д. Лебедев. Сушка инфракрасными лучами. ГЭИ, 1955.

В. П. ЖУРАВЛЕВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИИ ВЛАГИ В КАПИЛЛЯРНОПОРИСТЫХ ТЕЛАХ

Для исследования тепло- и влагопереноса в капиллярнопористых телах необходимо знать коэффициент диффузии влаги и термоградиентный коэффициент как функции влагосодержания, температуры и пористости тела. Нами исследованы зависимости этих коэффициентов от влагосодержания, температуры и пористости тела.

Теория метода

В работах А. В. Лыкова [1, 2] установлено, что плотность потока влаги в капиллярнопористом теле определяется градиентами влагосодержания и температуры

$$j_m = -a_m \gamma_0 \nabla u - a_m \gamma_0 \delta \nabla t. \qquad (1)$$

Используя закон переноса влаги (1), а также закон теплопроводности Фурье, получаем систему дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon r}{c} \frac{\partial u}{\partial \tau}, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(a_m \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(a_m \delta \frac{\partial t}{\partial x}\right). \qquad (3)$$

В период постоянной скорости сушки

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} = -N = \text{const}, \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0.$$

После подстановки этих условий в уравнение (2) оно принимает вид

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{r \varepsilon \gamma_0}{\lambda} N = 0,$$

т. е. распределение температуры описывается законом параболы

$$t = Ax^2 + Bx + C$$

Используя граничные условия

при $x = 0$ $t = t_\omega$, $u = u_ц$; при $x = R$ $t = t_п$;
при $x = x_1$ $t = t_1$; при $x = x_2$ $t = t_2$,

получаем

$$A = \frac{\Delta t_1 + (t_\omega - t_п)\dfrac{x_1 - x_2}{R}}{[(x_1^2 - x_2^2) - (x_1 - x_2)R]}, \quad B = \frac{t_п - t_\omega}{R} - AR, \quad C = t_\omega.$$

Проинтегрировав уравнение (3) по x от 0 до R и разделив на R, получим

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} = \frac{1}{R} a_m \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_0^R + \frac{1}{R} a_m \delta \frac{\partial t}{\partial x}\Big|_0^R.$$

Принимаем параболический закон распределения влажности $u = a_1 x^2 + bx + c_1$ и граничные условия

$$\text{при } x = 0 \quad a_m \gamma_0 \frac{\partial u}{\partial x} + a_m \gamma_0 \delta \frac{\partial t}{\partial x} = 0$$

или

$$\text{при } x = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -\delta \frac{\partial t}{\partial x}. \qquad (4)$$

Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2a_1 x + b, \quad \frac{\partial t}{\partial x} = 2Ax + B,$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\Big|_0^R = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=R} - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0} = 2a_1 R,$$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)\Big|_0^R = \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=R} - \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0} = 2AR,$$

откуда

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} = 2a_m a_1 + 2a_m \delta A. \qquad (5)$$

Используя граничное условие (4), получаем

$$a_1 = \frac{3\delta B (R - R_1)}{2(R^2 - R_1^2)} - \frac{3(\bar{u}_1 - \bar{u})}{R^2 - R_1^2}. \qquad (5')$$

Подставив (5′) в (5), получим

$$\delta = \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} + \frac{6a_m(\bar{u}_1 - \bar{u})}{R^2 - R_1^2} \right] \frac{1}{A^* a_m}, \tag{6}$$

где $A^* = \dfrac{3B}{R + R_1} + 2A.$

При изотермических условиях $A^* = 0$ и

$$a_m = -\frac{d\bar{u}}{d\tau} \frac{(R^2 - R_1^2)}{6[\bar{u}_1 - \bar{u}]}. \tag{7}$$

Таким образом, из системы дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса, принимая параболический закон распределения температуры и влажности и соответствующие граничные условия, мы получили расчетные формулы для определения коэффициента диффузии влаги a_m и термоградиентного коэффициента δ непосредственно из кривых сушки. Такая же формула для расчета коэффициента диффузии влаги капиллярнопористых тел получена В. Д. Ермоленко другим методом.

Техника и методика эксперимента

Для исследования были взяты керамические образцы пористостью 28, 18 и 10% в форме дисков.

Состав керамики следующий: глина латнинская 29,5%, шамот 70%, стекло жидкое 0,5%.

Образец состоял из трех одинаковых плиток, плотно пришлифованных друг к другу. Вначале образец погружался в дистиллированную воду и находился там до установления максимального влагосодержания. После этого поверхностная влага удалялась промоканием фильтровальной бумагой. Влажный образец подвешивался в сушильный шкаф с заданной температурой воздуха. Боковая поверхность образца была влаго- и теплоизолирована. После окончания эксперимента образец вынимался, помещался в бюксу и определялась влажность всего образца, а затем его среднего слоя. Влажность определялась путем взвешивания на электрических весах ВТК-500 с ценой деления 0,1 *г*. Температура образца замерялась с помощью термопары, помещенной в центре его. Температура в различных точках по толщине образца была равна температуре в центре его, т. е. образец находился в изотермических условиях.

Из экспериментов была установлена зависимость среднего влагосодержания всего образца $\bar{u}$ и его средней плитки $\bar{u}_1$ от времени сушки при разных температурах.

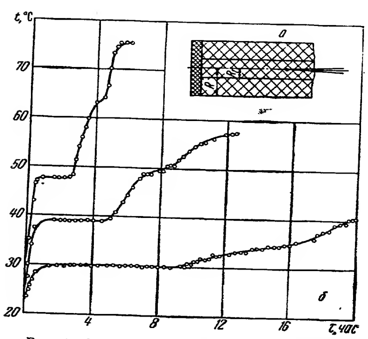


Рис. 1. Сушка в изотермических условиях:

а — исследуемый образец; б — зависимость температуры в центре образца от времени сушки при разных температурных режимах

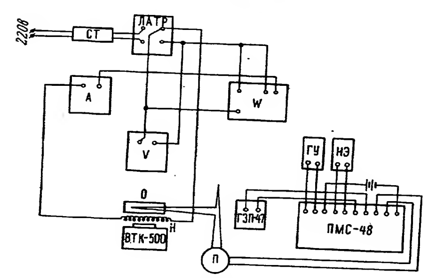


Рис. 2. Схема экспериментальной установки:

Ст — стабилизатор переменного тока: А — амперметр; V — вольтметр; W — ваттметр; О — исследуемый образец; Н — нагреватель; ВТК-500 — электрические весы: П — переключатель термопар; ГУ — гальванометр установки тока; НЭ — нормальный элемент

На рис. 1 представлен исследуемый образец и температурные кривые сушки такого образца из керамики пористостью 28% при температурах 19,5, 30, 39,1, 47,8° С.

В этих экспериментах определялся коэффициент диффузии влаги a_m.

Термоградиентный коэффициент δ определен из опытов с наличием температурного градиента по толщине образца. Температурный градиент создавался путем подогрева нижней поверхности образца.

На рис. 2 показана схема экспериментальной установки. Главной частью экспериментальной установки по определению термоградиентного коэффициента капиллярнопористых тел являлся плоский электрический нагреватель из манганиновой проволоки диаметром 0,2 *мм*, намотанной на изоляционный слой (слюду). Снизу нагреватель теплоизолирован асбестом. Температура подогрева поддерживалась постоянной путем регулирования напряжения питания нагревателя. Количество тепла, выделяемого нагревателем, измерялось ваттметром. Температура образца измерялась медь-константановыми термопарами в четырех точках по толщине его с помощью потенциометра ПМС-48. В качестве измерителя использовался зеркальный гальванометр ГЗП-47.

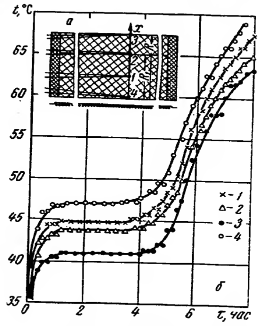


Рис. 3. Сушка с подогревом снизу:

а — исследуемый образец; *б* — зависимость температуры по толщине образца от времени сушки

Образец состоял из двух дисков, хорошо притертых друг к другу. Нижняя и боковая поверхности образца были влагоизолированы несколькими слоями клея БФ-2. Боковая поверхность образца была, кроме того, теплоизолирована. Таким образом, испарение влаги происходило только с верхней поверхности образца. Отношение диаметра образца к его толщине больше семи, поэтому поля температуры и влагосодержания его можно считать одномерными. Размеры образца выбирались таким образом, чтобы $x_1+x_2 \mp R$, иначе знаменатель A обратится в 0. Исследуемый образец находился вместе с нагревателем на весах ВТК-500 в течение всего опыта. Это дало возможность регистрировать с помощью непрерывного взвешивания убыль влаги всего образца через любые небольшие промежутки времени (5—10 *мин*). Таким образом была получена кривая зависимости среднего влагосодержания всего образца $\bar{u}$, а также влагосодержания нижнего диска образца $\bar{u}_1$ от времени сушки.

На рис. 3 показан исследуемый образец и температурные кривые образца из керамики пористостью 10% для режима сушки со среднеинтегральной температурой $t=43{,}5°$ С.

Опыты проводились при разных температурах. Температура подогрева выбиралась такой, чтобы среднеинтегральная температура образца была $\leqslant 60°$ С. При более высокой температуре происходило интенсивное испарение влаги из образца и период постоянной скорости трудно было уловить.

Из этого рисунка видно, что в период постоянной скорости сушки температурное поле образца стационарное.

Обсуждение результатов

Значения коэффициента диффузии влаги a_m и термоградиентного коэффициента δ определялись по формулам (7) и (6). Приведем пример вычисления по формуле (7) коэффициента диффузии влаги для образца керамики пористостью 28% при температуре сушки центра образца $t=30°$ С и средней интегральной влажности образца $\bar{u}=0{,}10$:

$$a_m = 0{,}0153\,\frac{0{,}0533025\cdot 10^{-4}}{6\cdot 0{,}0453} \approx$$

$$\approx 0{,}03\cdot 10^{-4}\ м^2/час = 0{,}833\cdot 10^{-9}\ м^2/сек.$$

Аналогично были вычислены коэффициенты диффузии влаги для других пористостей и режимов. По результатам вычислений были построены зависимости коэффициента диффу-

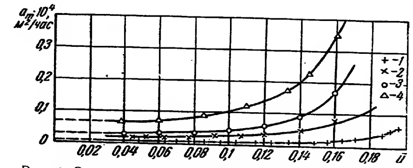


Рис. 4. Зависимость коэффициента диффузии влаги от влажности при температурах сушки:

1 — 19,5° С; *2* — 30; *3* — 39,1; *4* — 47,8

5. Зак. 279

зии влаги от влажности при разных температурах. Эти зависимости для образца 28%-ной пористости представлены на рис. 4, а для пористостей 18 и 10% — в табл. 1. Кривые, ха-

Таблица 1

Зависимость отношения a_0/a_m от влажности образца

$\overline{u}$	$(a_0/a_m)_{t_1}$	$(a_0/a_m)_{t_2}$	$(a_0/a_m)_{t_3}$	$(a_0/a_m)_{t_4}$
Керамика 18%-ной пористости при $t_1 = 19,5$° С, $t_2 = 31,5$, $t_3 = 39$, $t_4 = 48,8$° С				
0,14	0,400	0,301	0,240	0,194
0,13	0,434	0,350	0,290	0,284
0,12	0,555	0,451	0,380	0,351
0,11	0,625	0,538	0,463	0,426
0,10	0,714	0,596	0,550	0,503
0,09	0,769	0,666	0,633	0,580
0,08	0,833	0,756	0,690	0,637
0,07	0,909	0,848	0,791	0,713
0,06	1,000	0,903	0,844	0,782
0,05	1,000	0,933	0,590	0,837
0,04	1,000	1,000	1,000	0,867
Керамика 10%-ной пористости при $t_1 = 19,5$° С, $t_2 = 30$, $t_3 = 38,5$, $t_4 = 48,5$° С				
0,11	0,495	0,441	0,384	0,370
0,10	0,569	0,485	0,450	0,415
0,09	0,636	0,580	0,514	0,465
0,08	0,696	0,653	0,568	0,549
0,07	0,780	0,720	0,642	0,610
0,06	0,821	0,763	0,724	0,676
0,05	0,876	0,829	0,770	0,740
0,04	0,917	0,888	0,833	0,796

рактеризующие эти зависимости, были продолжены до пересечения с осью ординат. Таким образом, был определен коэффициент диффузии абсолютно сухого материала a_0 различной пористости и при разных температурах.

Методом выравнивания опытных данных получена следующая эмпирическая формула:

$$\frac{a_0}{a_m} = c_п - a_п \overline{u}. \tag{8}$$

Тогда для различных пористостей и температур мы получим ряд прямых $\frac{a_0}{a_m}(u)$, причем для каждой пористости эти прямые будут параллельны между собой. Графически было уста-

новлено, что значения $c_п$ зависят от пористости и температуры, а значения $a_п$ — только от пористости. Поэтому можно записать

$$\frac{a_0}{a_m} = c_п(\Pi, T) - a_п(\Pi)\overline{u}. \tag{9}$$

Зависимость коэффициента $c_п$ от температуры при каждой пористости выражается степенным законом

$$c_п(\Pi, T) = c_0(\Pi)T^q.$$

Значение q определяется как тангенс угла наклона прямой $\lg c_п = \lg c_0 + q \lg T$ к оси абсцисс ($\lg T$), а $\lg c_0$ равен отрезку, отсекаемому этой прямой на оси ординат.

Зависимость коэффициента $c_п$ от пористости для каждой температуры также хорошо описывается степенной функцией

$$c_0(\Pi) = c_{00}\Pi^{\nu}.$$

Аналогично предыдущему определяются значения ν и c_{00} из графиков этой зависимости в логарифмических координатах.

Зависимость от пористости величины $a_п$, полученной графическим способом по данным проведенного эксперимента, хорошо изображается степенной функцией

$$a_п = a_{п0}\Pi^m.$$

Из графика этой зависимости, имеющей вид прямой в логарифмических координатах, определены значения m и $a_{п0}$.

Учитывая ранее сказанное, формулу (9) можно переписать в виде

$$\frac{a_0}{a_m} = 1063\,\Pi^{0,29}T^{-1,31} - 3,5\,\Pi^{0,26}\overline{u}. \tag{10}$$

Формулой (10) установлена зависимость коэффициента диффузии влаги от влагосодержания, температуры и пористости тела. Эта формула по сравнению с формулой Миниовича [2]

$$a_m = \left(0,2 + \frac{1,4}{373 - T} + \frac{0,3}{13 - 0,00246\,T - u}\right)\left(\frac{T}{290}\right)^{14}\gamma_0^{-1}$$

проще и может быть использована в инженерных расчетах технологических режимов и оборудования сушильных процессов. Так как данная формула эмпирическая и показатели степеней у пористости обоих слагаемых почти одинаковые, то можно вынести за скобки $\Pi^{0,27}$. Тогда формула (10) примет вид

$$\frac{a_0}{a_m} = (1063T^{-1,31} - 3,5\,\overline{u})\,\Pi^{0,27}. \tag{10'}$$

При $\Pi = \text{const}$

$$\frac{a_0}{a_m} = A_1 T^{-n} + B_1 \bar{u}. \qquad (10'')$$

Используя формулу (10''), уравнение массопереноса запишем в виде

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{a_0}{A_1 T^{-n} + B_1 u}\ \frac{\partial u}{\partial x}\right]. \qquad (11)$$

Решение этого уравнения будет более точно представлять поле влагосодержаний, чем решение при постоянном коэффициенте диффузии.

Перенос вещества в капиллярнопористых телах можно описать логарифмической функцией, так же как и закон термодиффузии и закон переноса тепла. Закон теплопроводности, закон термодиффузии, уравнение массопереноса можно записать следующим образом:

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\lambda_0}{T}\ \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda_0 \frac{\partial \ln T}{\partial x},$$

$$D \gamma \delta \frac{\partial T}{\partial x} = D \frac{\sigma_m}{T}\ \frac{\partial T}{\partial x} = D \sigma_m \frac{\partial \ln T}{\partial x},$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{a_0}{B_1}\ \frac{\partial \ln (A_1 T^{-n} + B_1 u)}{\partial x}\right).$$

Зависимость коэффициента диффузии влаги от влажности при разных температурах для диатомовой крошки, по данным Дубницкого [2], хорошо согласуется с нашей формулой (10), которая в этом случае имеет вид

$$\frac{a_0}{a_m} = 3820 T^{-1,35} - 2,35\, u. \qquad (12)$$

По формуле (10) были обработаны зависимости коэффициента диффузии влаги от влажности для кварцевого песка, диатомовых обожженных плит, асбоцементных плит, автоклавного бетона [2]. Во всех случаях получаются прямые линии, описываемые уравнением (8). Из графиков $\frac{a_0}{a_m}(u)$ были определены значения a_n и c_n. Переменные u, T, от которых зависит коэффициент диффузии влаги, разделяются. Таким же образом была обработана зависимость коэффициента влагопроводности керамической массы, находящейся в гигроскопическом состоянии, от влажности при различных постоянных температурах 40, 55, 65 °C. В этом случае формула принимает вид

$$\frac{K_0}{K} = 1,212\, T^{-1,35} - 0,151 u. \qquad (13)$$

Сравнивая формулы (12) и (13) с (10), можно сделать следующий вывод относительно зависимости коэффициента диффузии влаги капиллярнопористых влажных тел от влажности и температуры: во-первых, разделяются переменные u, T, от которых зависит коэффициент диффузии влаги; во-вторых, температура входит в первое слагаемое почти в одной и той же степени $T^{-1,3}$.

Вычисление термоградиентного коэффициента δ по формуле (6) покажем на примере для образца из керамики 10%-ной пористости при среднеинтегральной температуре сушки $t = 36,1°$ C и при среднеинтегральной влажности образца $\bar{u} = 0,10$. Значения a_m при данной температуре и при данной влажности определялись графически из зависимости значений коэффициентов диффузии влаги от температуры при постоянной влажности:

$$\delta = \frac{1}{0,1 \cdot 10^{-4} \cdot 90290}\left[\frac{6 \cdot 0,1 \cdot 10^{-4} \cdot 0,0125}{0,0001674} + 0,01745\right] \approx$$

$$\approx 0,243 \cdot 10^{-1}.$$

Аналогично были вычислены термоградиентные коэффициенты для всех пористостей и режимов сушки. Построены зависимости термоградиентного коэффициента δ от влажности для различных пористостей и температур. На рис. 5 приведена зависимость $\delta(u)$ керамики пористостью 10, 18% при разных температурах. Продолжив на графике линии до пересечения с осями координат, найдем термоградиентный коэффициент абсолютно сухого тела δ_0 и максимальное влагосодержание u_0. Из рисунка видно, что зависимость термоградиентного коэффициента δ от влажности $\bar{u}$ является прямолинейной функцией:

$$\delta = \delta_0 - A' \bar{u}.$$

Так как $0 = \delta_0 - A' u_0$, то уравнение прямой будет

$$\delta = \delta_0 - \frac{\delta_0}{u_0}\bar{u} = \delta_0\left(1 - \frac{\bar{u}}{u_0}\right)$$

или

$$\frac{\delta}{\delta_0} = 1 - \frac{\bar{u}}{u_0}. \qquad (14)$$

Графически установлено, что зависимость максимального влагосодержания тела от температуры имеет вид параллельных прямых для всех пористостей

$$u_0 = u_{00}(\Pi) + 0{,}0012T.$$

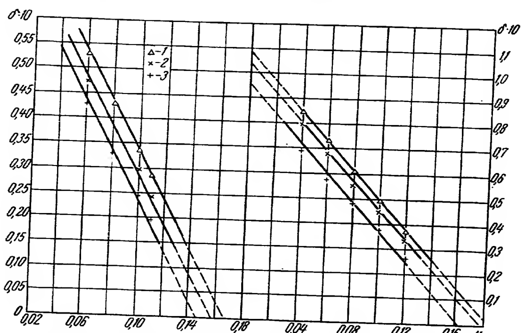


Рис. 5. Зависимость термоградиентного коэффициента от влажности при постоянных температурах в период постоянной скорости сушки. Левая часть для пористости 10% (*1* — 51,9°С, *2* — 44,1, *3* — 36,1); правая — для 18% (*1* — 53,8°С, *2* — 47,5, *3* — 36,4)

Из опытных данных выявлено, что

$$u_{00}(\Pi) = 0{,}00168\Pi - 0{,}24.$$

Подставив это выражение $u_{00}(\Pi)$ в предыдущую формулу для u_0, получим

$$u_0 = 0{,}00168\Pi - 0{,}24 + 0{,}0012T.$$

Тогда формулу (14) можно переписать следующим образом:

$$\frac{\delta}{\delta_0} = 1 - \frac{\bar{u}}{-0{,}24 + 0{,}0012T + 0{,}00168\Pi} \text{ или}$$

$$\frac{\Delta\delta}{\delta_0} = \frac{u}{-0{,}24 + 0{,}0012T + 0{,}00168\Pi}, \qquad (15)$$

где $\Delta\delta = \delta_0 - \delta$.

Формула (15) выражает зависимость термоградиентного коэффициента от влажности, температуры и пористости тела. По данной формуле можно определить величину термоградиентного коэффициента в период постоянной скорости сушки при заданных влажности, температуре и пористости тела. В этом периоде влагосодержание изменялось от 0,16 до 0,04.

Теплофизические характеристики

Выведем формулу, по которой можно было бы определить коэффициент теплопроводности влажного капиллярнопористого тела, пользуясь данными проведенного эксперимента. Как известно, удельный тепловой поток равен количеству тепла в единицу времени через единицу поверхности q.

Согласно закону теплопроводности Фурье, $q = -\lambda \dfrac{\partial t}{\partial x}$.

Так как мы приняли параболический закон $t = Ax^2 + Bx + C$ распределения температуры по толщине образца, то $\partial t/\partial x = 2Ax + B$, при $x = 0$ $\partial t/\partial x = B$.

Следовательно, $q_{x=0} = -\lambda \left(\dfrac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0} = -\lambda B$.

Отсюда

$$\lambda = \frac{q_{x=0}}{-B} = -\frac{Q}{sB}. \qquad (16)$$

Так как не все тепло, выделяемое нагревателем, проходит через образец, а часть его (ΔQ) рассеивается в пространство, то выражение для коэффициента теплопроводности можно записать в виде

$$\lambda = \frac{Q - \Delta Q}{sB}. \qquad (17)$$

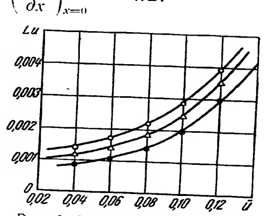


Рис. 6. Зависимость критерия Lu от влажности

Экспериментально установлено, что в условиях наших опытов потери тепла составляли 15,5%. По формуле (17) был определен коэффициент теплопроводности влажной керамики различной пористости и при разных температурах. По формуле

$$a = \frac{\lambda}{c\gamma_0};$$

где теплоемкость влажного тела вычислялась в зависимости от влажности $c = c_0 + u \cdot 1$, был определен коэффициент температуропроводности влажной керамики различной пористости и при разных температурах. Методом интерполяции были найдены значения a_m, соответствующие температуре и влажности, при которых определялись a. Затем по формуле $\mathrm{Lu} = \frac{a_m}{a}$ был вычислен критерий Лыкова. Результаты вычислений для керамики 18%-ной пористости ($\gamma = 1770$ *кг/м³*) представлены на рис. 6, а для керамики 10, 28%-ной пористости — в табл. 2.

Таблица 2

Зависимость коэффициентов теплопроводности, температуропроводности и критерия Lu от влажности образца

$\bar{u}$	λ_1, *вт/м·град*	$a_1 \cdot 10^2$, *м²/час*	$\mathrm{Lu}_1 \cdot 10^2$	λ_2, *вт/м·град*	$a_2 \cdot 10^2$, *м²/час*	$\mathrm{Lu}_2 \cdot 10^2$	λ_3, *вт/м·град*	$a_3 \cdot 10^2$, *м²/час*	$\mathrm{Lu}_3 \cdot 10^2$
Керамика 10%-ной пористости ($\gamma_0 = 1846$ *кг/м³*) *при* $t_1 = 36{,}1°$ C, $t_2 = 43{,}5$, $t_3 = 51{,}9°$ C									
0,11	1,802	0,289	0,418	2,828	0,453	0,432	3,720	0,597	0,516
0,10	1,802	0,299	0,334	2,828	0,470	0,368	3,720	0,618	0,430
0,08	1,802	0,322	0,229	2,828	0,506	0,272	3,720	0,666	0,348
0,06	1,802	0,349	0,163	2,828	0,548	0,193	3,720	0,721	0,259
0,04	1,802	0,381	0,134	2,828	0,598	0,140	3,720	0,787	0,183
Керамика 28%-ной пористости ($\gamma_0 = 1684$ *кг/м³*) *при* $t_1 = 35{,}6$ C, $t_2 = 46{,}2$, $t_3 = 52{,}4$ C									
0,16	2,127	0,319	0,432	3,990	0,599	0,539	4,607	0,692	0,585
0,14	2,127	0,339	0,229	3,990	0,636	0,298	4,607	0,735	0,353
0,12	2,127	0,362	0,143	3,990	0,679	0,203	4,607	0,784	0,235
0,10	2,127	0,387	0,097	3,990	0,727	0,151	4,607	0,840	0,182
0,08	2,127	0,417	0,076	3,990	0,783	0,112	4,607	0,904	0,137
0,06	2,127	0,452	0,057	3,990	0,849	0,084	4,607	0,980	0,105

Обозначения

a_m — коэффициент диффузии влаги, *м²/час*; δ — термоградиентный коэффициент, *1/град*; γ_0 — объемный вес абсолютно сухой керамики, *кг/м³*; a — коэффициент температуропроводности, *м²/час*; ε — коэффициент фазового перехода; r — удельная теплота испарения воды, *вт·час/кг*; τ — время, *час*; t — температура, °C; x — расстояние от начала координат; R — толщина образца, *м*; R_1 — толщина нижнего диска образца, *м*; a_0 — коэффициент диффузии абсолютно сухого материала, *м²/час*; u_0 — максимальное влагосодержание керамики; δ_0 — коэффициент термодиффузии абсолютно сухого материала, *1/град*; λ — коэффициент теплопроводности, *вт/м·град*; q — удельный тепловой поток, *вт/м²*; s — площадь поверхности образца, лежащего на нагревателе, *м²*; Q — мощность, потребляемая нагревателем, *вт*; c — теплоемкость влажного материала, *вт·час/кг·°C*; $\mathrm{Lu} = a_m/a$ — критерий Лыкова.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. Гостехиздат, М., 1954.
2. А. В. Лыков. Теоретические основы строительной теплофизики Изд. АН БССР, Минск, 1961.
3. В. Д. Ермоленко. ИФЖ, 5, № 10, 1962.
4. М. Гирш. Техника сушки. ОНТИ, Л.—М., 1937.

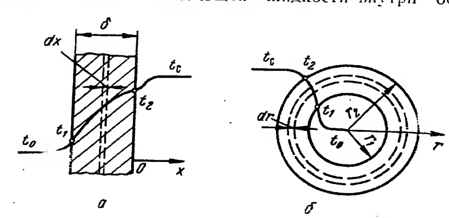
Г. Т. СЕРГЕЕВ

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОРИСТОЙ СТЕНКИ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ (ГАЗА)

В инженерной практике часто возникает необходимость охлаждения внешних защитных стенок различных промышленных аппаратов и установок. В таких конструкциях, как высокотемпературные теплообменники, турбинные лопатки и т. п., все чаще применяются пористые материалы, охлаждаемые за счет нагнетания в сторону высоких температур жидкости или газа через поры тела. Если через поры просачивается жидкость, испаряющаяся на поверхности тела, то эффект охлаждения, называемого при этом испарительным, увеличивается за счет затраты тепла на парообразование. Поэтому наиболее часто защита стенки от перегрева происходит из-за испарительного охлаждения.

В технической литературе вопрос аналитического расчета процесса пористого охлаждения освещен недостаточно. В имеющихся работах рассматриваются лишь задачи для пластины и цилиндра [1—6] только при граничных условиях первого рода.

Нами задача решается для трех различных тел — неограниченной пластины, тонкостенных цилиндрической трубы и полого шара. Предполагается, что в двух последних телах охлаждающая компонента равномерно подается по направлению от оси цилиндра и центра шара к стенке. При этом принимается механизм взаимодействия скелета твердого тела и жидкости, предложенный в работе [1]. Реальная капиллярная структура тела заменяется эквивалентной системой, состоящей из одинаковых и параллельных цилиндрических каналов, через которые проходит охлаждающая жидкость или газ. Температуры скелета тела и охлаждающей жидкости (газа) принимаются одинаковыми в любой точке. Такое предположение, согласно [7], справедливо для малых значений весового расхода охлаждающей жидкости (газа) j_m (*кг/м² · час*). Однако, как показано экспериментальными исследованиями П. Н. Романенко и Ю. П. Семенова [9], температуры жидкости и скелета тела равны и при больших значениях j_m. Предполагается, что теплопередача внутри образца происходит за счет теплопроводности скелета тела и охлаждающей жидкости. Коэффициенты $\lambda_{ск}$, $\gamma_ж$ и $c_ж$, а также плотность жидкости принимаются постоянными. Объемная пористость P образца принимается равной поверхностной, следовательно, в единичной площади тела, нормальной к потоку, площадь для потока охлаждающей жидкости внутри образца



Распределение температуры в пористых телах:
а — пластина; *б* — цилиндр и шар

равна пористости тела, т. е. $F_ж = P$, а площадь твердого скелета $F_{ск} = 1 — F_ж = 1 — P$. Скорость движения жидкости в пористом теле возрастает в P раз, а весовой расход определяется отношением $j_m P$.

Составляем дифференциальное уравнение, описывающее рассматриваемый процесс. Если через сечение $\eta \equiv r$ (см. рисунок) передается тепловой поток

$$q_\eta = -\lambda_{эф} F \frac{dt}{d\eta}, \qquad (1)$$

где $\lambda_{эф}$ — эффективный коэффициент теплопроводности твердой и жидкой фаз, заполняющих объем тела, $\lambda_{эф} = \lambda_{ск}(1—P) + \lambda_ж P$; F — площадь поверхности тела, участвующая в теплопроводности ($F \approx F_{ск}$), то для сечения $\eta + d\eta$ имеем

$$q_{\eta+d\eta} = q_\eta + \frac{dq_\eta}{d\eta} d\eta. \qquad (2)$$

Количество тепла $dq = q_\eta - q_{\eta+d\eta}$, накапливаемое элементарным объемом тела за счет теплопроводности, составит

$$dq_п = \lambda_{эф} \frac{d^2t}{dx^2} dx,$$

$$dq_{ц} = \lambda_{эф} 2\pi \left(\frac{d^2t}{dr^2} r + \frac{dt}{dr}\right) dr, \qquad (3)$$

$$dq_{ш} = \lambda_{эф} 4\pi \left(\frac{d^2t}{dr^2} r^2 + \frac{dt}{dr} 2r\right) dr.$$

Но dq можно выразить и через изменение теплосодержания охлаждающей жидкости (газа). Так как для пластины, тонкостенного цилиндра и шара j_m по толщине стенки этих тел можно принять постоянной, то

$$dq_{п} = \frac{j_m}{P} F_{ж} c_{ж} dt = j_m c_{ж} dt,$$

$$dq_{ц} = 2\pi j_m c_{ж} \left(t + r\frac{dt}{dr}\right) dr, \qquad (4)$$

$$dq_{ш} = 4\pi j_m c_{ж} \left(2rt + r^2 \frac{dt}{dr}\right) dr.$$

Приравнивая друг к другу правые части зависимостей (3) и (4), после несложных преобразований получим следующее дифференциальное уравнение для температуры пористого тела:

$$\frac{d^2t}{d\eta^2} + \frac{1}{\eta} (\Gamma - \xi_{\omega}\eta) \frac{dt}{d\eta} - \frac{\Gamma}{\eta} \xi_{\omega} t = 0. \qquad (5)$$

В уравнении (5), полученном для случая одномерного температурного поля и симметричного стационарного теплообмена, члены с множителем $\xi_{\omega} = \frac{j_m c_{ж}}{\lambda_{эф}}$ характеризуют изменение теплосодержания жидкости, два других слагаемых определяют теплопроводность пористого тела.

При испарительном пористом охлаждении граничные условия можно представить в виде:

$$t = t_1 \text{ при } \eta \equiv x = -\delta \text{ (пластина)}; \qquad (6)$$

$$t = t_1 \text{ при } \eta \equiv r = r_1 \text{ (цилиндр и шар)};$$

$$\alpha\Delta t = \lambda_{эф} \frac{dt}{d\eta} + \rho j_m \text{ при } \eta \equiv x = -\delta;\ \eta \equiv r = r_2, \qquad (7)$$

где $\Delta t = t_c - t_2$.

Согласно (7), тепло, подводимое к горячей поверхности стенки, расходуется на нагрев тела за счет теплопроводности и на испарение жидкости. Если $\lambda_{ск} \gg \lambda_{ж}$, что имеет

место в основном, когда через пористую стенку продувается газ, то его теплопроводностью можно пренебречь. Тогда $\lambda_{эф} = \lambda_{ск}(1 - P)$. Кроме того, составляющая $\rho j_m = 0$.

Заметим, что $t = C^* \exp \xi_{\omega} r$, где C^* — постоянная интегрирования, является частным решением уравнения (5) для случая $\Gamma = 1$ и $\Gamma = 2$. Решение дифференциального уравнения (5) при граничных условиях (6) и (7) для пластины, цилиндра и шара получаем соответственно в виде:

$$t = \frac{\exp(\xi_{\omega} x) - \exp(-\xi_{\omega}\delta)}{\xi_{\omega}\lambda_{эф}} (\alpha\Delta t - \rho j_m), \quad -\delta \leqslant x \leqslant 0; \qquad (8)$$

$$t = t_1 \left(1 - \frac{1}{\zeta} \xi_{\omega} I \exp \xi_{\omega} r_2\right) \exp \xi_{\omega}(r - r_1) +$$

$$+ \frac{1}{\lambda_{эф}\zeta} (\alpha\Delta t - \rho j_m) I \exp \xi_{\omega} r, \quad r_1 \leqslant r \leqslant r_2; \qquad (9)$$

$$t = t_1 \left(1 - \frac{1}{\zeta^*} \xi_{\omega} I^* \exp \xi_{\omega} r_2\right) \exp \xi_{\omega}(r - r_1) +$$

$$+ \frac{1}{\lambda_{эф}\zeta^*} (\alpha\Delta t - \rho j_m) I^* \exp \xi_{\omega} r, \quad r_1 \leqslant r \leqslant r_2, \qquad (10)$$

где

$$\zeta = \xi_{\omega} I_1 \exp \xi_{\omega} r_2 + K_2; \quad \zeta^* = \xi_{\omega} I_1^* \exp \xi_{\omega} r_2 + K_2^2;$$

$$I = \int_{r_1}^{r} \frac{dr}{r \exp \xi_{\omega} r} = E_i(-\xi_{\omega} r) - E_i(-\xi_{\omega} r_1);$$

$$I^* = \int_{r_1}^{r} \frac{dr}{r^2 \exp \xi_{\omega} r} = \frac{K_1}{\exp \xi_{\omega} r_1} - \frac{K}{\exp \xi_{\omega} r} -$$

$$- \xi_{\omega} [E_i(-\xi_{\omega} r) - E_i(-\xi_{\omega} r_1)];$$

$$I_1 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r \exp \xi_{\omega} r}, \quad I_1^* = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2 \exp \xi_{\omega} r},$$

$E_i(\eta)$ — интегрально-показательная функция, протабулированная в [8].

В ряде практических случаев необходимо аналитически рассчитать температуру стенки со стороны холодной поверхности тела t_1. С этой целью составляем тепловой баланс для областей $-\infty \leqslant x \leqslant -\delta$ (пластина) и $0 \leqslant r \leqslant r_1$ (цилиндр и шар).

Количество тепла dq, накапливаемое элементарным объемом тела за счет проводимости, идет на изменение теплосодержания жидкости dQ, причем dq определяется по соотношениям, подобным (1)—(3). Для сечений η и $\eta + d\eta$ имеем:

$$Q_{п} = c_{ж} j_m t_{ж},$$

$$Q_{ц} = 2\pi r c_{ж} t_{ж} \left(j_m^* \frac{r_1}{r} \right), \tag{11}$$

$$Q_{ш} = 4\pi r^2 c_{ж} t_{ж} \left(j_m^* \frac{r_1^2}{r^2} \right),$$

$$Q_{\eta + d\eta} = Q_{\eta} - \frac{dQ_{\eta}}{d\eta} d\eta. \tag{12}$$

Параметр j_m^* (*кг/м²·час*) определяет поток жидкости (газа) в сечении при $r = r_1$.

Так как $dQ = Q_{\eta + d\eta} - Q_{\eta}$, то

$$dQ_{п} = j_m^* c_{ж} dt_{ж},$$

$$dQ_{ц} = 2\pi (j_m^* r_1) c_{ж} \frac{dt_{ж}}{dr} dr, \tag{13}$$

$$dQ_{ш} = 4\pi (j_m^* r_1^2) c_{ж} \frac{dt_{ж}}{dr} dr.$$

Приравнивая выражения для dq и dQ, получим дифференциальное уравнение, которому должна удовлетворять температура набегающего потока жидкости (газа):

$$\eta^{\Gamma} \frac{d^2 t_{ж}}{d\eta^2} + (\Gamma \eta^{\Gamma - 1} - \xi) \frac{dt_{ж}}{d\eta} = 0, \tag{14}$$

где $\xi = J c_{ж} / \lambda_{ж}$.

Значения J для пластины $J = J_{п} = j_m$, цилиндра $J = J_{ц} = j_m^* r_1$ (*кг/м·час*) и шара $J = J_{ш} = j_m^* r_1^2$ (*кг/час*) характеризуют соответственно плотность потока вещества на единицу площади, единицу длины и общий весовой расход компоненты.

Граничные условия для (14) можно представить в виде:

$$\left.\begin{aligned} t_{ж} &= t_0 \text{ при } x = -\infty \text{ (пластина)}, \\ t_{ж} &= t_0 \text{ при } r = 0 \text{ (цилиндр и шар)}, \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$\lambda_{ж} \frac{dt_{ж}}{d\eta} = \lambda_{эф} \frac{dt}{d\eta} \text{ при } \eta \equiv x = -\delta, \ \eta \equiv r = r_1. \tag{16}$$

Последнее условие предполагает равенство тепловых потоков на границе раздела фаз, т. е. на границе соприкосновения жидкости (газа) и свободной поверхности тела.

Решение (14) при граничных условиях (15) и (16) для пластины, цилиндра и шара имеет соответственно вид:

$$t_{ж} = \frac{\alpha \Delta t - \rho j_m}{\lambda_{ж} \xi_{п}} \exp [\xi_{п} (x + \delta) - \xi_{\omega} \delta] + t_0, \tag{17}$$

$$t_{ж} = \frac{(r/r_1)^{\xi_{ц}}}{A} [\lambda_{эф} \xi_{\omega} t_1 (r_1 \zeta - \exp \xi_{\omega} \Delta r) + \alpha \Delta t - \rho j_m] + t_0, \tag{18}$$

$$t_{ж} = \frac{\exp (-\xi_{ш}/r)}{A^*} [\lambda_{эф} \xi_{\omega} t_1 (r_1^2 \zeta^* - \exp \xi_{\omega} \Delta r) + \alpha \Delta t - \rho j_m] + t_0, \tag{19}$$

где

$$\xi_{п} = J_{п} c_{ж} / \lambda_{ж}; \ \xi_{ц} = J_{ц} c_{ж} / \lambda_{ж}; \ \xi_{ш} = J_{ш} c_{ж} / \lambda_{ж};$$

$$A = \lambda_{ж} \xi_{ц} \zeta; \ A^* = \lambda_{ж} \xi_{ш} \zeta^* \exp (-\xi_{ш}/r_1).$$

Учитывая, что $t_{ж}|_{x=-\delta} = t_1$ (пластина), а $t_{ж}|_{r=0} = t_1$ (цилиндр и шар), из (17)—(19) получим температуру t_1 для трех исследуемых тел:

$$t_1 = \frac{\exp (-\xi_{\omega} \delta)}{\xi_{п} \lambda_{ж}} (\alpha \Delta t - \rho j_m) + t_0, \tag{20}$$

$$t_1 = \frac{\zeta \lambda_{ж} \xi_{ц} t_0 + \alpha \Delta t - \rho j_m}{\lambda_{эф} \xi_{\omega} \exp (\xi_{\omega} \Delta r)}, \tag{21}$$

$$t_1 = \frac{\zeta^* \lambda_{ж} \xi_{ш} t_0 + \alpha \Delta t - \rho j_m}{\lambda_{эф} \xi_{\omega} \exp (\xi_{\omega} \Delta r)}. \tag{22}$$

Таким образом, значения t_1, входящие в (8)—(10), можно определить из соотношений (20)—(22).

Если известны температуры на горячей и холодной поверхности стенки, то решение уравнения (5) при граничных условиях первого рода

$$t = t_1 \text{ при } \eta \equiv x = -\delta, \ t = t_2 \text{ при } x = 0, \tag{23}$$

$$t = t_1 \text{ при } \eta \equiv r = r_1, \ t = t_2 \text{ при } r = r_2 \tag{24}$$

имеет вид:

$$t = t_2 - \frac{(t_2 - t_1)(1 - \exp \xi_{\omega} x)}{1 - \exp (-\xi_{\omega} \delta)}, \tag{25}$$

$$t = t_1 \left(1 - \frac{J}{J_1} \right) \exp \xi_{\omega} (r - r_1) + t_2 \frac{J}{J_1} \exp \xi_{\omega} (r - r_2), \tag{26}$$

$$t = t_1\left(1 - \frac{J^*}{J_1^*}\right)\exp \xi_\omega (r - r_1) + t_2 \frac{J^*}{J_1^*} \exp \xi_\omega (r - r_2). \qquad (27)$$

Из решения задачи (14) — (16) с учетом зависимостей (25) — (27) получим следующие выражения для температуры жидкости (газа):

$$t_ж = \frac{t_2 - t_1}{\exp \xi_\omega \delta - 1} \exp \xi_п (\delta + x) + t_0, \qquad (28)$$

$$t_ж = t_1 \left(\frac{r}{r_1}\right)^{\xi_ц} [1 - \varepsilon_1 \exp(-\xi_\omega r_1)] + t_2 \left(\frac{r}{r_1}\right)^{\xi_ц} \varepsilon_1 \exp(-\xi_\omega r_2) + t_0, \qquad (29)$$

$$t_ж = t_1 \exp \xi_ш \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right) [1 - \varepsilon_2 \exp(-\xi_\omega r_1)] + t_2 \varepsilon_2 \exp\left[\xi_ш \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right) - \xi_\omega r_2\right] + t_0, \qquad (30)$$

где $\varepsilon_1 = 1/\xi_\omega r_1 J_1$, $\varepsilon_2 = 1/\xi_\omega r_1^2 J_1^*$. Для пластины решение уравнений (5) и (14) соответственно с граничными условиями (15), (16) и (23), (24) было получено в работе [1]. Учитывая, что со стороны холодной поверхности стенки $t_ж = t_1$, из (28) — (30) соответственно для пластины, цилиндра и шара, найдем:

$$t_1 = (t_2 - t_0) \exp(-\xi_\omega \delta) + t_0, \qquad (31)$$

$$t_1 = t_2 \exp(-\xi_\omega \Delta r) + t_0 \xi_\omega r_1 J_1 \exp \xi_\omega r_1, \qquad (32)$$

$$t_1 = t_2 \exp(-\xi_\omega \Delta r) + t_0 \xi_\omega J_1^* r_1^2 \exp \xi_\omega r_1. \qquad (33)$$

Определим теперь тепловой поток со стороны горячей поверхности охлаждаемого тела. Поскольку при $\eta \equiv x = 0$ (пластина) и $\eta \equiv r = r_2$ (цилиндр и шар) $q = -\lambda_{эф} \dfrac{dt}{d\eta}$, то

$$q_п = \lambda_{эф} \xi_\omega \frac{t_1 - t_2}{1 - \exp(-\xi_\omega \delta)}, \qquad (34)$$

$$q_ц = \frac{\lambda_{эф}}{r_2 J_1} [t_1 \exp(-\xi_\omega r_1) - t_2 \exp(-\xi_\omega r_2)] - \lambda_{эф} \xi_\omega t_2, \qquad (35)$$

$$q_ш = \frac{\lambda_{эф}}{r_2^2 J_1^*} [t_1 \exp(-\xi_\omega r_1) - t_2 \exp(-\xi_\omega r_2)] - \lambda_{эф} \xi_\omega t_2. \qquad (36)$$

Из анализа решений (8 — 10) и (20) — (22) следует, что для больших значений теплоемкости жидкости ($c_ж \to \infty$) тем-

пература пластины, тонкостенных цилиндра и шара приближается к температуре охлаждающей жидкости (газа) t_0. Температура стенки также стремится к t_0, если $j_m \to \infty$, при этом, как следует из граничного условия (7) и решений для t и t_1, на горячей поверхности тела температура изменяется скачкообразно. При $\lambda_{эф} \to \infty$ для температуры стенки тела (пластины, цилиндра и шара) имеем соответственно: $t = t_0 + \gamma$, $t = t_0 \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right) + \gamma$, $t = t_0 \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2 + \gamma$, где $\gamma = \dfrac{\alpha \Delta t - \rho j_m}{c_ж j_m}$. Из зависимостей (25) — (27) и (31) — (33) можно заключить, что для больших весовых расходов ($j_m \to \infty$) или больших теплоемкостей ($c_ж \to \infty$) температура стенки, как и в (предыдущем случае, описанном решениями (8)—(10) и (20)—22), приближается к температуре охладителя t_0. Аналогичное явление имеет место, когда коэффициент теплопроводности небольшой ($\lambda_{эф} \to 0$). Если же $j_m \to 0$ или $c_ж \to 0$, то температура тела (пластины, цилиндра и шара) приближается к температуре стенки t_2 со стороны горячей поверхности.

Обозначения

η — пространственная координата; Γ — постоянное число для неограниченной пластины $\Gamma = 0$, $\eta \equiv x$; для неограниченного цилиндра $\Gamma = 1$, $\eta \equiv r$; для шара $\Gamma = 2$, $\eta \equiv r$); δ — толщина пластины; t_c, t_1 и t_2 — соответственно температура окружающей среды, стенки со стороны холодной и горячей поверхности тела; t_0 — температура охлаждающей жидкости, бесконечно удаленной от холодной поверхности пластины, на оси цилиндра или в центре шара; ρ — теплота парообразования; c — коэффициент теплоемкости; r_1 и r_2 — соответственно внутренний и внешний радиусы цилиндра и шара; $K = 1/r$; $K_1 = 1/r_1$; $K_2 = 1/r_2$; $\Delta r = r_2 - r_1$.

Индексы: ск — скелет твердого тела; ж — охлаждающая жидкость (газ); п — пластина; ц — цилиндр; ш — шар.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Weinbaum, H. L. Wheller. J. Appl. Phys., 20, № 1, 113, 1949.
2. L. Green. J. Appl. Mech. Trans. ASME, 19, № 2, 173, 1952.
3. P. Grootenhuis. J. of t. Royal Aeronautical Society, № 578, 1959.
4. R. Meyer, I. Bartas. Jet Propulsion, № 6, 1954.
5. I. Friedman. J. Am. Rocket Soc., № 79, 1949.
6. Н. Н. Гвоздков. Вестник Московского университета, серия матем., мех., астр., физ., хим., № 1, 147, 1958.
7. В. К. Щукин. Теплоэнергетика, № 1, 80, 1962.
8. Е. Янке и Ф. Эмде. Таблицы функций с формулами и кривыми, 3-е изд. Физматгиз, 1959.
9. П. Н. Романенко, Ю. П. Семенов. Тезисы докладов и сообщений на 2-м Всесоюзном совещании по тепло- и массообмену. Минск, 1964.

6. Зак. 279

А. С. ГИНЗБУРГ, К. Б. ГИСИНА

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ВОДЯНОГО ПАРА ПРИ СУБЛИМАЦИИ ЛЬДА В КАПИЛЛЯРНОПОРИСТОМ ТЕЛЕ

При достаточно интенсивном нагреве материала скорость фазового превращения внутри материала превышает скорость переноса массы вещества. Вследствие этого внутри материала возникает градиент общего давления, который оказывается мощным фактором переноса массы. Такой процесс переноса аналогичен фильтрации пароводяной смеси через пористые среды. Благодаря гидродинамическому сопротивлению скелета капиллярнопористого тела спад возникшего избыточного давления (релаксация) происходит с известной скоростью, причем следует отметить, что степень инерционности процесса релаксации зависит от интенсивности нагрева и пористости материала. Это явление при интенсивном нагреве было обнаружено П. Д. Лебедевым [1], Г. А. Максимовым [2] и др. Авторы большое значение в переносе пара придают градиенту давления, а не градиенту температуры. Необходимо отметить, что эти исследования выполнялись при атмосферном давлении, поэтому полученные результаты не могут быть использованы в вакууме в связи с тем, что внутренний тепло- и массообмен при сушке сублимацией имеет свои особенности в механизме переноса тепла и вещества и не может быть сравним с переносом тепла и вещества при других методах сушки [3].

В процессе сушки сублимацией испарение начинается с поверхности материала, затем зона сублимации углубляется внутрь вещества и испарение происходит уже на некоторой глубине, по мнению одних авторов [4], по мнению других [5] — с поверхности сублимации, которая равномерно углубляется в вещество. Исходя из этого условия, Х. Кесслер [1] определил распределение давления в образце по формуле

$$\frac{b}{\mu} = q_m \frac{S}{P_{\text{обр}} - P_{\text{ср}}}.$$

[1] Автор определял средние значения изменения разности давления в образце и в среде в зависимости от отношения X_m/X_n.

В результате углубления поверхности сублимации образуется сухой слой вещества, который оказывает значительное сопротивление потоку пара. По мере утолщения сухой прослойки гидравлическое сопротивление пористой структуры растет, вместе с ним увеличивается давление внутри пористого материала. Результаты исследования по выявлению влияния перемещения поверхности раздела фаз в капиллярнопористых и коллоидных телах на процесс тепло- и массообмена при сублимации в вакууме приведены в [6, 8].

Нами ставилась цель экспериментальным путем снять поле давления и температуры в образце и связать эти исследования с перемещением поверхности раздела фаз.

В процессе сублимации большая часть влаги в капиллярнопористом теле находится в замороженном состоянии, поэтому перенос ее осуществляется в основном в виде пара. Потенциал переноса пара зависит от механизма переноса и условий сопряжения тела с окружающей средой. Перенос пара осуществляется путем диффузии, эффузии (молекулярный перенос) и молярным путем. Наличие градиента общего давления ∇P внутри капиллярнопористого тела и вызывает молярный перенос парогазовой смеси. Диффузионный поток пара $j_{i\text{диф}}$ прямо пропорционален градиенту относительного парциального давления ∇P и некоторому безразмерному коэффициенту ε_u, характеризующему сопротивление диффузии пара во влажном пористом теле. В случае эффузионного переноса потенциалом переноса пара является отношение $P/\sqrt{T}$. При изотермических условиях ($T = \text{const}$) поток пара будет пропорционален ∇P, а следовательно, и $\nabla\Theta$ [7].

Основной закон переноса вещества в капиллярнопористом и коллоидном телах можно записать как

$$j_m = -a_n' \gamma_0 \nabla U - a_n' \delta_t \nabla t - K_P \nabla P.$$

По физическому смыслу коэффициент a_n характеризует инерционные свойства тела при распространении полей потенциала вещества и тепла.

Первый член уравнения является выражением влагопроводности, т. е. он показывает, что перенос вещества осуществляется за счет градиента влажности материала; в наших опытах этот градиент невелик.

Второй член уравнения выражает термовлагопроводность. Он показывает, что перенос влаги происходит и за счет градиента температуры в образце.

Третий член уравнения $K_P \nabla P$ указывает на то, что перенос пара в капиллярнопористом теле осуществляется за счет градиента общего давления ∇P.

Таким образом, перенос вещества в капиллярнопористом теле осуществляется за счет трех факторов: градиентов влажности, температуры и общего давления, т. е. возникает дополнительный фактор переноса вещества (∇P).

Для исследования процесса переноса вещества, связанного с давлением пара внутри материала, была выбрана следующая методика. Давление в образце измерялось с помощью инъекционных игл ($d_н = 1$ и $d_в = 0{,}5$ *мм*), расположенных по вы-

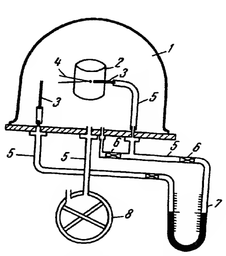


Рис. 1. Схема установки:

1 — вакуумная камера; 2 — цилиндр; 3 — инъекционные иглы; 4 — термопары; 5 — соединительные трубопроводы; 6 — краны; 7 — манометр; 8 — вакуум-насос

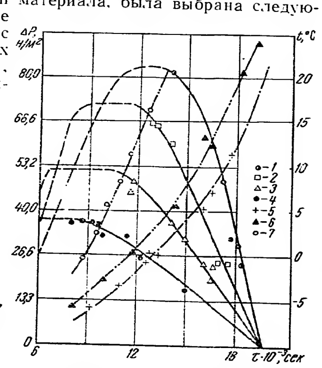


Рис. 2. Зависимость разности давления ΔP и температуры от времени ($\psi = 0{,}36$):

1 — при $h \cdot 10^{-3} = 20$ *м*; 2 — 15; 3 — 10; 4 — 5; 5 — 7 — температурные кривые при $h \cdot 10^{-3}$ равны соответственно 15, 10 и 5 *м*

соте образца через каждые $5 \cdot 10^{-3}$ *м* от поверхности материала. Показания давления снимались по масляному U-образному манометру, в обоих концах которого в начальный момент времени создавалось давление, равное давлению среды. Опыты проводились с кварцевым песком, характеристики которого приведены в табл. 1 работы [6]. Песок засыпался в цилиндр из органического стекла $d = 60 \cdot 10^{-3}$ и $h = 85 \cdot 10^{-3}$ *м*, который устанавливался в вакуумной камере (рис. 1). Тепло подводилось с одной поверхности и с этой же поверхности отводился пар в окружающую среду. Опыты проводились при одинаковых внешних условиях (общее давление газовой среды $P = 133{,}3$ *н/м²*, температура газовой среды 45° С и температура поверхности генератора тепла 50° С). Начальное влагосодержание материала было одинаковое независимо от дис-

персности материала $U_0 = 25\%$). В ходе эксперимента измерялись поля температур с помощью медь-константановых термопар $d = 0{,}1 \cdot 10^{-3}$ *м*, натянутых на плексигласовую рамку, и поля давлений. Термопары и инъекционные иглы находились в одинаковых изотермических условиях.

На рис. 2, 3 дана зависимость $\Delta P = P_{обр} - P_{ср}$ от τ для различной пористости материала. В начальный момент времени,

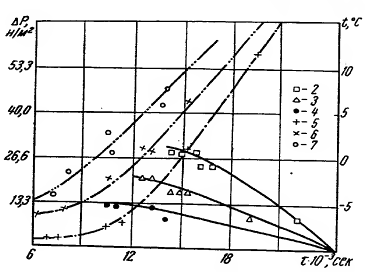


Рис. 3. Зависимость ΔP от τ ($\psi = 0{,}42$). Обозначения те же, что на рис. 2

когда ледяная поверхность находится еще на поверхности материала, ΔP должно равняться 0; в наших опытах ΔP несколько больше 0 за счет защемленного воздуха в порах кварцевого песка. Как известно, сублимационная сушка, как и любая другая сушка, характеризуется периодом постоянной и падающей скорости сушки. Рассмотрим, как изменяется ΔP в этих случаях.

В связи с тем что измерение ΔP производилось при положительной температуре (выше 0° С), нам не удалось замерить ΔP в периоде постоянной скорости сушки. Сейчас можно только предположить, как будет изменяться ΔP от τ в периоде постоянной скорости сушки. Постоянная скорость сушки характеризуется постоянной интенсивностью сушки, постоянной скоростью углубления поверхности раздела фаз и, следовательно, постоянным давлением в различных точках тела, так как испарение происходит при постоянной температуре сублимации. Весь процесс сублимационной сушки образца следует рассматривать послойно (по толщине материала). На глубине $5 \cdot 10^{-3}$ *м* период постоянной скорости сушки наступает раньше, чем на глубине $10 \cdot 10^{-3}$ *м*, так как сопротивле-

ние сухого слоя движению пара с глубиной возрастает и, следовательно, чем глубже уходит поверхность сублимации в вещество, тем меньше становится период постоянной скорости сушки и тем позже он наступает.

По мере углубления поверхности сублимации в вещество пару необходимо преодолеть сопротивление пор. Чем глубже

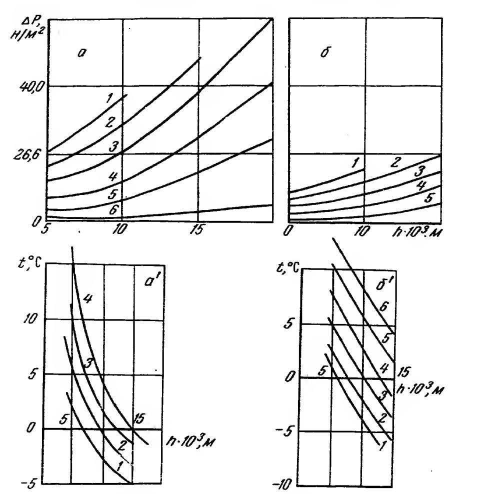


Рис. 4. Кривые распределения давления и температуры по толщине песка различной пористости:

а — при $\psi = 0{,}36$: 1 — $\tau = 11{,}4\cdot10^3$ сек; 2 — $13{,}2\cdot10^3$; 3 — $15\cdot10^3$; 4 — $16{,}8\cdot10^3$; 5 — $18\cdot10^3$; 6 — $10{,}2\cdot10^3$;
б — при $\psi = 0{,}42$: 1 — $\tau = 13{,}2\cdot10^3$ сек; 2 — $15{,}6\cdot10^3$; 3 — $18\cdot10^3$; 4 — $20{,}4\times10^3$; 5 — $22{,}8\cdot10^3$;
а' — при $\psi = 0{,}36$: 1 — $\tau = 9{,}8\cdot10^3$ сек; 2 — $10{,}8\cdot10^3$; 3 — $12\cdot10^3$; 4 — $13{,}2\cdot10^3$;
б' — при $\psi = 0{,}42$: 1 — $\tau = 10{,}8\cdot10^3$ сек; 2 — $12\cdot10^3$; 3 — $13{,}2\cdot10^3$; 4 — $4{,}14\times10^3$; 5 — $15{,}6\cdot10^3$; 6 — $16{,}8\cdot10^3$

уходит поверхность сублимации в вещество, тем большим становится сопротивление сухого слоя. Хотя интенсивность сушки все время уменьшается, разность давления ΔP постоянно увеличивается с глубиной за счет того, что скорость

парообразования превышает скорость отвода пара. ΔP на одной глубине снижается по мере протекания процесса сушки в связи с увеличением температуры на этой глубине и снижением интенсивности испарения.

Из анализа кривых рис. 4 вытекает, что толщина зоны сублимации зависит от пористости материала. Чем больше пори-

Рис. 5. Изменение разности давления ΔP от пористости материала:

1 — $h = 15\cdot10^{-3}$ м; 2 — $10\cdot10^{-3}$; 3 — $5\cdot10^{-3}$

стость материала, тем меньше толщина зоны сублимации (кривые распределения температуры и давления выпрямляются), следовательно, падает интенсивность испарения, так как снижается суммарная площадь испарения для песка $\psi = 0{,}42$. По мере высыхания материала давление в образце снижается и приближается к давлению среды, а температура в материале возрастает и приближается к температуре среды.

На рис. 5 приведена зависимость ΔP от пористости материала. Этот график еще раз подтверждает наши выводы, что по мере углубления поверхности сублимации ΔP возрастает и чем меньше пористость материала, тем выше давление в образце на одной и той же глубине и тем выше интенсивность испарения, что и отмечалось в [6].

Обобщение результатов экспериментального исследования дает основание сделать следующие выводы:

1. Градиент давления в образце, возникающий при испарении льда в капиллярнопористом теле при сублимации в вакууме, является важным фактором переноса массы.

2. Потенциал переноса вещества зависит от пористости материала: чем меньше пористость материала, тем выше потенциал переноса вещества и тем выше интенсивность испарения.

3. На изменение потенциала переноса вещества оказывает влияние перемещение поверхности раздела фаз в глубь материала. Установлено, что по мере возрастания температуры ма-

териала давление в образце снижается и приближается к давлению среды.

4. Установлено, что изменение давления (уменьшение и возрастание) обусловлено соотношением скорости парообразования и скорости отвода пара.

Обозначения

b/μ — скорость углубления поверхности сублимации с учетом коэффициента сопротивления миграции пара, *м/сек*; q_m — интенсивность испарения, *кг/м²·сек*; S — расстояние от поверхности материала до поверхности раздела фаз, *м*; $\Delta P = P_{обр} - P_{ср}$ — разность давления в образце и среде, *кг/м²*; X_m — влагосодержание материала в исходный момент времени; X_0 — начальное влагосодержание; K_p — коэффициент переноса вещества, обусловленный градиентом общего давления ∇P; a_n — коэффициент пропорциональности между плотностью потока вещества γ_0 и градиентом объемного влагосодержания ∇U или ∇t; j_m — суммарный поток вещества.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Д. Лебедев. Сушка инфракрасными лучами. Госэнергоиздат, 1955.
2. Г. А. Максимов. Всесоюзное научно-техническое совещание по интенсификации процессов и улучшению качества материалов при сушке в основных отраслях промышленности и сельском хозяйстве. Энергетическая секция. Профиздат, 1958.
3. А. В. Лыков. Молекулярная сушка. Пищепромиздат, 1956.
4. А. В. Лыков. Теория сушки. Госэнергоиздат, 1950.
5. Х. Г. Кесслер. Chemie Inginierir-Technic, № 3, 1962.
6. К. Б. Гисина, Р. И. Шофер. ИФЖ, VII, № 5, 1964.
7. А. В. Лыков. Теоретические основы строительной теплофизики. Изд. АН БССР, 1961.
8. А. С. Гинзбург. Тепло- и массоперенос, т. III. Госэнергоиздат, 1963.

Г. А. КАСПАРЯН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА ПРИ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ГЛИН И КАОЛИНОВ

Исследование процессов тепло- и массообмена в коллоидных капиллярнопористых телах занимает ведущее место в теории и технике сушки и обжига ряда материалов. Правильное решение этого вопроса позволит интенсифицировать эти процессы, создать оптимальные режимы, получить высокие энерго-экономические показатели и улучшить качество выпускаемой продукции.

Глины и каолины при термической обработке испытывают фазовые и химические превращения, сопровождающиеся тепловыми эффектами эндо- и экзотермического характера. Тепловые эффекты легко обнаруживаются методом кривых нагревания.

Ранние исследования по термической обработке минеральных веществ [1—4] и последующие работы [5—8] посвящены в основном установлению вещественного состава, физико-химической природы и происхождения всевозможных минералов, руд, солей, металлов, сплавов и т. д.

В работах [9, 10] на основе современных представлений тепло- и массообмена приведены результаты экспериментальных и аналитических исследований нестационарного тепло- и массообмена при фазовых и химических превращениях.

Нами исследовались температурные поля некоторых образцов из каолина, а также эмпирические зависимости для описания кривых кинетики обжига при различных темпах нагрева.

Глины и каолины являются основной составной частью всех керамических масс и в наибольшей степени определяют важнейшие их свойства, поэтому объектом исследования выбраны именно эти компоненты. Обжиг этих материалов — типичный нестационарный процесс, протекающий при интенсивном тепло- и массообмене под действием нескольких термодинамических сил, определяющихся в свою очередь градиентами потенциала переноса.

Феноменологическая теория переноса не дает ответа на такие явления, так как в их основе лежат эмпирические за-

коны Фурье, Фика и др., полученные для несвязанных процессов малой интенсивности.

Однако в ряде практических случаев, вызванных развитием важнейших технических проблем (атомная энергетика, многочисленные вопросы химической технологии и др.), возникает необходимость исследования взаимосвязанных и взаимообусловленных процессов. Из теории Онзагера следует, что в интенсивных процессах молекулярный перенос вещества происходит не только в результате наличия градиента химического потенциала, но и под действием градиента температуры. Молекулярный же перенос тепла определяется не только теплопроводностью, вызываемой градиентом температуры, но и диффузионным переносом массы, вызванным градиентом химического потенциала. В общем случае удельные потоки тепла и вещества определяются системой линейных уравнений Онзагера, которую можно записать так:

$$j_i = \sum_{k=1}^{2} L_{ik} X_k \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots).$$

Это уравнение указывает на взаимосвязь и взаимовлияние молекулярного переноса энергии и вещества.

Глины и каолины с физико-химической точки зрения являются коллоидными капиллярнопористыми телами, качество которых определяется формой связи влаги с материалом.

Внутренний тепло- и массоперенос при нагреве и обжиге этих материалов зависит прежде всего от формы связи влаги с материалом, его температурного состояния, коллоидной и капиллярнопористой структуры и размеров изделий. Отсюда следует, что теория и практика экспериментального исследования процессов сушки и обжига основываются на двух научных направлениях: тепло- и массообмене при фазовых и химических превращениях и учении о формах связи влаги с материалом [11—13].

Исследования кинетики убыли веса (массообмена) при нагреве и обжиге каолинов и глин при различных темпах нагрева проводились на специальной автоматической установке — термовесах, подробное описание и принцип действия которых даны в работе [14].

При исследовании температурных полей цилиндрических образцов в целях повышения прецизионности в измерительную цепь одного из ЭПП-09 было вмонтировано шесть измерительных мостов. Таким образом, температурная шкала была разбита на шесть перекрывающих друг друга диапазонов, в результате чего погрешность измерений температуры уменьшилась в несколько раз.

Высокая требовательность к измерительным приборам вызвана сложностью исследуемых процессов, а также тем, что правильная термическая обработка (режим сушки и обжига) в ряде случаев предопределяет вид и класс изделий керамического производства более резко, чем состав применяемых масс.

Формовка экспериментальных образцов цилиндрической формы производилась способом полусухого прессования на гидравлическом прессе при помощи специально изготовленных нами разъемных металлических прессформ. Метод полусухого прессования является одним из прогрессивных в производстве керамических изделий. При таком способе изготовленная масса в образцах равномерно уплотняется, что позволяет получить тела правильной формы и размеров. Это также способствует более четкой записи тепловых эффектов на диаграммной ленте регистрирующего прибора.

Для получения графической зависимости удельного массосодержания от времени были исследованы цилиндрические образцы из просяновского каолина. Метод обработки и построения кривой кинетики обжига заимствован из теории сушки [11]. Полученные до начала эксперимента значения среднего начального массосодержания ($\bar{u}_н$) пробы и начального веса исследуемого образца $M_н$, позволяют определить начальную массу влаги в образце

$$m_н = \frac{\bar{u}_н M_н}{1 + \bar{u}_н}. \tag{1}$$

Ввиду специфических особенностей технологии обжига по сравнению с технологией сушки в данном случае в основу расчета положено значение массосодержания пробы, взятой до опыта ($\bar{u}_н$). Удельное массосодержание образца $\bar{u}$ определяется отношением массы влаги в образце за каждый промежуток времени к весу материала после обжига:

$$\bar{u} = \frac{m}{M_{о.м}}. \tag{2}$$

Нами эмпирически описаны кривые кинетики обжига просяновского каолина (рис. 1) при различных скоростях нагрева 283, 288, 291° К/*мин*). Для описания высокотемпературного эффекта (участок *BC*) выбрана функция

$$\bar{u} = A \frac{1}{1 + \exp\dfrac{(\tau - \tau_0)}{\delta}}, \tag{3}$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

график которой совпадает с экспериментальной кривой. Меньшему значению δ соответствует большее изменение массосодержания и наоборот. До точки перегиба темп изменения массосодержания увеличивается, затем уменьшается. Ордината точки перегиба равна приблизительно $A/2$.

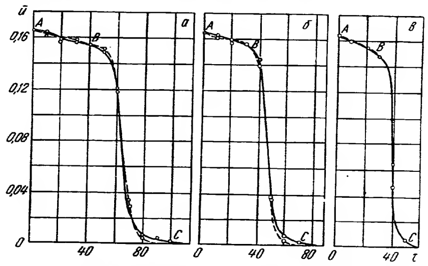


Рис. 1. Зависимость удельного массосодержания $\bar{u}$ просяновского каолина от времени τ:

а — скорость нагрева 283° К/*мин*; *б* — 288; *в* — 291

Для описания низкотемпературного эффекта (участок AB) (рис. 1) выбрана зависимость

$$\bar{u} = \bar{u}_0 \exp(-K\tau), \qquad (4)$$

которая отражает характер изменения массосодержания во времени, близкий к линейному ввиду малого значения коэффициента K. Максимальное отклонение кривых функций (3) и (4) (пунктир) от экспериментальных кривых составляет приблизительно $\pm$ 8%.

Следовательно, зависимости (3) и (4) приводят к достаточно удовлетворительной корреляции опытных точек, характеризующих кинетику обжига — процесс тепло- и массообмена при наличии фазовых и химических превращений. Как следует из рис. 1, с ростом темпа нагрева продолжительность периода постоянной скорости обжига сокращается.

На рис. 2 приведены кривые изменения удельного массосодержания цилиндрического образца u и его температурного поля во времени. Участок ac кривой $\bar{u}=f(\tau)$ рис. 2 характеризует период высокотемпературного эндоэффекта, происходящего со значительным поглощением тепла и интенсивным массообменом. Последнее обстоятельство приводит к со-

зданию устойчивого градиента фильтрационного потенциала — градиента общего или избыточного давления. В рассматриваемом случае (участок ac) в отличие от начальной стадии процесса (участок Na) доминирующей формой переноса массы является молярный перенос. Поскольку участок ac прямолинейный, то, следовательно, тангенс угла наклона и скорость обжига—величины постоянные. Таким образом, период постоянной скорости обжига можно выразить так:

$$\frac{du}{d\tau} = \operatorname{tg}\psi = \text{const}. \qquad (5)$$

Как следует из экспериментальных данных, для этого периода участок ac имеет постоянную интенсивность массообмена m, определяемую формулой

$$m = -R_v \gamma_0 \frac{du}{d\tau}. \qquad (6)$$

Так, при диаметре и высоте образца, равных соответственно 0,022 *м* и 0,052 *м*,

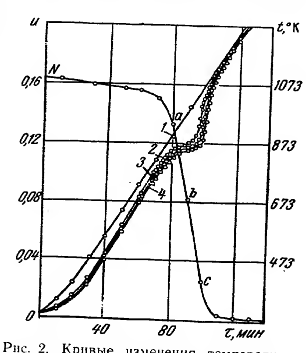


Рис. 2. Кривые изменения температурного поля и кинетики обжига образца:
$1 - t_п$; $2 - t_2\ (R,\ \tau)$; $3 - t_3\ (R/2,\ \tau)$; $4 - t_4\ (0,\ \tau)$

$$R_v = \frac{Rh}{2(R+h)} = 0{,}0045\ м. \qquad (7)$$

Значение первой производной удельного массосодержания по времени на участке ac равно—0,3277 *1/час*, $\gamma_0 = 1800$ *кг/м*^{3}, следовательно, интенсивность массообмена

$$m = \text{const} = 2{,}65\ кг/м^2 \cdot час.$$

В дальнейшем по мере уменьшения удельного массосодержания уменьшается и интенсивность массообмена.

Для исследования температурного поля образца в его центре, на расстоянии $R/2$ от оси и на поверхности были заделаны хромель-алюмелевые термопары. Четвертая термопара замеряла температуру стенки печки.

Значительный интерес представляет исследование силикатных материалов при их нагреве по линейному закону. При

этом отклонение температуры в любой точке исследуемого образца от линейно изменяющейся температуры среды должно объясняться фазовыми и химическими превращениями, происходящими внутри тела.

Термограммы, характеризующие изменение температурного поля образца (рис. 2), показывают, что вначале ввиду медленного прогрева образца наблюдается сравнительно небольшой послойный рост температуры.

Далее в интервале температур первого эндоэффекта наблюдается некоторое замедление роста температур. В промежутке между концом первого эндоэффекта и началом второго температура возрастает линейно. При температуре $\approx t_п = 873°$ К на поверхности образца начинается высокотемпературный эндоэффект. Он характерен заметным отставанием роста температуры поверхности $t_2(R, \tau)$ образца от прямолинейного роста температуры стенки печи $t_п$. Ввиду заглубления фронта химических превращений наблюдается отставание роста температуры в точке, отстоящей от оси на расстоянии $R/2$ t_3 $(R/_2; \tau)$, затем замедление замечается в центре образца $t_4(0, \tau)$.

Процесс дегидратации глинистого вещества сопровождается глубокими химическими превращениями, связанными с изменением его кристаллической решетки и температурного поля образца.

После процесса дегидратации глинистого вещества наблюдается быстрый рост температуры всех слоев образца и приближение этой температуры к температуре печи.

Обозначения

γ_i — поток энергии; L_{ik} — кинетический коэффициент; X_k — термодинамическая сила; A — константа, равная примерно значению удельного массосодержания в начале высокотемпературного эндоэффекта; δ — константа, характеризующая темп изменения массосодержания; τ_0 — абсцисса точки перегиба; $\bar{u}_0$ — начальное значение удельного массосодержания образца; K — константа, определяемая из условия прохождения эндоэффекта через точки A и B (рис. 1); τ — время; $du/d\tau$ — скорость обжига; m — интенсивность массообмена; R_v — приведенный радиус цилиндрического образца; γ_0 — удельный вес образца; R, h, d — соответственно радиус, высота и диаметр образца.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Le Chatelier. Sur la dissociation du Carbonate de chaux. C. R. Acad. Sci. Paris, 1886.

2. H. Le Chatelier. De Jaction de la chaleur sur les argiles. C. R. Acad. Sci. Paris, 1887.

3. G. Tamman. Über die Anwendung der thermische Analyse in abnormen Fällen. Z. anorg. Chem., 1903.

4. Roberts—Austen Reports to the Alloys Research Committee. Proc. Inst. Mech. Eng., 1891, 1893, 1895, 1897, 1899.

5. Н. С. Курнаков. Сингулярные точки химических диаграмм. Изв. Института физико-химического анализа, вып. 2, 2, 1924.

6. Н. С. Курнаков. Непрерывность химических превращений вещества. Успехи физ. наук, 1924.

7. Н. С. Курнаков. Введение в физико-химический анализ. Научное хим.-техн. изд., Л., 1925.

8. С. В. Потапенко. Каолины и белые глины. Сб. статей. Промстройиздат, 1955.

9. А. В. Ралко. Сб. «Тепло- и массообмен в процессах испарения». Изд. АН БССР, 1958.

10. А. В. Ралко. Труды МТИПП, вып. 8. М., 1957.

11. А. В. Лыков. Теория сушки. Госэнергоиздат, 1952.

12. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. Гостехиздат, 1954.

13. П. А. Ребиндер. Сб. всесоюзного научно-технического совещания по интенсификации процессов и улучшению качества материалов при сушке в основных отраслях промышленности и сельском хозяйстве. Профиздат. М., 1958.

14. Г. А. Каспарян. Влияние скорости нагрева на кинетику обжига минеральных веществ. ИФЖ. VI, № 6. 1963.

И. Г. ГУРЕВИЧ, Б. И. ФЕДОРОВ, З. П. ШУЛЬМАН

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОНИЦАЕМЫХ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ МАССООБМЕНА

В теоретических и экспериментальных исследованиях [1, 2] устанавливается наличие закономерной связи внешнего тепло- и массопереноса капиллярнопористого тела с пористой структурой его материала.

Взаимовлияние внутренних и внешних процессов обмена, например, в случае испарения жидкости из тела в омывающий его парогазовый поток качественно проявляется в возникновении новых, интенсифицирующих теплообмен факторов. К таким факторам можно отнести в первую очередь «очаговый», дискретный характер испарения, когда струи пара над поверхностью открытых пор имеют скорость движения существенно большую по величине, чем осредненная по всей поверхности стенки.

Следствием неравномерности местных скоростей в пристенной области является преждевременная турбулизация пограничного слоя.

При рассмотрении общего случая нестационарного процесса совместно протекающего тепло- и массообмена типа сушки наблюдается заглубление поверхности испарения внутрь тела, и тогда перенос пара в освобожденных от жидкости капиллярах становится более интенсивным за счет дополнительного к диффузионному переносу в микрокапиллярах эффузионного переноса в макрокапиллярах. Кроме того, движение пара наружу в макрокапиллярах усиливается благодаря молярному движению из-за теплового скольжения.

Одновременно с заглублением поверхности испарения возникает перепад общих давлений парогазовой среды, обусловленный разностью температур в зоне испарения и на геометрической поверхности тела. Превышение давления в зоне испарения над барометрическим приблизительно равно гидравлическому сопротивлению освобожденного от жидкости слоя материала.

В последнее время А. В. Лыковым на основании опытных данных [3] показано, что при испарении жидкости из пор в вынужденный паровоздушный поток вылетают наружу мельчайшие капельки и испаряются в пограничном слое. Причем интенсивность этого процесса объемного испарения в значительной мере определяется свойствами пористого материала вблизи внешней границы твердой и газообразной фаз.

Этим обосновывается то положение, что перенос тепла и вещества в пограничном слое у поверхности твердого тела при испарении из него жидкости, например в процессе сушки, нельзя рассматривать отдельно от переноса тепла и вещества внутри тела и, следовательно, от его капиллярнопористой структуры.

Тем не менее в опубликованных до сих пор исследованиях, как правило, не приводятся конкретные зависимости между внутренними характеристиками материала опытного тела и «внешними» эффектами тепло- и массообмена. Более того, в подавляющем большинстве работ вообще отсутствуют детальное описание и основные пористые характеристики использованного в исследовании материала. Это обстоятельство в ряде случаев исключает достоверную воспроизводимость и повторяемость опытных данных, затрудняет возможность их обобщения, а зачастую также ограничивает возможности практического их использования в промышленности.

В лабораторной практике не всегда проявляется необходимая требовательность при выборе пористых материалов для изготовления опытных тел на уровне современных требований физического эксперимента. Большое количество исследований связано с применением гипса в качестве материала опытных тел. Известно, однако, что гипс не обладает устойчивостью скелета и при увлажнении и высыхании в значительной степени деформируется за счет усадки или разбухания и меняет свою пористую структуру.

Добавка в гипс цемента несколько уменьшает размывание пор, но при этом усиливается эффект трещинообразования в процессе передвижения влаги по капиллярам [4, 5]. Существенным недостатком гипса является его малая механическая прочность. Хрупкость опытных образцов не позволяет надежно скреплять их с державками; требуется исключительная осторожность при обработке инструментом, а также при наладке и монтаже.

Металлические, металлокерамические и порошковые проницаемые материалы, получившие распространение в последние годы, требуют для своего изготовления сложной технологии и специального оборудования.

Металлическим пористым материалам типа «монель» присущи такие недостатки, как забивание стружкой открытых наружу пор при механической обработке или зачистке; неравномерная концентрация пор на исследуемой поверхности и исключительно широкий спектр в распределении пор по

размерам; небольшая химическая стойкость твердого скелета и трансформация пор из-за образования на их стенках неорганических окислов, которые не поддаются очистке и удалению даже при прокаливании.

Использование материалов из фаянса затруднительно в экспериментальной практике.

Работы, проведенные в лаборатории тепло- и массообмена при фазовых и химических превращениях ИТМО АН БССР, показали, что для изготовления опытных тел наиболее подходящим материалом является проницаемая шамотно-глинистая керамика, аналогичная применяемой в промышленности и медицине для очистных и бактериологических фильтров. Технология ее изготовления не отличается принципиально от технологии изготовления других видов керамики. Закономерности изменения свойств этой керамики в зависимости от исходного сырья, рецептуры и технологии подробно исследованы А. С. Беркманом [4].

Пористые характеристики проницаемых материалов и методика их определения

Для процессов, связанных с переносом вещества, когда механизм переноса в известной мере определяется размерами каналов, знание общей пористости материала (этой общепринятой в лабораторной практике характеристики) оказывается гораздо менее важным, чем знание размеров и конфигурации отдельных пор и их количества. Поэтому изучение структурных характеристик пористой керамики было направлено главным образом на получение дифференциальной кривой распределения объемов пор по их размерам (радиусам).

Для нахождения кривой распределения объемов пор в настоящее время известны следующие методы: капиллярной конденсации, электронной микроскопии, рассеяния рентгеновых лучей под малыми углами, радиоактивных изотопов, вдавливания ртути [6]. Нами был избран последний метод как наиболее простой, вместе с тем позволяющий определить требуемую характеристику с достаточной точностью.

Описанный Риттером и Дрейком [7] метод вдавливания ртути основан на хорошо известном явлении взаимодействия несмачивающей жидкости и капилляра: несмачивающая твердое тело жидкость может быть введена в его капилляры-поры только под давлением. Между радиусом капилляра-поры r и давлением P, которое требуется для проникновения жидкости в капилляр существует соотношение

$$P = -\frac{2\sigma\cos\Theta}{r}. \qquad (1)$$

При заданном исследуемом материале и соответственно подобранной несмачивающей жидкости соотношение (1) устанавливает однозначную зависимость между радиусом заполняемого жидкостью капилляра и давлением.

Таким образом, существо метода сводится к определению объема вдавленной в образец несмачивающей жидкости (ртути) при известной величине приложенного давления. Полу-

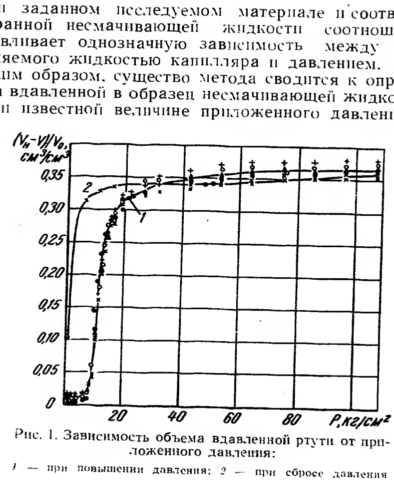


Рис. 1. Зависимость объема вдавленной ртути от приложенного давления:

1 — при повышении давления; 2 — при сбросе давления

ченная таким образом характеристика (рис. 1) является интегральной зависимостью, так как каждой точке кривой с координатами $((V_н - V)/V_0, P)$ соответствует объем всех пор, имеющих радиусы больше, чем r. Тогда искомая функция распределения пор по их размерам рассчитывается по формуле

$$D(r) = \frac{P}{r}\,\frac{d[(V_н - V)/V_0]}{dP}, \qquad (2)$$

в которой все члены в правой части известны или могут быть определены. Входящая в правую часть производная получается графическим дифференцированием приведенной на рис. 1 интегральной зависимости (1).

Метод вдавливания ртути характеризуется некоторыми допущениями, важнейшими из которых являются предположения о круглоцилиндрической форме пор и величинах σ и Θ для различных материалов и ртути (для используемой в

описываемых ниже телах керамики принималось значение $\sigma=460$ *дин/см* и $\Theta=180°$). Кроме того, определяемый этим методом «радиус поры» является радиусом «входного отверстия» в пору, что приводит к занижению объема широких пор.

Несмотря на эти допущения, метод вдавливания ртути вполне себя оправдывает и прочно укоренился в лабораторной практике ряда отраслей техники. Развитый же в последнее время В. С. Маркиным [13] метод корректирования экспериментальных кривых, снятых по Риттеру и Дрейку, значительно повышает достоверность полученных результатов.

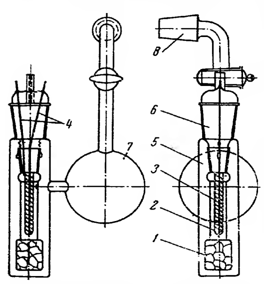


Рис. 2. Дилатометр и прибор для его заполнения ртутью

Приведенные в работах [6, 7] схемы и конструкции поромеров рассчитаны на определение структуры материалов с радиусом пор, не превышающим 7 *мк*. Поромер, разработанный А. С. Беркманом [4], позволяет охватить поры с радиусом от 500 до 7 *мк*. Такое расширение диапазона стало возможным благодаря предварительному обезгаживанию образца и созданию над ним практически «нулевого» давления.

Нами использован поромер, предложенный в работе [8] и позволяющий охватить диапазон радиусов пор от 100 до 0,05 *мк*, т. е. вполне достаточный для применяемых в опытах пористых материалов. Поромер состоит из 4 частей: измерительной и трех вспомогательных (вакуумной, прибора для подачи ртути к образцу и установки высокого давления, позволяющей изменять давление над образцом от одной до 150 *атм*).

Измерительная часть включает в себя мост Уитстона типа МВЛ-47 и стеклянный дилатометр (рис. 2), в свою очередь состоящий из гильзы *1*, в нижней части которой помещается образец исследуемого материала, и толстостенного капилляра *2*, на который равномерно наматывается спираль из электропроводящего материала *3*. Для этой цели был использован вольфрам, обладающий высокой прочностью на растяжение и относящийся к числу проводников с наибольшим удельным сопротивлением. При диаметре проволоки 16 *мк* на капилляр указанного на рисунке размера можно намотать сопротивление порядка 600—650 *ом*.

Чувствительность дилатометра составляла 0,0055 *мл/ом*. В шлиф дилатометра впаяны два электроввода из молибденовой проволоки диаметром 0,5 *мм* (*4*), к которым при помощи шеллака прикрепляется вольфрамовая спираль. Капилляр с уложенной на него спиралью соединяется с гильзой при помощи шлифа. Ртуть попадает в дилатометр через отверстие в верхней части гильзы.

Прибор для заполнения дилатометра ртутью представляет собой цилиндр *5* с вакуумным шлифом *6*, при помощи которого в цилиндр вводится сам дилатометр, и с резервуаром в виде шара *7*, куда перед опытом заливается ртуть. Резервуар через вакуумный шлиф *8* соединяется с откачным постом.

Откачной пост состоит из форвакуумного насоса ВН-461М, парортутного диффузионного насоса, манометра Мак-Леода, U-образного манометра, системы кранов, позволяющих ступенчатым образом изменять давление с точностью до 1 *мм* рт. ст. в пределах от 0 до атмосферного давления.

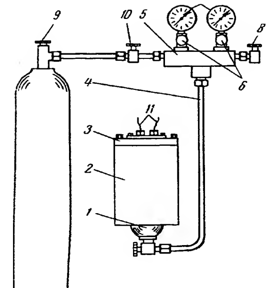


Рис. 3. Схема установки высокого давления, входящей в состав поромера

В качестве сосуда высокого давления (рис. 3) нами был использован кислородный баллон *1* емкостью около 2 *л*. У баллона на токарном станке удалялось дно, после чего он помещался в толстостенный цилиндр *2* со съемной крышкой *3*.

Баллон при помощи медной трубки *4* с $d_н/d_в = 3/1$ *мм* соединяется с «распределительной коробкой» *5*, на которой через вентили *6* крепятся образцовые манометры *7*. Целесообразно иметь два манометра: один с рабочим давлением 160 *кг/см²*, второй подбирается так, чтобы его рабочая часть шкалы обеспечивала измерение давления в диапазоне, соответствующем максимуму объема пор (рис. 5, *б*), который выявляется при первом же пробном измерении. При помощи вентиля *8* система соединяется с атмосферой, а вентилем *9* — с баллоном.

При помощи вентилей *9* и *10* можно производить подачу азота в систему ступенчато с шагом в 0,5—1 *кг/см²*. В установке были использованы стандартные вентили от газовых

баллонов высокого давления. В баллон при помощи специального крепления помещается дилатометр с исследуемым образцом, дилатометр соединяется с измерительной схемой через электровводы *11*. Прокладочным материалом служила фибра; электровводы типовые [9].

Определение объема ртути, входящей в поры по мере изменения давления, производится косвенным путем: измерением соответствующего приращения сопротивления вольфрамовой спирали. В связи с этим метод требует предварительной калибровки дилатометра, т. е. построения его градуировочной характеристики в координатах объем ртути в дилатометре — сопротивление спирали. Такая градуировка производится следующим образом: при фиксированном положении капилляра со спиралью в гильзе дилатометра последняя (без образца) заполняется через боковое отверстие ртутью из микробюретки дозами в 0,01 *мл*, одновременно измеряется сопротивление спирали. По полученным данным строится градуировочная характеристика дилатометра, которая при достаточно равномерной намотке спирали представляет собой прямую линию.

Предварительно высушенный до постоянного веса образец в виде отдельных кусочков общим объемом до 2,5—3 $см^3$ помещается в нижнюю часть гильзы дилатометра, в которую затем вставляется капилляр со спиралью; гильза крепится к имеющимся на капилляре приливам проволочкой.

После этого дилатометр вставляется на вакуумном шлифе в прибор для заполнения ртутью, который через шлиф соединяется с откачным постом.

Обезгаживание образца производится до давления порядка $1 \cdot 10^{-3}$ *мм* рт. ст. (давление насыщенных паров ртути при комнатной температуре). После достижения предельного разрежения и откачки в течение 2 часов прибор для заполнения ртутью поворачивается на шлифе, соединяющем его с откачным постом; ртуть из шара через отверстие в стенке гильзы заполняет дилатометр, после чего прибор поворачивается в исходное положение. Затем измеряется уровень ртути в дилатометре (начальное сопротивление спирали), от которого в дальнейшем ведется отсчет объема ртути, входящей в поры образца. После этого в систему небольшими порциями впускается воздух; изменение давления контролируется с помощью *U*-образного ртутного манометра. При отсчете давления вводится поправка на высоту столбика ртути над образцом (определяется из градуировочной характеристики дилатометра, пересчитанной в координаты (h—R)). Таким образом,

$$P = P_{ман} + \Delta P,$$

где $\Delta P = h$.

В случае необходимости продолжить измерения при давлениях, превышающих атмосферное, дилатометр переносится в установку высокого давления, приводятся в соответствие показания измерительного моста при атмосферном давлении в вакуумной установке и установке высокого давления (всегда есть различие в показаниях, так как при переноске дилатометра из одной установки в другую происходит изменение уровня ртути), после чего продолжается снятие интегральной характеристики образца.

Использовав весь имеющийся диапазон давлений, снимают так называемую характеристику гистерезиса (рис. 1, кривая *2*), получаемую при сбросе давления. Эта характеристика позволяет получать качественную оценку формы имеющихся в образце пор и каналов (подробнее см. [4]).

Так, на рис. 1 приведены интегральные характеристики для пяти образцов металлокерамических капиллярнопористых тел, полученных по одной и той же технологии. Наибольшие отклонения от среднеарифметической характеристики в области «насыщения» интегральной кривой составляют ±3,5%, возрастая до ±20% на начальном участке. Эти цифры становятся понятными, если учесть незначительную абсолютную величину изменения объема ртути на начальном участке интегральной характеристики.

Другой важной характеристикой капиллярнопористых тел является их удельная поверхность, причем принято различать два рода удельной поверхности: «внешнюю» и «полную». Под внешней удельной поверхностью капиллярнопористого тела (в отличие от порошка) следует понимать всю внутреннюю поверхность тела, связанную с его наружной поверхностью через капилляры, тогда как полная удельная поверхность включает в себя поверхность закрытых пор.

Знание внешней удельной поверхности оказывается очень важным в тех процессах тепло- и массопереноса, которые сопровождаются гетерогенными фазовыми или химическими превращениями. В этих случаях неправильно будет, рассчитывая интенсивность того или иного процесса, исходить из видимой геометрической поверхности тела.

Для получения названной характеристики пористых материалов был выбран метод, предложенный Б. В. Дерягиным [10]. Метод основан на измерении сопротивления, которое оказывает пористое тело протеканию газа при стационарном течении. Этот метод хорошо разработан и обоснован теоретически, налажен промышленный выпуск прибора Дерягина. Подробное изложение метода и описание прибора содержится в работе [11].

В связи с тем что прибор предназначен для определения удельной поверхности порошков, он потребовал некоторого

усовершенствования, сделавшего его пригодным и для работы с капиллярнопористыми телами. Усовершенствование касается только кюветы, в которую помещается исследуемый материал. В нижнюю часть кюветы помещается образец исследуемого материала. Для того чтобы избежать фильтрации воздуха через боковую поверхность образца, на него при подготовке опыта ставится ограничивающее колечко с наружным диаметром, равным диаметру образца, и зазор между образцом и стенками кюветы заливается менделеевской замазкой (после чего кольцо удаляется).

Расчет внешней удельной поверхности ведется по формуле

$$S_0 = \frac{24}{13}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{\delta^2}{Q\sqrt{MRT}}\,\frac{\Delta P}{\Delta x}. \qquad (3)$$

Обе определявшиеся характеристики пористой структуры проницаемой керамики даются в расчете на единицу объема материала, а не на единицу веса (как принято в большинстве работ). Это кажется более правильным, ибо характеристики пористости связаны более с объемом тела и геометрией, чем с его весом; кроме того, при сопоставлении этих характеристик разных материалов (в случае задания на единицу веса) требуется знание их удельных весов.

Кроме названных двух характеристик, в работе определялась воздухопроницаемость керамики. Расчет ее велся по формуле

$$\gamma = \frac{V_{в}(P + P_{б})\,273\,\Delta x}{760\,TS\,\Delta P\,\tau}. \qquad (4)$$

Следует обратить внимание на то обстоятельство, что водопроницаемость зачастую не может надежно характеризовать материал, поскольку фильтрация жидкостей при постоянном перепаде давления сопровождается изменением их расхода. При тех же условиях фильтрация газов описывается практически неизменной величиной коэффициента проницаемости.

Опытами [4] установлено, что для крупнопористых материалов с размерами пор порядка сотен микрон процесс фильтрации жидкости стабилизируется и расход ее по отношению к расходу газа соответствует соотношению их вязкостей.

По мнению А. С. Беркмана, при поступлении жидкости в тонкопористый материал на стенках капилляров происходит «укладка» (ориентация) молекул жидкости, повышающая ее вязкость и плотность. В крупных и относительно широких порах большое количество жидкости остается в свободном состоянии, т. е. сохраняет нормальную вязкость.

Методика изготовления и оснащения опытных тел

Шихта для изготовления глинисто-шамотных масс состоит (по сухому весу) из шамота (75%), каолина глуховецкого (12,5%), глины латнинской сырой (12,5%). Шамот, приготовленный из латнинской глины, обожженной в кусках при температуре 1300° С, служит наполнителем, а глина и каолин — связкой. Связка обволакивает зерна наполнителя и закрепляет его частицы при спекании во время обжига. Количества ее должно быть достаточно для придания обожженному материалу необходимой прочности, но повышенное количество связки ведет к резкому уменьшению общей пористости.

Перечисленные компоненты сначала измельчаются в сухом виде до зерен нужных размеров, затем после добавления 0,5% жидкого стекла и 30% воды (по весу) производится мокрый размол. Образовавшаяся суспензия (шликер) выливается в заранее подготовленную гипсовую форму, имеющую приблизительные очертания модели.

Через 25—30 *мин* (время выдержки зависит от заданной толщины стенки модели), когда гипс впитает в себя часть влаги из шликера и на стенках формы появится сырая корка, остаток шликера сливается, а корка подсушивается сначала в форме при комнатной температуре в течение 4—5 *час*, затем вне формы при температуре 20—30° С в течение 48 *час* и при 80—90° С в течение 30—35 *час*. Отвердевшее тело (образец) помещается в печь и обжигается в воздушной среде. Весь цикл термической обработки материала заключается в постепенном нагреве до 1280° С и охлаждении вместе с печью (рис. 4). Наиболее ответственной является область температур в интервале 500—600° С, при которой происходит резкое объемное расширение материала и, возможно, растрескивание образцов.

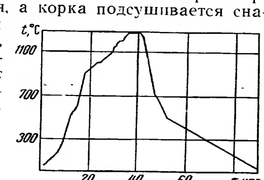


Рис. 4. Режим термообработки

Полученная пористая керамика имеет высокую проницаемость даже при малых размерах пор (0,3—0,5 *мк*), обладает достаточной прочностью, хорошей обрабатываемостью (сверление, точение, шлифовка, резка и др.), полной сохраняемостью пористой структуры, неразрушаемостью ее скелета

в процессе увлажнения и высыхания и значительной прочностью граней, кромок, углов, плоскостей опытных тел. Особенно важным достоинством пористой керамики является возможность получения заданных физико-механических характеристик в весьма широких пределах.

Нами были изготовлены образцы из массы различной тонкости помола (10 и 2%). Результаты измерения распределения объема пор по размерам в обожженных образцах приведены на рис. 5.

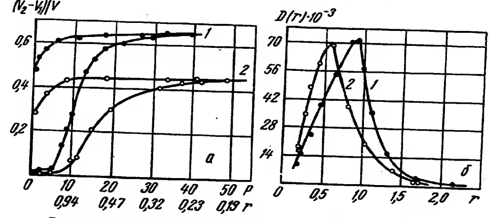


Рис. 5. Структурные характеристики опытных образцов:

а — интегральная; *б* — дифференциальная; *1* — тонкость помола 10%, *2* — 2%

Анализ кривых дает следующие характеристики пористости (%): общая пористость $m_1 = 70$, $m_2 = 50$; пористость, соответствующая радиусам пор, меньшим 0,9 *мк*, $m_1' = 37$, $m'_2 = 27$; пористость, соответствующая радиусам пор, большим 0,9 *мк*, $m''_1 = 33$, $m_2'' = 23$. Радиусы пор, соответствующих максимуму кривой распределения, $r_1 = 0{,}9$, $r_2 = 0{,}55$ *мк*; радиусы максимальных пор $R_1 = 3{,}0$, $R_2 = 2{,}5$ *мк*. Для удельной внешней поверхности получены значения $S_{01} = 11000$ и $S_{02} = 6680$ *см²/см³*. Индексы 1 и 2 относятся соответственно к тонкости помола 10 и 2%.

Воздухопроницаемость образцов, рассчитанная по формуле (4), оказалась $\gamma_1 = 6{,}2 \cdot 10^{-2}$, $\gamma_2 = 5{,}1 \cdot 10^{-2}$ $м^3 \cdot см/м^2 \cdot мм$ вод. ст $\cdot$ *час*.

Из приведенных данных следует, что проницаемость, удельная поверхность и радиус максимальных пор при указанной выше термической обработке уменьшаются с увеличением тонкости помола. Уменьшения максимального диаметра пор (правда, более слабого, чем за счет тонкости помола) можно также достичь путем снижения температуры обжига. Но при таком способе существенно снижается механическая прочность материала.

Усадка и механическая прочность, напротив, возрастают с увеличением тонкости помола. Так, например, допускаемые напряжения на изгиб при температуре обжига 1280° С оказались $\sigma_1 = 130$ и $\sigma_2 = 160$ *кг/см²*.

Добавки, выгорающие в процессе обжига, позволяют регулировать пористость и проницаемость материала. В качестве таких добавок зачастую применяются древесные опилки, сажа, шлак, уголь, торф, лигнин и др.

В работе [4] показано, что влияние перечисленных добавок на свойства обожженного материала характеризуется в общем одними и теми же тенденциями. Поэтому применительно к выбранной пористой керамике из глинисто-шамотных масс влияние добавок изучалось на примере древесных опилок и древесного угля. Количество добавок по отношению к сухому весу исходного сырья изменялось от 0 до 3%.

Образцы в виде сплошных цилиндров $d = 80$ *мм*, $L = 100$ *мм* изготовлялись методом отливки в гипсовые формы. Массы для них получались путем мокрого измельчения всех компонентов совместно с добавками в шаровой мельнице. При этом с увеличением весовой концентрации добавки открытая пористость повышается, а удельный вес снижается; заметно снижается механическая прочность керамики. Добавка древесных опилок в любой концентрации приводит к образованию крупных полостей, раковин, свищей.

Для изготовления партии экспериментальных тел (шаров $d = 135$ и 190 *мм*, цилиндра $d = 52$ и $h = 300$ *мм*) был взят материал с тонкостью помола 2%, как обладающий наиболее подходящими характеристиками [12].

Методика изготовления модельных тел для экспериментального изучения массотеплопереноса весьма разнообразна и во многом определяется задачами исследования, а также специфическими особенностями оборудования (конструкция аэродинамической установки, способы и аппаратура для замера убыли веса, полей температур, концентрации и др.).

Все же можно указать два наиболее общих и целесообразных приема изготовления образцов: разъемная конструкция, сплошные тела. Разъемные тела, более простые по конструкции и технологии изготовления, удобны для оснащения термопарами, дренажными трубками и другими датчиками в любом месте наружной поверхности. Другим достоинством такой конструкции является хорошая доступность полостей модели и возможность проконтролировать геометрические размеры и качество материала (отсутствие пороков, трещин и др.) в труднодоступных местах.

В практике лаборатории тепло- и массообмена при фазовых и химических превращениях ИТМО АН БССР нашли применение два конструктивных варианта разъемных моде-

лей. По первому плоскости разъема полутел пришлифовываются на вращающемся круге с кварцевым песком, на них высверливаются отверстия диаметром 5 и глубиной 5—6 *мм*. При сборке специальная рамка толщиной 3—4 *мм* своими штифтами заходит в отверстия обоих полутел, предварительно заполненные жидким цемент-фосфатом (рис. 6). Этот

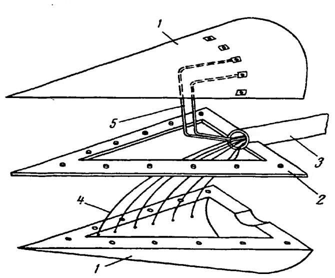


Рис. 6. Типовая схема устройства разъемной модели с рамкой:

1 — керамическое полутело; *2* — металлическая рамка с выступами; *3* — державка; *4* — термопары; *5* — дренажные трубки

вариант лучше всего подходит для тел вращения. Если же модель имеет слабо искривленную или плоскую наружную поверхность, то более эффективным является скрепление половинок при помощи крестовины и стяжных шпилек (рис. 7). Плотное соединение такого типа исключает утечку жидкости из опытного тела через места разъема.

В обоих вариантах для изготовления рамки, или крестовины, нежелательно применять металлы, поскольку при изменении теплового режима в ходе опыта нарушается плотность контакта полутел из-за различия в температурных коэффициентах расширения керамики и металла. Поэтому пришлось отказаться от применения латунных креплений, как это первоначально рекомендовалось в работе [12], и заменить их текстолитовыми или пластмассовыми. Важно, чтобы внутренние детали крепления были «утоплены» в керамический материал как можно дальше от наружного контура модели (не ближе 2—3 *мм*).

Неразъемные модели получаются при комбинировании метода отливки в гипсовые формы и ручной обработки. Ка-

чество моделей: их равностенность, гладкость наружной поверхности и отклонения размеров от заданных — во многом определяется навыком изготовителя.

Для всех тел принята медная или латунная Г-образная «задняя» державка с непрерывно увлажняемой в ходе опытов наружной поверхностью во избежание неконтролируемых перетечек тепла за счет теплопроводности.

При необходимости придать непроницаемость отдельным участкам керамики их покрывают глазурью следующего состава: полевой шпат — 37%, каолин — 7, песок кварцевый — 27, доло-

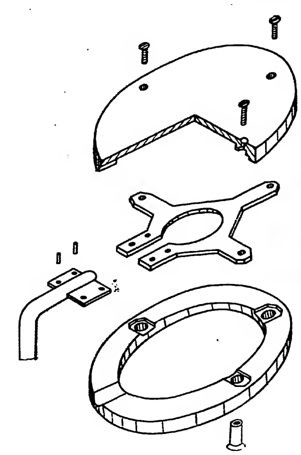


Рис. 7. Разъемная конструкция модели с крестовиной

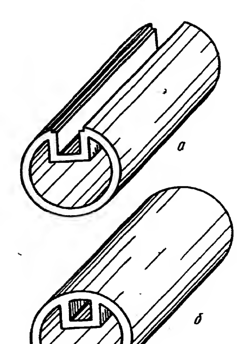


Рис. 8. Модель цилиндра с местным карманом-лодочкой

мит — 15, череп (молотая керамика) — 14%. К перечисленным компонентам добавляется окись цинка в количестве 1,5% от общего веса шихты, и вся смесь размалывается с водой до получения сметанообразного раствора. После обжига при 1320° С затвердевшая глазурь создает прочную пленку. Заметим, что все отверстия, выточки, канавки целесообразно делать на отвердевшей корке до обжига, так как на сыром изделии легко и просто устраняются дефекты (трещины, ше-

роховатости, вмятины, нежелательные деформации) отливки и ручной обработки, а после термообработки на эти операции требуется значительно больше усилий и времени. Это достигается применением замазки из шликера, а также заглаживанием поверхности образца фланелью.

Наиболее ответственной операцией является заделка термопар на поверхности модели со стороны потока. В нашей практике для температурного диапазона от —100 до 300° С хорошо зарекомендовали себя медь-константановые термопары из проволоки с диаметрами 0,05; 0,1; 0,25 *мм*. Для заделки их в керамику через сквозные отверстия протягиваются провода, а затем производится их сварка. Отверстия и канавки под спай лучше всего уплотнять замазкой, приготовленной на воде из смеси мелкоразмолотой шамотно-глинистой керамики с небольшой добавкой гипса.

Представляет интерес модель цилиндра с местным внутренним карманом-лодочкой для определения локальных коэффициентов теплообмена и массообмена. Вначале изготовляется цилиндр с углублением по образующей (рис. 8, *а*), а затем из сырого черепка вырезается полоска необходимых размеров и при помощи шликера приклеивается к краям углубления так, что образуется изолированная лодочка (рис. 8, *б*).

Удачное сочетание основных физико-механических характеристик пористой керамики и опыт работы с ней позволяют надеяться, что материалы подобного типа найдут применение в экспериментальной практике.

Обозначения

P — давление; r — радиус капилляра; σ — поверхностное натяжение жидкости; ϑ — угол смачивания; $V_н$ — полный объем пор; V — объем пор с радиусами, меньшими r; V_0 — объем образца; h — высота столбика ртути в рабочей части дилатометра; Q — число молей воздуха, проникающих через единицу поверхности пористой перегородки толщиной Δx за единицу времени при перепаде давлений с обеих сторон перегородки ΔP; δ — пористость образца; M — молекулярный вес воздуха; R — универсальная газовая постоянная; T — температура опыта; S — площадь образца, *м*²; $(P + P_б)$ — полное давление у поверхности образца, *мм* вод. ст.; $V_в$ — объем воздуха, проходящего через образец, *м*³; τ — время опыта, *час*.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Лыков. Явления переноса в капиллярнопористых телах. М., 1954.
2. Б. М. Смольский. Внешний тепло- и массообмен в процессе конвективной сушки. Изд. БГУ им. В. И. Ленина, Минск, 1957.

3. I. Traube u W. V. Behren. Z. f. physikalische Chemie. B. 138, 85, 1928; B. 146, 1, 1929.
4. А. С. Беркман. Пористая проницаемая керамика. Госстройиздат. М., 1959.
5. Р. С. Бернштейн. Теплоотдача в слое. Сб. «Исследование процессов горения натурального топлива», под ред. Г. Ф. Кнорре. ГЭИ, 1948.
6. Методы исследования структуры высокодисперсных и пористых тел. Изд. АН СССР, М., 1953.
7. H. L. Ritter a. L. C. Drake. Industrial a. Engineering Chemistry, 17, № 12, 1945.
8. Р. Х. Бурштейн, Н. А. Шумилова, А. Г. Пшеничников. ЖФХ, 32, вып. 3, 1958.
9. Д. С. Циклис. Техника физико-химических исследований при высоких давлениях. Госхимиздат, 1958.
10. Б. В. Дерягин. ДАН СССР, 53, 627, 1946.
11. Б. В. Дерягин, Н. Н. Захаваева, М. В. Талаев, В. В. Филипповский. Определение удельной поверхности порошкообразных тел по сопротивлению фильтрации разреженного воздуха. Изд. АН СССР. М., 1957.
12. Б. И. Федоров, З. П. Шульман. ИФЖ, 4, № 2, 1961.
13. В. С. Маркин. Изв. АН СССР, серия хим., № 11, 1923, 1963.

В. А. БОРИСЕВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ДВИЖЕНИИ НАГРЕТОГО ДИСПЕРСНОГО МАТЕРИАЛА В ТРУБАХ

Дисперсные системы широко распространены в природе. Процессы нагревания и охлаждения дисперсных материалов встречаются во многих отраслях промышленности. Часто дисперсные материалы используются в теплообменных аппаратах в качестве промежуточных теплоносителей. Процессы теплообмена в движущихся дисперсных системах мало изучены и слабо освещены в литературе.

По своим механическим свойствам дисперсные системы занимают промежуточное положение между твердыми материалами и жидкостями. Степень их сродства тому или иному агрегатному состоянию определяется величиной угла внутреннего трения. В связи с дискретностью строения дисперсных веществ процесс теплообмена в них отличается рядом специфических особенностей. Вопросы теплообмена при течении зернистых сред в трубах мало изучены. Имеется лишь незначительное число работ, относящихся к этой области [1—3]. В частности, не изучено влияние на теплообмен повышенных (более 473° K) температур.

Нашей задачей было установить экспериментальным путем общие закономерности процесса теплообмена при гравитационном течении нагретого сыпучего материала в вертикальных трубах. Рассмотрено течение плотного слоя по второй форме в условиях широкого изменения основных параметров эксперимента при температуре дисперсного материала до 673° K.

Установка, методика

В исследовании применялся нефракционированный воздушно-сухой кварцевый песок со средним диаметром зерна 0,22 *мм* и истинным удельным весом $\gamma_0 = 2649$ *кг/м*^{3}. Форма зерен округлая.

Установка для экспериментов представлена на рис. 1.

Бункер *1* для нагрева песка имеет емкость 350 *кг*. Нагреватель состоит из нихромовой проволоки, равномерно размещенной по объему бункера. Нагретый песок поступает в смесительную трубу *2*. На поверхности трубы имеется тепловой компенсатор. Непосредственно смеситель состоит из трубы, в стенке которой высверлены отверстия. Эта труба вставлена в трубу *2* так, чтобы песок сначала поступал в смеситель, затем, пройдя через отверстия, высыпался в кольцевой зазор в трубу *2*. Описанный цикл повторяется еще раз. В результате этого в трубу *3* поступает песок с постоянной по сечению трубы температурой. Сменная экспериментальная труба *3* находится в кожухе, куда поступает снизу нагретая до кипения вода. Применялись трубы с диаметрами 55,4; 41,5; 26,7; 16,0 *мм* (табл.).

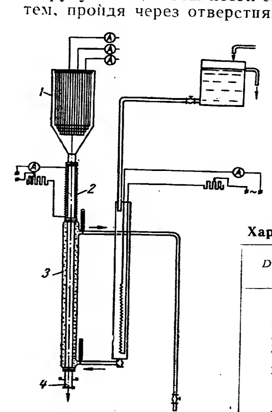


Рис. 1. Экспериментальная установка

Таблица

Характеристика экспериментальных труб

$D \cdot 10^3$, *м*	$L \cdot 10^3$, *м*	$\frac{L}{D}$
55,4	946	17,08
55,4	1914	35,61
55,4	1892	34,15
55,4	1922	34,75
26,7	2000	74,90
16,0	1868	116,80
41,5	708	17,06
41,5	1062	25,59
41,5	1416	34,12
41,5	1770	42,70

Песок через выходное устройство *4* ссыпается в ящик. Регулирование скорости движения песка производится путем смены диафрагм. В трубах на нескольких уровнях при помощи гребенки из термопар, закрепленных в обойме, измеряется температурное поле песка. Использовались хромель-копелевые термопары диаметром 0,5 *мм*. Головки термопар отстоят от обоймы на 30 *мм*. Запись показаний температуры производится на 24-точечном электронном потенциометре ЭПП-09.

На возможность применения термопар для измерения температуры сыпучих веществ указывают многие авторы [4, 5]. Однако при движении зернистой среды измерение темпе-

8. Зак. 279

ратуры несколько осложняется. Брин с сотрудниками [1] и С. В. Донсков [5] отмечают, что в этом случае показания термопар нестабильны. Мы предположили, что колебания температуры связаны с малым диаметром спая термопары (у С. В. Донскова, например, диаметр термопары 0,1 *мм*). При движении сыпучей среды головка термопары контактирует с малым числом зерен, а это ведет к скачкообразному изменению ее термоэдс.

Нами использовались термопары с диаметром головки 1 *мм*. Простейшие расчеты показывают, что в этом случае с ней контактирует несколько десятков зерен песка. В опытах при работе с такими термопарами колебаний температуры не было замечено.

Для установления точности показаний термопар были проведены опыты по определению температуры движущегося и остановленного слоя песка. Устойчивость работы и абсолютные значения показаний термопар не изменялись. Температура стенок трубы в опытах контролировалась и в расчетах принята равной температуре воды.

Результаты экспериментов

В опытах [6] установлено, что в сечении трубы при движении в ней дисперсного материала по второй форме возникают две зоны с различным характером перемещения. В ядре потока наблюдается стержневое течение без относительного смещения частичек. На периферии, в пристенном слое происходит постоянное перемешивание частичек. Таким образом, в пристенном слое определенную роль играет молярный перенос тепла. Процесс перемешивания слоя интенсифицируется с ростом скорости. Плотность материала в пристенном слое ниже, чем в центральной части трубы. Вследствие этого кинематические и теплофизические характеристики дисперсной системы в пристенном слое претерпевают изменение. Вдоль стенки трубы в пристенном слое образуется пограничный слой дисперсионной среды, который непрерывно возмущается движущимися вдоль стенки твердыми частичками материала. Следовательно, передача тепла от движущейся дисперсной системы к стенке осуществляется под воздействием целого ряда факторов. Оценка всех составляющих процесса теплообмена представляет большие трудности. Однако нам не обязательно знать все особенности условий теплообмена. В экспериментах необходимо определить общее количество тепла, передаваемого от нагретого дисперсного материала к стенке. Это количество тепла можно выразить

через некоторый эффективный коэффициент теплообмена (α), учитывающий влияние всех факторов данного процесса [1].

В расчетах использован средний на участке трубы коэффициент теплообмена. При его определении сделаны некоторые допущения и усреднения. В частности, значения скорости и плотности в каждом опыте приняты постоянными по всему объему материала в трубе. Теплофизические характеристики материала зависят только от плотности и температуры. За определяющие приняты величина внутреннего диаметра трубы D и значение среднелогарифмической температуры песка t_f на теплообменном участке. Теплотой трения и аксиальной теплопроводностью материала пренебрегаем.

Обобщенная критериальная зависимость для рассматриваемого процесса получена в результате анализа уравнений теплообмена, а также уравнений движения дисперсного материала, полученных Г. А. Гениевым [9]. Уравнение теплового баланса при движении дисперсного материала в трубе имеет вид

$$\alpha\pi DL(t_f - t_{ст}) = \omega_0\gamma_{об}\frac{\pi D^2}{4}c(t_{вх} - t_{вых}), \qquad (1)$$

где $t_f = t_{ст} + \dfrac{t_{вх} - t_{вых}}{\ln\dfrac{t_{вх} - t_{ст}}{t_{вых} - t_{ст}}}$ — среднелогарифмическая температура материала.

На основе рассмотрения системы уравнений движения дисперсного материала были получены комплексы гидромеханического подобия. Практическое использование некоторых из них встречает определенные трудности в связи с отсутствием методик измерения входящих в них величин. К ним относятся угол внутреннего трения материала в движении φ, напряжение сцепления между зернами K, высота фиктивного слоя, определяющего давление в данном сечении $h_{кр}$. По имеющимся литературным данным, значения K и φ в основном зависят от пористости. Проведенные эксперименты позволяют предполагать также, что величина $h_{кр}$ определяется пористостью. В целях удобства обращения с полученной зависимостью и сохранения физической модели процесса комплексы, зависящие от пористости в обобщенном уравнении, заменены значением пористости p.

---

[1] Строго говоря, применение коэффициента теплообмена для зернистого материала в определенном смысле условно. Здесь надо учитывать своеобразие кинематики процесса. Вместе с тем подобный подход к проблеме позволяет оценить полученные результаты с общепринятой точки зрения теории пограничного слоя.

В уравнениях теплообмена и движения [9] для дисперсного материала наличие пристенного слоя не принимается во внимание. Однако нельзя не ожидать его влияния на процесс теплообмена. Как установлено в опытах [6], толщина пристенного слоя определяется в основном средним размером частиц. С другой стороны, относительная толщина пристенного слоя зависит от диаметра трубы. Поэтому в обобщенное уравнение введен параметрический критерий D/d, характеризующий влияние пристенного слоя.

Рис. 2. Температурное поле в трубе диаметром 26,7 *мм*:

1 — температура на входе в трубу; 2 — выходе из трубы; S — площадь трубы

Значения теплофизических констант, полученные в опытах [8] на основе методики, разработанной Е. Е. Вишневским [7], приняты зависимыми от определяющей температуры, от пористости и постоянными по сечению трубы и по длине теплообменного участка. Однако объем материала, охваченный процессом теплообмена, характеризуется некоторым распределением температуры. Соответственно этому устанавливаются значения теплофизических констант. Принятая за определяющую среднелогарифмическая температура материала не может в полной мере характеризовать развитие процесса. Это приводит к необходимости введения в критериальное уравнение температурного параметрического критерия, который представляет собой отношение определяющей температуры материала к температуре стенки $t_f/t_{ст}$.

В результате критериальная зависимость, описывающая процесс теплообмена при течении дисперсного материала в трубах, имеет вид

$$\mathrm{Nu} = f\left(\mathrm{Pe},\ \frac{L}{D},\ \frac{D}{d},\ \frac{t_f}{t_{ст}},\ \mathrm{Fr},\ p\right). \qquad (2)$$

На всех экспериментальных кривых распределения температуры по сечению трубы (рис. 2) в движущемся материале отмечается различие в характере передачи тепла в центральной части и в пристенном слое. Снижение температуры песка в пристенном слое по мере приближения к стенке идет в более замедленном темпе, чем в центре трубы. Эта область хорошо совпадает по размерам с областью кинематического пристенного слоя.

В опытах перепад температуры от внешнего слоя песка к стенке трубы достигал 373° К и более. Это означает, что, несмотря на перемешивание частичек материала и газовой прослойки, особенно интенсивное в данном месте, основное термическое сопротивление сосредоточено на границе между движущимся материалом и стенкой.

Интересно было проследить изменение температуры в различных трубах. С этой целью определили экспериментальную зависимость $t_f = f(\mathrm{Fo},\ t_{вх})$. В нашем случае критерий Фурье определяется соотношением $\mathrm{Fo} = \frac{a_f}{\omega_0 D}\frac{L}{D}$. Изменение величины Fo в каждом опыте происходит только за счет изменения величины L (замер температурных полей производится по длине трубы). Скорость и диаметр трубы остаются постоянными. Тем самым достигается полное единообразие процесса со стороны параметров, влияющих на построение температурного поля песка.

В опытах отмечается более интенсивное изменение температуры в трубах большего диаметра. Так, для трубы $D_1 = 55{,}4$ *мм* тангенс угла наклона характеристики $\lg t_f = f(\mathrm{Fo})$ $n_1 = -2,7$, а для трубы $D_2 = 41{,}5$ *мм* $n_2 = -2{,}33$. Это означает, что возрастание относительной толщины пристенного слоя при уменьшении диаметра трубы снижает интенсивность процесса теплообмена. В целях упрощения обобщенной зависимости произведено усреднение данных. Полученная экспериментальная формула для значений среднелогарифмической температуры движущегося по трубе слоя песка имеет вид

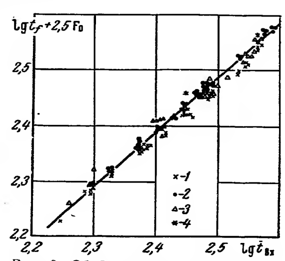


Рис. 3. Обобщенная среднелогарифмическая температура в трубах:
1 — $D = 55{,}4$ *мм*; 2 — 41,5; 3 — 26,7; 4—16,0

$$t_f = 0{,}98\, t_{вх}\, e^{-5{,}75\,\mathrm{Fo}}. \qquad (3)$$

Разброс экспериментальных точек (рис. 3) не превышает ±6%. При построении зависимости (3) наблюдается групповое расслоение точек для труб разных диаметров. Это является следствием изменения в трубах относительной толщины пристенного слоя. С уменьшением диаметра трубы точки располагаются дальше от теоретической кривой.

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Температура песка на входе в экспериментальную трубу в течение каждого опыта остается неизменной. Через определенный промежуток времени от начала опыта температура материала по длине трубы достигает постоянных значений. Тогда, связав систему отсчета с трубой, процесс можно рассматривать как стационарный. Средний на экспериментальном участке коэффициент теплообмена

$$\alpha = \frac{G_в (c_{вх} \overline{t}_{вх} - c_{вых} \overline{t}_{вых})}{\pi DL (t_f - t_{ст})}. \qquad (4)$$

В соответствии с (4) $\overline{t}_{вх}$ и $\overline{t}_{вых}$ определяются путем графического усреднения температурного поля (рис. 2) в сечении трубы

$$\overline{t} = \frac{\int t dS}{S}, \qquad (5)$$

где S — площадь трубы.

Полученные значения α с ростом скорости увеличиваются (рис. 4), однако темп их роста постепенно замедляется. Одной из причин роста α является интенсификация процесса пере-

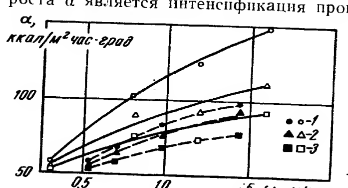


Рис. 4. Влияние скорости материала, диаметра и длины трубы на коэффициент теплообмена:

1 — $L/D = 17,0$; *2* — 25,6; *3* — 34,1 (сплошная линия — $D = 55,4$ *мм*, пунктир — 41,5)

мешивания частичек и газовой прослойки в пристенном слое. Уменьшение диаметра трубы ведет к снижению значений α, что может быть объяснено только ростом относительной толщины пристенного слоя. Замечено, что влияние скорости проявляется в большей степени на коротких участках теплообмена.

Как показывают опыты, интенсивность роста величины λ с увеличением температуры более высока, чем значений α. Это приводит к появлению отрицательного угла наклона зависимости $\lg \mathrm{Nu} = f\left(\lg \frac{t_f}{t_{ст}}\right)$. Тангенс его равен $-0,31$.

При построении соотношений $\lg \mathrm{Nu} = f(\lg \mathrm{Pe})$ (рис. 5) установлено, что угол наклона этих характеристик изменяется в зависимости от соотношения $\frac{L}{D}$. Величина тангенса угла наклона описывается эмпирической формулой

$$n = 2,92 \left(\frac{L}{D}\right)^{-0,545}. \qquad (6)$$

Разброс экспериментальных точек составляет менее $\pm 2\%$.

Уменьшение угла наклона указанных характеристик при увеличении соотношения L/D можно объяснить следующим.

Рис. 5. Результаты экспериментов по теплообмену движущегося в трубах плотного слоя дисперсного материала:

$D = 55,4$ *мм*: *1* — $L/D = 17,08$; *2* — 25,6; *3* — 34,15; *4* — 34,75; $D = 26,7$ *мм*: *5* — 74,90; $D = 16,0$ *мм*: *6* — 116,8; $D = 41,5$ *мм*: *7* — 17,06; *8* — 25,59; *9* — 34,12; *10* — 42,70

На участке тепловой стабилизации величина L уменьшается, причем интенсивность ее изменения снижается по длине теплообменного участка. В опытах тепловая стабилизация не наступает даже при значениях $L/D = 48$. Благодаря малому влиянию скорости течения песка на формирование поля скоростей, а следовательно, и на формирование поля температур, время, необходимое для достижения стабильного процесса теплообмена в самом материале, меняется мало со скоростью. Изменение скорости течения приводит лишь к изменению времени нахождения сыпучего материала на данном участке трубы, т. е. к изменению длины участка стабилизации. Отсюда следует, что на коротких участках с интенсивным спаданием коэффициента теплообмена изменение скорости более резко сказывается на его величине, чем на длинных участках, где

величина коэффициента теплообмена меняется мало. Этим также объясняется полученное в опытах изменение угла наклона характеристик lg Nu$=f$ (lg L/D), т. е. значений числа Нуссельта в функции безразмерной длины трубы (рис. 6).

Обобщенная формула, описывающая процесс теплообмена в экспериментах, получена методом логарифмической анаморфозы:

$$\mathrm{Nu} = 1{,}22\cdot 10^{-6}\left(\frac{L}{D}\right)^{1,95}\left(\frac{D}{d}\right)^{1,11}\left(\frac{t_f}{t_{\text{ст}}}\right)^{-0,31}\mathrm{Pe}^{n}, \qquad (7)$$

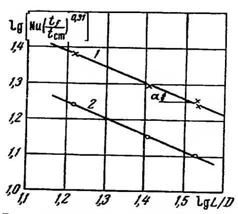


Рис. 6. Влияние длины трубы на теплообмен при Pe=4000: *1* — D=55,4 *мм*; *2* — 41,5; tgγ= 0,4

где $n = 2{,}92\left(\frac{L}{D}\right)^{-0,545}$.

Формула справедлива при

$$17{,}1 \leqslant \frac{L}{D} \leqslant 116{,}3;$$

$$72{,}8 \leqslant \frac{D}{d} \leqslant 252;$$

$$1{,}34 \leqslant \frac{t_f}{t_{\text{ст}}} \leqslant 3{,}97;$$

$$500 \leqslant \mathrm{Pe} \leqslant 7500.$$

Значения t_f определяются равенством (3). Разброс точек составляет $\pm 20\%$.

В экспериментах не обнаружено влияния на процесс теплообмена критерия Fr и величины пористости.

Анализ проведенного исследования позволяет сделать следующие выводы:

1. Использованный в работе эффективный коэффициент теплообмена позволяет успешно описать ряд особенностей процесса теплообмена при движении дисперсных систем в трубах и обобщить имеющиеся в литературе данные.

2. Эксперименты позволили получить обобщенную зависимость, описывающую процесс теплообмена при течении сыпучей среды (песка) в вертикальных трубах в пределах температур 423—673° K при температуре стенки 373° K.

3. Установлено влияние на теплообмен пристенного слоя, являющегося термическим сопротивлением.

4. Исследование характера течения песка в трубах дало возможность объяснить особенности процесса теплообмена между движущимся плотным слоем сыпучей среды и стенкой трубы.

Обозначения

$t_{\text{вх}}$, $t_{\text{вых}}$ — температура соответственно на входе и выходе теплообменного участка; $t_{\text{ст}}$ — температура стенки трубы; $\mathrm{Nu} = \alpha D/\lambda_t$ — число Нуссельта; $\mathrm{Pe} = \omega_0 D/a_t$ — критерий Пекле; $\mathrm{Fr} = Dg/\omega_0^2$ — критерий Фруда.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. S. Brinn and other. Ind. Eng. Chem., June, 1948
2. П. И. Николаев. Диссертация. МИХМ, 1952.
3. В. А. Календерьян, З. Р. Горбис. Тезисы доклада на I Всесоюзной конференции по тепло- и массообмену. Минск, 1960.
4. А. Ф. Чудновский. Теплообмен в дисперсных средах. Гостехиздат, 1954.
5. С. В. Донсков. Диссертация. МЭИ, 1958.
6. В. А. Борисевич. Труды Института энергетики АН БССР, вып. XI. Минск, 1960.
7. Е. Е. Вишневский. Труды НИКФИ, вып. 2 (25). Сушильная техника. М., 1958.
8. В. А. Борисевич, В. И. Малюкевич. ИФЖ, IV, № 7, 1961.
9. Г. А. Гениев. Вопросы динамики сыпучей среды. Госстройиздат, 1958.

О. Г. МАРТЫНЕНКО, И. С. РЕВЗИН, Б. И. ФЕДОРОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ПОТОКЕ ПЫЛЕВЗВЕСИ

Перенос твердого мелкодробленого вещества газовым потоком является широко распространенным технологическим процессом.

Наиболее интересным вопросом, на который неоднократно обращали внимание исследователи, является вопрос о наличии и величине скольжения частиц в потоке, поскольку обдув твердых частиц газовым потоком приводит к существенной интенсификации тепломассообменных процессов между газом и частицами. Поэтому для практики важно знать закономерности движения двухфазного потока и иметь возможность расчета действительных величин концентраций твердой фазы в любом сечении технологической или энергетической установки и в любой момент времени.

Для получения расчетных формул была проведена экспериментальная работа, в которой исследовались закономерности движения частиц торфяного кокса диаметром 200 *мк* в вертикальном нисходящем потоке воздуха на участке разгона.

Методически задача решалась путем мгновенной отсечки запыленного потока с последующим взвешиванием уловленного кокса. Аналогичный метод использовался Н. Н. Шипковым в ЭНИН АН СССР, откуда заимствован также способ замера времени срабатывания затвора.

При проведении работы основное внимание уделялось выявлению роли расчетной концентрации частиц кокса в процессе их разгона. В связи с этим отсечки запыленного потока производились на одном расстоянии от места ввода компонента, но с широким варьированием расчетных концентраций.

При проведении опытов были приняты следующие пределы изменения параметров опытов: скорость потока 10, 15, 20 *м/сек*; производительность установки по коксу 24,9; 40,5; 51,3; 71,5 *г/мин*.

Расчетная концентрация кокса $C_к^р$ определялась из выражения

$$C_к^р = \frac{G_к}{G_в}. \qquad (1)$$

Истинная концентрация подсчитывалась по формуле

$$C_к^и = \frac{g_к}{V}. \qquad (2)$$

В соответствии с принятой методикой была изготовлена экспериментальная установка, схема которой представлена на рис. 1.

Подаваемый питателем *2* кокс через трубку *3* поступал в смеситель *4*, смешивался с воздушным потоком и направ-

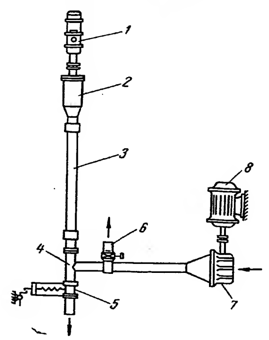


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

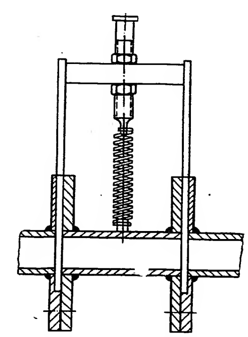


Рис. 2. Схема затвора

лялся через открытый затвор *5* в атмосферу. Подача кокса регулировалась изменением напряжения электродвигателя постоянного тока *1*. Воздух в установку поступал от ротационной воздуходувки *7*, приводимой во вращение электромотором *8*. Излишек воздуха стравливался в атмосферу через кран *6*. Количество воздуха замерялось газовым счетчиком типа 1РС-100.

При создании экспериментальной установки большое внимание было уделено проектированию затворного механизма.

К конструкции затвора предъявлялись два основных требования — достаточная скорость срабатывания и надежность и одновременность перекрытия проходного сечения в места отсечки.

Обоим требованиям удовлетворяет затвор с приводом заслонок от одной пружины. Конструкция затвора ясна из рис. 2. После сборки и наладки затвора было определено время его срабатывания при помощи специального устройства. Принцип его работы следующий.

К укрепленному на кронштейне затвору сверху в светонепроницаемом колпачке присоединялась электрическая лампочка напряжением 3 *в*. На лампочку подавалось напряжение 127 *в*. Таким путем сводилась к минимуму возможность искажения результатов замера времени срабатывания затвора за счет тепловой инерции лампочки. Снизу к затвору герметично присоединялся кожух, внутри которого находился диск диаметром 200 *мм* с наклеенной по окружности фотопленкой. Привод диска во вращение осуществлялся от электродвигателя со скоростью 2800 *об/мин*.

Затвор открывался и удерживался в открытом положении с помощью специального курка. Затем приводился во вращение диск с фотопленкой. После этого одновременно подавалось напряжение на лампочку и освобождалась пружина затвора. За время полного перекрытия канала вспышка лампочки оставляла на фотопленке засвеченную полоску. Затем пленка проявлялась и замерялась длина этой полоски. Подсчет времени перекрытия канала осуществлялся по формуле

$$\tau = \tau_1 + \tau_0 , \qquad (3)$$

где τ_1 — время срабатывания затвора; τ_0 — время запаздывания вспышки лампочки.

Значение τ_0 принималось равным 0,00059 *сек* по данным Н. Н. Щипкова.

Время срабатывания затвора подсчитывалось по формуле

$$\tau_1 = \frac{60 l}{\pi d_д n} . \qquad (4)$$

Время закрытия затвора определялось трижды. Среднее значение из трех измерений составило $\tau_1 = 0{,}00412$ *сек*.

В результате время полного перекрытия канала, т. е. время отсечки $\tau = 0{,}0047$ *сек*, что является вполне удовлетворительным для данных условий, так как составляет примерно 10% от расчетного времени движения частицы на исследуемом участке.

Опыты проводились в таком порядке. При открытом затворе включалась воздуходувка и питатель кокса. После выдержки порядка 30 *сек* одновременно спускался курок и выключалась подача воздуха, а затем и кокса. Затем затвор разбирался, уловленный кокс собирался и взвешивался на аналитических весах типа АДВ-200. Кратность повторения опытов равнялась 3—4.

Результаты проведенных опытов представлены на рис. 3—5. Как видно из рис. 3, все кривые имеют идентичный характер. При скорости воздушного потока 10 *м/сек* концентра-

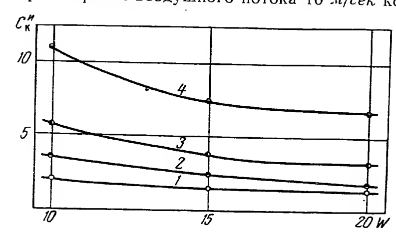


Рис. 3. Зависимость истинной концентрации $C_к^и$ коксовых частиц от скорости потока W при подачах кокса:
1 — $G_к = 1{,}49$ *кг/час*; *2* — 2,42; *3* — 3,07; *4* — 4,28

ция кокса существенно меняется с изменением его минутной подачи, особенно при больших подачах. По мере роста скорости потока это различие становится слабее, кривые стремятся к сближению.

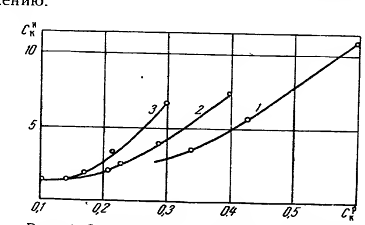


Рис. 4. Зависимость истинной концентрации кокса $C_р^и$ от расчетной $C_к^р$ при скоростях потока:
1 — $W = 10$ *м/сек*; *2* — 15; *3* — 20

Как следует из рис. 4, $C_к^ч$ превышает $C_к^р$ в 10—20 раз, причем это отношение возрастает с увеличением скорости потока.

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Обобщенная зависимость относительной концентрации $C_к^н/C_к^р$ от безразмерного параметра χ представлена на рис. 5.

Параметр χ может быть найден из уравнения[1]

$$\chi = 20{,}2\,\frac{\nu}{d^2}\,\frac{\gamma}{\gamma_ч}\,\frac{X}{W}\,. \quad (5)$$

Таким образом, параметр χ включает в себя все факторы, обусловливающие режим движения частиц кокса в газовом потоке.

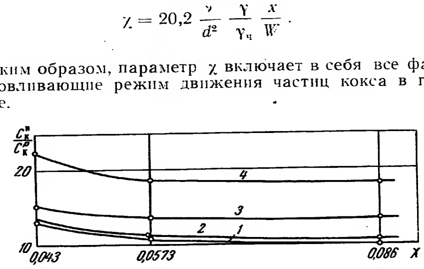


Рис. 5. Функциональная зависимость $C_к^н/C_к^р=f(\chi)$:

1—4 — то же, что и на рис. 3

Все экспериментальные кривые рис. 3 удовлетворительно описываются уравнением вида

$$\frac{C_к^н}{C_к^р} = 0{,}1A_к\,\chi^{-\frac{2}{3}}. \quad (6)$$

То, что экспериментальные точки не укладываются на одну кривую, а расслаиваются в зависимости от расчетной концентрации, позволяет заключить, что взаимодействие частиц друг с другом и со стенкой трубы накладывает существенный отпечаток на характер движения пылевзвеси.

Учитывая пропорциональность между отношением истинной и расчетной концентраций и отношением скоростей потока и частиц, можно, используя экспериментальное уравнение (6), определить относительную скорость потока в виде

$$W_{отн} = \frac{W\left(0{,}1A_к\,\chi^{-\frac{2}{3}} - 1\right)}{0{,}1A_к\,\chi^{-\frac{2}{3}}}\,. \quad (7)$$

[1] Получено Л. Н. Хитриным.

При наличии массообмена между твердой фазой и газом величина массообменного критерия Нуссельта может быть определена из выражения

$$Nu_q = 2 + 0{,}16\,Re^{0{,}67}. \quad (8)$$

Значение числа Re находится по величине относительной скорости.

Полученные уравнения позволяют определять истинные концентрации частиц по известным расходам газа и твердой фазы и их физическим параметрам, а также скорость частиц относительно потока.

Обозначения

$G_к$ — подача кокса; $G_в$ — расход воздуха; $g_к$ — навеска кокса, уловленная в отсечной камере затвора; V — объем отсечной камеры; τ_1 — время срабатывания затвора; τ_0 — время запаздывания вспышки лампочки; l — длина засвеченной полоски пленки; $d_д$ — диаметр диска; n — число оборотов диска; ν — кинематическая вязкость газа; d — диаметр частиц кокса; γ и $\gamma_ч$ — соответственно удельный вес газа и коксовых частиц; X — расстояние от места ввода компонентов до конца исследуемого участка; W — скорость газового потока; $A_к$ — экспериментальный коэффициент, численно равный минутной подаче кокса в *г*.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Успенский. Пневматический транспорт. Госстройиздат, 1959.
2. Н. А. Фукс. Механика аэрозолей. Изд. АН СССР, 1959.
3. Л. Н. Хитрин. Теория горения и вопросы интенсификации сжигания твердых топлив. Сб. «Проблемы энергетики». Госэнергоиздат, 1960.

И. Т. ЭЛЬПЕРИН, В. А. МИНКОВ

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГАЗОВЗВЕСИ В КАЧЕСТВЕ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ И РАБОЧЕГО ТЕЛА ТЕПЛОСИЛОВЫХ УСТАНОВОК

Основными путями повышения эффективности теплосиловых установок является улучшение их тепловой экономичности и снижение стоимости оборудования. Одним из наиболее перспективных направлений улучшения тепловой экономичности теплосиловых установок является повышение начальной температуры рабочего тела. Этому повышению препятствует ограниченная жаростойкость конструкционных материалов и значительное снижение их прочностных характеристик при повышении температуры.

Большим сдвигом в этом направлении явился переход от установок с «механическими» лопатками к установкам с «магнитными» — МГД-генераторам, в которых высокотемпературные рабочие элементы в значительной части разгружены от механических напряжений. Однако и в МГД-генераторах сохраняются высоконапряженные элементы, ограничивающие возможность повышения температуры. К этим элементам следует отнести различные теплообменные аппараты для высокотемпературного подогрева воздуха перед камерой сгорания. Аналогичные ограничения имеются и в газотурбинных установках замкнутого цикла, в которых ограниченная жаростойкость элементов огневого котла препятствует повышению начальной температуры выше 650—700° С.

Повысить начальную температуру цикла при заданной жаростойкости материала поверхности нагрева можно путем интенсификации процесса теплообмена со стороны нагреваемого теплоносителя. При этом одновременно решается и вторая задача — уменьшение необходимых поверхностей теплообменных аппаратов, а следовательно, и стоимости всей установки.

Перспективным методом интенсификации теплообмена является применение двухфазных сквозных потоков, состоящих из мелкодисперсных частиц твердой фазы и несущего их газового потока [1].

Применение двухфазных сквозных потоков в теплосиловых установках станет особенно эффективным, когда они будут использованы не только в качестве теплоносителя, но и как термодинамическое рабочее тело [2]. В этом случае одновременно повышается термический к.п.д. и удельная работа цикла.

Увеличение удельной работы влечет за собой уменьшение размеров и стоимости основных элементов теплосиловых установок — компрессоров, турбин и др.

Двухфазные системы могут применяться как в замкнутых, так и в разомкнутых циклах тепловых двигателей. При применении двухфазных систем обязательным является условие,

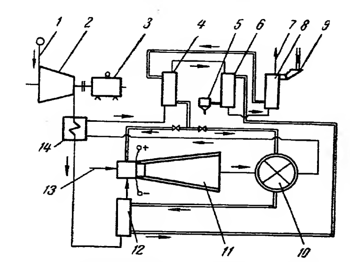


Рис. 1. Комбинированная энерготехнологическая установка для высокотемпературной обработки материала

чтобы твердая фаза не вызывала эрозии элементов энергетической силовой установки.

Исходя из этого, в замкнутых циклах, где одно и то же рабочее тело участвует в процессах сжатия и расширения, в качестве двухфазных систем необходимо применять аэрозоли с размером частиц твердой фазы $\delta < 5$ *мк*, так как такие частицы практически безынерционны.

В разомкнутых циклах для ликвидации потерь твердой фазы необходимо применять более крупные частицы, которые могут быть уловлены современными пылеуловителями. Поскольку такие частицы могут вызвать эрозию элементов установки, имеющих «механические» лопатки, применение двухфазных систем в разомкнутом цикле возможно лишь в элементах, использующих «магнитные» лопатки.

Схема газотурбинной установки замкнутого цикла, работающей на двухфазном рабочем теле, аналогична установке, работающей на однофазном рабочем теле. Схема установки с разомкнутым циклом при использовании двухфазного рабо-

чего тела имеет специфические особенности. В качестве примера рассмотрим схему комбинированной установки, в которой твердая фаза является одновременно термически обрабатываемым материалом, элементом термодинамического рабочего тела и теплоносителем [3]. Схема такой установки изображена на рис. 1.

В МГД-генераторе *11* происходит процесс преобразования тепловой энергии в электрическую. Отходящие из МГД-генератора газы направляются последовательно в технологический реактор *10* для высокотемпературной обработки сыпучих материалов, рекуперативный воздухоподогреватель *14* и двухступенчатый контактный теплообменник для подогрева сырого материала с первой ступенью нагрева *8* и второй ступенью *4*.

Материал в первую ступень теплообменника подается через загрузочный бункер *9*. Термически обработанный в реакторе материал используется в качестве движущейся мелкозернистой насадки в регенеративном теплообменнике с промежуточным твердым теплоносителем *12* для дополнительного подогрева воздуха, нагнетаемого в камеру сгорания МГД-генератора с помощью компрессора *2*, приводимого во вращение электродвигателем *3*.

Отработанные газы перед подачей в первую ступень *8* теплообменника для подогрева сырого материала нагреваются в контактном теплообменнике — утилизаторе тепла готовой продукции *6* физическим теплом термически обработанного материала, прошедшего регенеративный воздухоподогреватель *12*. Охлажденный материал из теплообменника *6* подается в бункер готового продукта *5*, а газы из первой ступени *8* теплообменника для подогрева сырого материала сбрасываются в атмосферу *(7)*. Кроме того, на рис. 1 цифрами *1* и *13* обозначены соответственно подвод воздуха и топлива.

Термодинамический цикл установки, работающей по разомкнутой схеме на двухфазном рабочем теле, отличается от цикла на однофазном теле только лишь политропическим характером процесса расширения. Политропический характер процесса расширения обусловливается тем обстоятельством, что частицы твердой фазы, находящиеся в газовом потоке при его расширении, играют роль точечных источников тепла. Показатель политропы процесса расширения может быть определен из выражения

$$n = \frac{k + \mu c_м/c_v}{1 + \mu c_м/c_v}. \qquad (1)$$

Термодинамический анализ разомкнутого идеального цикла с двухфазным рабочим телом дал возможность получить следующие выражения для к.п.д. и удельной работы [2]:

термический к.п.д. разомкнутого цикла без регенерации

$$\eta_{t\,раз}^{н.р} = 1 - \left(\zeta\varphi^{\frac{1-k}{k+\mu c_м/c_v}} - 1\right)\left[\zeta - \varphi^{\frac{k-1}{k}} + \mu\zeta c_м\left(1 - \varphi^{\frac{1-k}{k+\mu c_м/c_v}}\right)/c_p\right]^{-1}; \qquad (2)$$

термический к. п. д. разомкнутого цикла с регенерацией

$$\eta_{t.\,раз}^{р} = 1 - c_p\left(\varphi^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)\left[\zeta(c_p + \mu c_м)\left(1 - \varphi^{\frac{1-k}{k+\mu c_м/c_v}}\right)\right]^{-1}; \qquad (3)$$

удельная работа за цикл

$$l_{уд.\,раз}^{н.р} = l_{уд.\,раз}^{р} = T_1\left[\zeta(c_p + \mu c_м)\left(1 - \varphi^{\frac{1-k}{k+\mu c_м/c_v}}\right) - c_p\left(\varphi^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)\right]. \qquad (4)$$

Анализ формул (2) — (4) подтвердил эффективность применения газовзвеси (аэрозоли) в качестве рабочего тела. Так, например, при весовой концентрации $\mu = 1$, степени повышения давления $\varphi = 8$, начальной температуре цикла 3000° K термический к.п.д. регенеративного цикла возрастает на величину порядка 4%, а удельная работа — на 12%.

В реальном цикле выигрыш по удельной работе будет несколько большим. Аналогичные результаты также были получены при исследовании замкнутого цикла [2].

Как уже было отмечено, применение разомкнутого цикла с двухфазным рабочим телом возможно лишь в МГД-генераторах, в рабочих каналах которых отсутствуют вращающиеся детали. Однако, нужно, чтобы при вводе твердой фазы температура рабочего тела не снижалась ниже температуры, достаточной для термической ионизации. Возможное снижение температуры рабочего тела при вводе инертного твердого материала в камеру сгорания объясняется некоторой дополнительной затратой тепла для нагрева твердой фазы. Повысить температурный уровень процесса можно при помощи регенеративного подогрева рабочего тела. Представляется необходимым выяснить влияние концентрации твердой фазы на начальную температуру цикла.

Максимальная теоретическая температура газа ($T_{3\,max}$) в идеальном цикле с предельной регенерацией ($\sigma = 1$) без учета диссоциации и других эндотермических эффектов может быть найдена из уравнения теплового баланса. Получаемое при этом выражение имеет вид

$$T_{3\,\max} = \frac{Q_{\text{р}}^{\text{н}}}{g_{\text{т}}\,\alpha\,(c_p + \mu\,c_{\text{м}})\left(1 - \varphi^{\frac{1-k}{k+\mu\,c_{\text{м}}/c_v}}\right)}. \tag{5}$$

Результаты расчета по формуле (5) для $\varphi = 8$, $\alpha = 1{,}1$ и $\sigma = 1$ (топливо—природный газ) представлены на рис. 2 (кривая *1*). Из рисунка видно, что при предельной регенерации и $\mu = 0$ теоретически может быть получена $T_{3\,\max} = 6500°$ К.

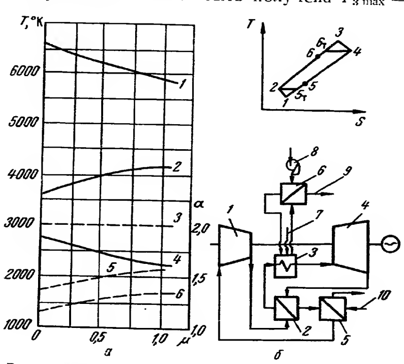


Рис. 2. К вопросу влияния концентрации твердой фазы на температуры характерных точек цикла:

а — влияние концентрации твердой фазы на характерные параметры цикла; *б* — рабочий процесс газотурбинной установки замкнутого цикла в *T—S*-диаграмме (обозначения характерных точек процесса соответствуют обозначениям температур) и ее схема (*1* — компрессор; *2* — регенератор; *3* — огневой котел; *4* — газовая турбина; *5* — холодильник; *6* — воздухоподогреватель; *7* — подача топлива; *8* — дутьевой вентилятор; *9* — уходящие газы; *10* — охлаждающая вода)

При концентрации твердой фазы $\mu = 1$ теоретическая начальная температура цикла снижается до $T_3 = 5900°$ К. На рис. 2 приведена также зависимость температуры в конце процесса расширения (температуры воздуха перед камерой сгорания) от концентрации $T_4 = f(\mu)$ (кривая *2*). Как видно из рисунка, для получения предельных начальных температур необходим высокий регенеративный подогрев воздуха до $T_4 = 3500$—$4000°$ К.

Хотя при современных конструкционных материалах указанные температуры пока еще недостижимы, проведенный анализ показывает, что по условиям горения при $\mu > 1$ могут быть получены значительно более высокие температуры, чем принимаемые сейчас.

Кроме рассмотренного, были также проведены исследования по определению коэффициента избытка воздуха α на выходе из камеры сгорания при реальной степени регенерации $\sigma = 0{,}75$ и $T_3 = 3000°$ К. Расчет проводился по выведенной для идеального цикла формуле

$$\alpha = Q_{\text{р}}^{\text{н}}\left\{c_{\text{р}} g_{\text{т}}\left[T_3\left(1 - \sigma\varphi^{\frac{1-k}{k+\mu\,c_{\text{м}}/c_v}}\right) - T_1(1-\sigma)\,\varphi^{\frac{k-1}{k}}\right] + \mu\,c_{\text{м}} g_{\text{т}} T_3\left(1 - \varphi^{\frac{1-k}{k+\mu\,c_{\text{м}}/c_v}}\right)\right\}^{-1}. \tag{6}$$

Результаты расчета также представлены на рис. 2, *а* (кривая *4*). Как видно из рисунка, даже при $\mu = 1$ коэффициент избытка воздуха $\alpha > 1{,}5$, т. е. существенно превышает минимально допустимую величину $\alpha \approx 1{,}05$. При этом температура воздуха за регенератором (кривая *6*) $T_6 = 1600$—$1700°$ К. При уменьшении μ до 0 эта температура снижается до 1300—1400° К. Кривые *3* и *5* (рис. 2, *а*) характеризуют соответственно начальную температуру цикла и температуру газов в конце расширения.

Температуру T_6 можно существенно снизить путем уменьшения степени регенерации с соответствующим уменьшением α, однако при этом уменьшается к. п. д. цикла. Температура подогрева воздуха 1500—1600° К может быть получена в регенеративных теплообменных аппаратах с неподвижной или движущейся насадкой — промежуточным теплоносителем.

Применение двухфазного рабочего тела дает возможность также снизить максимальную начальную температуру газа при сохранении достаточной для термической ионизации температуры в конце процесса расширения. Это объясняется приближением процесса расширения к изотермическому при увеличении концентрации твердой фазы (1).

Применение двухфазного рабочего тела наряду с рассмотренными ранее термодинамическими преимуществами интенсифицирует также процессы теплообмена и существенно сокращает требуемые поверхности теплообменных аппаратов, а в некоторых вариантах (рис. 1) позволяет заменить рекуперативные теплообменники более эффективными регенеративными с движущимся промежуточным теплоносителем.

Оценим приближенно изменение поверхностей теплообмена при использовании двухфазных рабочих тел. Основными теплообменными аппаратами газотурбинной установки замкнутого цикла (рис. 2, *б*) являются регенератор, холодильник и огневой котел. В регенераторе такой установки процесс теплообмена интенсифицируется с двух сторон поверхности нагрева. Коэффициент теплообмена от двухфазного потока к стенке может быть записан в виде $\alpha_{дв} = \alpha_{од}(1 + c\mu)$. Тогда, пренебрегая сопротивлением стенки и принимая коэффициенты теплообмена с двух сторон стенки одинаковыми, коэффициент теплопередачи в регенераторе можно определить из выражения

$$k_{рег} \approx \frac{\alpha_{дв}^2}{2\,\alpha_{дв}} = \frac{1 + c\,\mu}{2}\,\alpha_{од}. \tag{7а}$$

Используя аналогичные допущения, можно (также приближенно) записать и коэффициент теплопередачи в холодильнике и огневом котле[1] соответственно в виде

$$k_{хол} \approx \alpha_{дв} = (1 + c\,\mu)\,\alpha_{од}, \tag{7б}$$

$$k_{о.к} \approx \frac{\alpha_{од}\,\alpha_{дв}}{\alpha_{од} + \alpha_{дв}} = \frac{1 + c\,\mu}{2 + c\,\mu}\,\alpha_{од}. \tag{7в}$$

Из (7 а—в) видно, что при $\mu = 1$ и $c = 0{,}25$ поверхности регенератора и холодильника сокращаются на 25%, а огневого котла — на 11% по сравнению со случаем использования однофазного рабочего тела.

При протекании двухфазных потоков через теплообменные аппараты увеличиваются удельные гидравлические сопротивления на 1 $м^2$ поверхности теплообмена $\Delta p_{уд}$. Однако при этом общего увеличения сопротивлений может и не быть, поскольку обычно на общее сопротивление уменьшение суммарной поверхности F оказывает большее влияние, чем увеличение $\Delta p_{уд}$.

Перспективным направлением использования двухфазных рабочих тел является радиоактивная газовзвесь, газовая фаза которой при определенных условиях может явиться неравновесной плазмой. При этом создается возможность снизить температуру рабочего тела до реально достижимых уже в настоящее время значений и более полно использовать температурный потенциал непосредственно в МГД-генераторе.

[1] В огневом котле при использовании двухфазного потока должен существенно измениться лучистый теплообмен, однако в настоящее время это изменение достаточно достоверно оценить не представляется возможным.

Обозначения

n — показатель политропы; k — показатель адиабаты; $c_м$ — теплоемкость твердой фазы; c — теплоемкость газообразной фазы; μ — массовая концентрация твердой фазы; $\eta_{t\,раз}^{н.р}$ — к. п. д. идеального нерегенеративного разомкнутого цикла; $\eta_{t\,раз}^{р}$ — к. п. д. идеального регенеративного разомкнутого цикла; $l_{уд}$ — удельная работа цикла; φ — степень повышения давления; T_3 — начальная температура цикла; T_1 — температура окружающего воздуха; $\tau = T_3/T_1$; α — коэффициент избытка воздуха при сгорании топлива; σ — степень регенерации; $g_т$ — теоретически необходимое для сжигания единицы топлива количество воздуха; $Q_р^н$ — теплотворная способность топлива; $\alpha_{од(дв)}$ — коэффициент теплообмена от однофазного потока к стенке (от двухфазного потока); $k_{рег(хол,\,о.к)}$ — коэффициенты теплопередачи соответственно в регенераторе, холодильнике, огневом котле; c — постоянный коэффициент.

ЛИТЕРАТУРА

1. З. Р. Горбис. Теплообмен дисперсных сквозных потоков. Изд. «Энергия», М.—Л., 1964.
2. И. Т. Эльперин, В. А. Минков. Способ утилизации тепла отходящих газов МГД-генератора. Авторское свидетельство № 167585, 1962.
3. И. Т. Эльперин, В. А. Минков. ИФЖ, **VII**, № 9, 1964.

Л. Н. НОВИЧЕНОК

РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТОНКИХ ИЗОЛЯЦИОННЫХ СЛОЕВ И ПОКРЫТИЙ

Наряду с вопросами применения новых тонких полимерных материалов встает вопрос исследования их тепловых свойств. Однако существующие методы определения теплофизических характеристик материалов, несмотря на их многочисленность и разнообразие, позволяют испытывать тела сравнительно больших размеров. Что касается тонких слоев и покрытий, то в настоящее время имеется очень мало работ [1—6] по исследованию их свойств.

Применение абсолютных методов для определения теплофизических характеристик тонких слоев связано с рядом трудностей. В частности, необходимо измерять температуру внутри тонкого слоя.

В стационарном тепловом режиме измеряется перепад температуры по толщине слоя и определяется только один коэффициент теплопроводности, а остальные коэффициенты определяются другими методами. Это в большинстве случаев является нецелесообразным, так как приходится создавать новые установки, затрачивать много времени и средств.

В настоящее время наиболее перспективными являются нестационарные и квазистационарные методы, позволяющие на основе данных одного непродолжительного опыта определять все теплофизические характеристики исследуемого материала.

Нами был разработан метод, в основу которого положена нестационарная часть решения задачи теплопроводности для двухсоставного стержня.

Математическая постановка задачи

Имеется система тел, состоящая из ограниченного и полуограниченного стержней с разными теплофизическими коэффициентами (λ, c, γ). В начальный момент времени свободный конец стержня мгновенно нагревается до температуры t_c, которая поддерживается постоянной на протяжении всего процесса нагревания (граничные условия первого рода). Боковые поверхности стержней имеют тепловую изоляцию (рис. 1): распределение температуры находится по длине стержней.

Задача запишется в виде:

$$\frac{\partial t_1(x,\ \tau)}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t_1(x,\ \tau)}{\partial x^2} \quad (\tau > 0;\ \ 0 < x < R); \tag{1}$$

$$\frac{\partial t_2(x,\ \tau)}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 t_2(x,\ \tau)}{\partial x^2} \quad (\tau > 0;\ \ R < x < \infty); \tag{2}$$

$$t_1(x,\ 0) = t_2(x,\ 0) = 0; \tag{3}$$

$$t_1(R,\ \tau) = t_2(R,\ \tau); \tag{4}$$

$$\lambda_1 \left.\frac{\partial t_1(x,\ \tau)}{\partial x}\right|_{x=R} = \lambda_2 \left.\frac{\partial t_2(x,\ \tau)}{\partial x}\right|_{x=R}; \tag{5}$$

$$t_1(0,\ \tau) = t_c = \text{const}; \tag{6}$$

$$t_2(\infty,\ \tau) = 0. \tag{7}$$

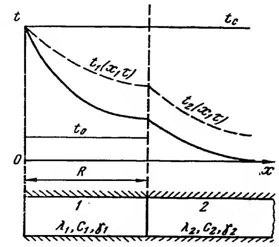


Рис. 1. Система двух тел — ограниченный и полуограниченный стержни

Решения уравнений (1) и (2) при начальных и граничных условиях (3) — (7) даны в работе [8] и имеют вид:

$$\vartheta_1 = \frac{t_1(x,\ \tau)}{t_c} = \operatorname{erfc}\frac{x}{2\sqrt{a_1\tau}} - h\sum_{n=1}^{\infty} h^{n-1}\left[\operatorname{erfc}\frac{2nR - x}{2\sqrt{a_1\tau}} - \operatorname{erfc}\frac{2nR + x}{2\sqrt{a_1\tau}}\right], \tag{8}$$

$$\vartheta_2 = \frac{t_2(x,\ \tau)}{t_c} = \frac{2K_\varepsilon}{1 + K_\varepsilon}\sum_{n=1}^{\infty} h^{n-1} \times \operatorname{erfc}\left[\frac{x - R + (2n-1)\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}\,R}{2\sqrt{a_2\tau}}\right]. \tag{9}$$

где

$$K_\varepsilon = \frac{\lambda_1}{\sqrt{a_1}}\,\frac{\sqrt{a_2}}{\lambda_2}; \quad h = \frac{1 - K_\varepsilon}{1 + K_\varepsilon}.$$

Выражение (8) представляет собой распределение температуры в ограниченном стержне. Если рассматривать этот стержень как исследуемое покрытие толщиной $R=0{,}2 \div 1$ *мм*, то точное экспериментальное определение температуры в нем является сложной задачей, так как существующие датчики температуры трудно зачеканить в таком тонком слое.

Поэтому проанализируем только решение (9), которое представляет собой распределение температуры в полуограниченном стержне.

Пусть наша система состоит из изоляционных материалов: ограниченный стержень представляет собой пластинку толщиной $R=0{,}0002$ *м* с коэффициентом теплопроводности $\lambda_1=0{,}35$ *вт/м*·°C и коэффициентом температуропроводности $a_1=4\cdot10^{-7}$ *м²/сек*, а полуограниченный стержень возьмем из полиметилметакрилата с $\lambda_2=0{,}184$ *вт/м*·°C и $a_2=1\cdot10^{-7}$ *м²/сек*. (Можно взять другую пару материалов, но чтобы $K_\varepsilon = 0{,}8 \div 0{,}99$. В остальных случаях необходимо учитывать большее количество членов ряда (9) при выводе расчетных формул). Тогда $K_\varepsilon = 0{,}97$, $h=0{,}0152$; время возьмем максимальное: $\tau=60$ *сек*, а толщину минимальную, причем $x=R=0{,}0002$ *м*.

При других значениях x и τ сходимость ряда (9) усиливается.

Запишем уравнение (9) в развернутом виде и вычислим четыре члена ряда:

$$\vartheta_2 = \frac{2K_\varepsilon}{1+K_\varepsilon}\left(h^0 \operatorname{erfc}\frac{R}{2\sqrt{a_1\tau}} + h \operatorname{erfc}\frac{3R}{2\sqrt{a_1\tau}} + h^2 \operatorname{erfc}\frac{5R}{2\sqrt{a_1\tau}} + h^3 \operatorname{erfc}\frac{7R}{2\sqrt{a_1\tau}} + \ldots\right) =$$

$$= 0{,}985(\operatorname{erfc}0{,}0204 + 0{,}0152\operatorname{erfc}0{,}0612 + 0{,}000232\operatorname{erfc}0{,}102 + 0{,}00000352\operatorname{erfc}0{,}143 + \ldots) = 0{,}95 + 0{,}0139 + 0{,}000202 + 0{,}00000291 + \ldots$$

Таким образом, оценка членов ряда показывает, что для расчетов можно пользоваться с погрешностью в 1% первым членом ряда. В связи с этим решение (9) перепишем в виде

$$\vartheta = \frac{2K_\varepsilon}{1+K_\varepsilon}\operatorname{erfc}\left[\frac{x-R+\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}\,R}{2\sqrt{a_2\tau}}\right]. \qquad (10)$$

При выводе расчетных формул рассмотрим два варианта.

Вариант 1. Определение теплофизических характеристик осуществляется по двум температурно-временным точкам. Пусть в точке $x=R$ в момент времени τ' относительная температура будет

$$\vartheta_{x=R} = \frac{2K_\varepsilon}{1+K_\varepsilon}\operatorname{erfc}\frac{R}{2\sqrt{a_1\tau'}}. \qquad (11)$$

Такая же температура в точке $x>R$ достигается за время τ'', тогда

$$\vartheta_{x>R} = \frac{2K_\varepsilon}{1+K_\varepsilon}\operatorname{erfc}\left(\frac{x-R+\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}\,R}{2\sqrt{a_2\tau''}}\right). \qquad (12)$$

Приравнивая (11) к (12), получаем

$$\operatorname{erfc}\frac{R}{2\sqrt{a_1\tau'}} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x-R+R\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}}{2\sqrt{a_2\tau''}}\right). \qquad (13)$$

Так как функция $\operatorname{erfc}X$ однозначная, то можно записать

$$\frac{R}{2\sqrt{a_1\tau'}} = \frac{x-R+R\sqrt{\frac{a_2}{a_1}}}{2\sqrt{a_2\tau''}}. \qquad (14)$$

Из уравнения (14) получаем выражение для коэффициента температуропроводности

$$a_1 = \frac{a_2R^2}{\tau'(x-R)^2}\left(\sqrt{\tau''}-\sqrt{\tau'}\right)^2. \qquad (15)$$

Выражение для коэффициента теплопроводности получается при помощи подстановки (15) в (11):

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_2 R\,\Delta\sqrt{\tau}}{\delta\sqrt{\tau'}\left(\frac{2}{\vartheta}\operatorname{erfc}\frac{\delta}{2\sqrt{a_2}\,\Delta\sqrt{\tau}}-1\right)}, \qquad (16)$$

где

$$\delta = x-R; \quad \Delta\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau''}-\sqrt{\tau'}.$$

Вариант 2. Определение теплофизических характеристик осуществляется по одной температурно-временной точке. Анализ выражения (11) показывает, что можно получить для λ_1 и a_1 более простые выражения.

Действительно, пусть в какой-то момент времени τ' относительная температура в точке $x=R$ будет ϑ', а во времени τ'' будет ϑ''.

Возьмем отношение этих температур, обозначив через

$$\alpha=\sqrt{\frac{\tau''}{\tau'}}, \quad k=\frac{R}{2\sqrt{a_1\tau'}},$$

$$\beta=\left(\frac{\vartheta''}{\vartheta'}\right)_{x=R}=\frac{\operatorname{erfc}(\alpha^{-1}k)}{\operatorname{erfc}k}. \tag{17}$$

В этом случае расчетная формула для коэффициента температуропроводности будет иметь вид

$$a_1=\frac{R^2}{4k^2\tau'}, \tag{18}$$

а для коэффициента теплопроводности путем подстановки (18) в (11) получим

$$\lambda=\frac{bR}{2Ak\sqrt{\tau'}}, \tag{19}$$

где

$$b=\frac{\lambda_2}{\sqrt{a_2}}; \qquad A=\frac{2}{\vartheta'}\operatorname{erfc}k-1.$$

Значение величины k определяется из выражения (17). Для этого следует предварительно рассчитать табл. 1 для значений $k=0{,}01\div1$ при фиксированном значении α. Для удобства расчета выбраны кратные промежутки времени $\tau''=n\tau'$ ($n=2, 3, 4, 5,...$).

Эти два метода предполагают, что теплофизические характеристики полуограниченного стержня являются величинами известными и постоянными во время проведения эксперимента.

Все величины, входящие в расчетные формулы, могут быть легко и с большой точностью измерены. Следует еще отметить, что относительную температуру ϑ' можно измерять значительно проще и точнее, чем абсолютную температуру, необходимую для расчетов в других методах, так как отпадает необходимость в градуировке термопар.

Варианты 1 и 2 дополняют друг друга. Они являются модификацией метода Волькенштейн [9] и очень просты в экспериментальном оформлении.

Погрешность метода

При определении теплофизических характеристик материалов иногда получается некоторый разброс полученных результатов. Это объясняется тем, что в экспериментах не всегда строго соблюдаются начальные и граничные условия. Поэтому следует оценивать погрешности, вносимые при измерении величин, входящих в расчетные формулы, а также влияние различных факторов на точность проведения эксперимента.

Обычно оценивают теоретическую и инструментальную погрешности. Теоретическая погрешность состоит из всевозможных допущений, принятых при выводе расчетных формул.

Нами было сделано одно допущение: рассматривался только первый член ряда (9). Затем была вычислена погрешность при этом допущении, которая примерно составляет 1%.

Инструментальная максимальная погрешность в измерении тепло- и температуропроводности изоляционных слоев и покрытий при толщине 0,2 *мм* равна 10—12%, при остальных толщинах ~ 8%.

Методика измерения и экспериментальная установка

Для исследования тонкого слоя или покрытия очень важно иметь безынерционный источник постоянной температуры, микротермопары или пленочные термометры сопротивления для измерения температур внутри системы, идеальный тепловой контакт на стыке обоих стержней. Эти требования вытекают из условий задачи, решение которой положено в основу метода. Тепловая изоляция боковой поверхности может отсутствовать, если боковые утечки тепла не будут искажать распределение температуры по оси стержней. Действительно, при идеальной боковой изоляции изотермические поверхности в системе будут параллельны торцовой поверхности, на которой действует источник постоянной температуры. При боковых утечках тепла изотермические поверхности искривляются, так как температура у края стержня будет меньше, чем по оси. При малых значениях критерия Био (Bi=4—10) (в спокойном воздухе при комнатной температуре) это уменьшение температуры будет незначительным и в центральной части системы изотермические поверхности не будут искажаться и остаются параллельными. На рис. 2 показано исследование температур-

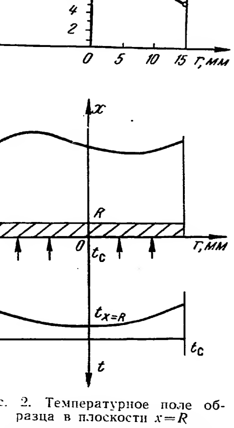


Рис. 2. Температурное поле образца в плоскости $x=R$

ного поля системы в плоскости $x=R$. Оказывается, что при диаметре стержня $D=30$ *мм* по оси в окрестности $r=5$ *мм* наблюдается такая же температура, что и при наличии боковой изоляции.

Исходя из этого, в опытах боковая изоляция образцов не применялась, что несколько облегчает экспериментальное оформление.

Подготовка образца к исследованию

Сначала выбирается эталонный материал. Нами был использован полиметилметакрилат, теплофизические характери-

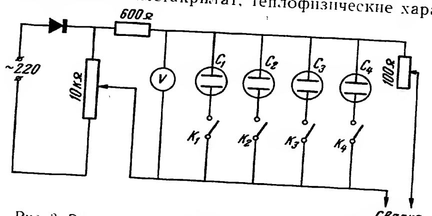


Рис. 3. Электрическая схема прибора для сварки микротермопар ($C_1=C_2=20$ *мф*, $C_3=C_4=50$ *мф*)

стики которого определялись двумя методами [9] и [10]. Затем изготавливались цилиндрические образцы диаметром 30 и высотой 25 *мм*. Эти размеры взяты не случайно. Согласно условию задачи, второй стержень должен быть полуограниченным, т. е. таким, чтобы температура на противоположном конце стержня не изменялась за время эксперимента.

Действительно, если принять перепад температуры в 10° С, то за время эксперимента $\tau=60$ *сек* на расстоянии $x=25$ *мм* температура будет изменяться меньше чем на сотую долю градуса. Это изменение температуры является незначительным и можно считать стержень полуограниченным. В качестве датчика температуры применялись дифференциальные медь-константановые термопары с диаметром электродов в 30—50 *мк*. Они изготавливались на специальном приборе (рис. 3). Этот прибор позволяет сваривать термопарные проволоки встык при помощи конденсаторного разряда. Такая термопара зачеканивается на торцовой поверхности изготовленного образца по диаметру. Над ней приклеивается плоскопараллельный диск из того же материала толщиной примерно 1 *мм*. Затем на свободной поверхности этого диска делается по линии за-

кладки первой термопары небольшая канавка (глубиной ∼ ∼20 *мк*), которая протравливается дихлорэтаном. Затем натягивается другая термопара по канавке. Сверху накладывается полированная плоскопараллельная металлическая пластинка, и вся эта система зажимается в тисках до полного высыхания. Другие спаи термопар приклеивались с противоположной стороны образца. Чувствительные элементы термопар располагаются по оси образца (рис. 4).

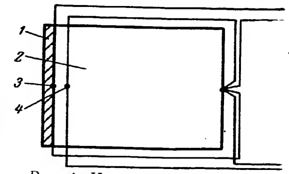


Рис. 4. Исследуемый образец:
1 — покрытие (слой); *2* — эталонный материал; *3*, *4* — термопары

После этого на поверхность такого цилиндра наносится равномерный слой исследуемого покрытия, толщина которого измеряется при помощи микрометра с точностью 0,5 *мк*. Таким образом, приготовленный образец помещается в держатель. Выводы термопар присоединяются к электронному самописцу ЭПП-09 с пределами измерения 0÷1 *мв* и временем пробега каретки 2,5 *сек*.

Сущность метода заключается в следующем. В какой-то начальный момент времени $\tau=0$ на свободной поверхности образца начинает действовать источник постоянной температуры t_c, которая на 8—10° С выше начальной температуры системы t_0 и поддерживается до конца эксперимента. Самописец записывает рост температуры со временем в точках x и R, а также регистрирует постоянство температуры t_c, для измерения которой применяется дифференциальная термопара, изготовленная из такой же проволоки. Зная температуру в точках x и R, в любой момент времени несложно из расчетных формул (15), (16), (18) и (19) вычислить искомые значения коэффициентов тепло- и температуропроводности.

Применяемые таким образом варианты 1 и 2 позволяют контролировать друг друга при определении теплофизических характеристик исследуемого материала, результаты которых хорошо согласуются в пределах вычисленной погрешности.

Вариант 2 значительно проще в экспериментальном оформлении (в образце используется одна термопара) и при расчетах. Основная трудность в нахождении величины k. Для этого используется табл. 1, которая аналитически рассчитана из выражения (17). Опытные данные позволяют определить величину $\beta=\frac{t''}{t'}$ при каком-то фиксированном $\alpha=\sqrt{\frac{\tau''}{\tau'}}$, а из табл. 1 для данных значений α и β находятся k.

Таблица 1

Определение величины k

k	α	1,225	1,414	1,581	1,732	1,871	2
	erfc k	β					
0,01	0,98872	1,0020	1,0033	1,0042	1,00505	1,0053	1,0057
0,02	0,97744	1,0043	1,0068	1,0085	1,0097	1,01075	1,0115
0.03	0,96619	1,0065	1,0103	1,0129	1,0148	1,01635	1,0175
0,04	0.95489	1,0087	1,0131	1,01735	1,0199	1.0219	1,0236
0,05	0,94363	1,0110	1,01745	1,0219	1,02519	1,0278	1,02985
0,06	0,93238	1,0133	1,0212	1,0267	1,0306	1,0359	1,0362
0,07	0,92114	1,0157	1,0250	1,0314	1,03613	1,0398	1,04275
0,08	0,90992	1,0181	1,0289	1,0363	1,04181	1.0460	1,0494
0,09	0,89872	0,0206	1,0328	1,0413	1,0475	1,05235	1,0562
0,10	0,88754	1,0232	1,03695	1,0464	1,0534	1,0588	1,0632
0,11	0,87698	1,0257	1,0411	1,0516	1,0594	1,0655	1,0703
0,12	0,86524	1,0285	1.0454	1,05695	1,0655	1.07225	1,0776
0,13	0,85413	0,0311	1,0497	1,0624	1,0718	1,07916	1,0850
0,14	0,84305	1,0341	1,0541	1,0679	1,0782	1,0862	1,0926
0,15	0,83201	1,0366	1,05855	1,0736	1,0847	1,0934	1,1004
0,16	0,82099	1,0396	1,0632	1,0794	1,09145	1,1008	1,1083
0.17	0.81001	1,0426	1,0679	1,0854	1,0983	1,1083	1,1164
0,18	0,79907	1,0455	1,07265	1,0914	1,10525	1,1160	1,1247
0,19	0,78816	1,0485	1,0776	1,0975	1,11235	1,1234	1,1332
0,20	0,77730	1,0517	1,0825	1,1038	1,1196	1,1319	1,1418
0,21	0,76648	1,0548	1,0876	1,1110	1,1271	1,1401	1,1506
0,22	0,75571	1,0579	1,0928	1,1168	1,1346	1,1488	1,1597
0,23	0,74498	1,0613	1,0981	1,1235	1,14235	1,1571	1,1689
0,24	0,73340	1,0646	1,10355	1,13035	1.1502	1,1658	1,1783
0,25	0.72367	1.0680	1,1090	1,1374	1,1584	1.1748	1,1879
0,26	0,71310	1,0715	1,1146	1,1444	1,1666	1,1838	1,1978
0,27	0,70258	1,0750	1,1203	1,15165	1,17495	1,1932	1,2078
0,28	0,69212	1,0789	1,1251	1,1591	1,1835	1,2027	1,2180
0,29	0,68172	1,0823	1,1321	1,1667	1,1924	1,21206	1,2285
0,30	0,67137	1,0859	1,1382	1,1744	1,2013	1,2223	1,2393
0,31	0,65109	1,0897	1,1444	1,1822	1,2112	1,2324	1,2500
0,32	0.65088	1.0932	1.15065	1.1902	1.2197	1,2428	1,2612
0,33	0,64077	1.0975	1,1570	1,1985	1,2293	1,2533	1,2726
0.34	0.63064	1,1016	1,1671	1,2067	1,2389	1.2641	1,2844
0.35	0,62062	1,1056	1,1703	1,2152	1,2488	1,2750	1,2963
0,36	0.61067	1,1097	1,1771	1,2239	1,2589	1,2864	1,3085
0,37	0.60080	1,11403	1,1839	1,23285	1,2693	1,2978	1,22091
0,38	0.59099	1,11827	1.1911	1.2419	1,2798	1,3096	1,3336
0,39	0,58126	1,1226	1,1983	1,2510	1,2914	1,3216	1,3466
0,40	0.57161	1,1271	1,2055	1,2605	1,3016	1,3337	1,3598
0,41	0.56203	1,13155	1,2130	1,2701	1,31275	1,3463	1,3734
0.42	0.55253	1.1366	1,2207	1,2798	1.3242	1,3589	1,3872
0,43	0,54311	1,1409	1,2284	1,28975	1,3358	1,3721	1,40135
0.44	0,53378	1,1455	1,2362	1,29995	1,3478	1,38525	1,4158
0,45	0,52452	1,1503	1,2444	1.3104	1,3599	1,3989	1,4305
0,46	0,51535	1,1553	1,2525	1,3209	1,3723	1,4127	1,4456
0,47	0,50626	1,1602	1,2608	1,3316	1,3849	1,4269	1,4610
0,48	0,49725	1,1654	1,2693	1,3427	1,3979	1,4414	1,4767
0,49	0,48838	1,1705	1,2781	1,3539	1,41113	1,4562	1,4928
0,50	0,47950	1,1757	1.2868	1,3654	1,4245	1,4714	1,5092

Продолжение таблицы 1

k	α	1,225	1,414	1,581	1,732	1,821	2
	erfc k	β					
0,51	0,47076	1,18115	1,2957	1,3770	1,4383	1,4888	1,5260
0,52	0,46210	1,1865	1,3049	1,3889	1,4524	1,5025	1,5432
0,53	0,45354	1,1920	1,3143	1,4009	1,4689	1,52065	1,5607
0,54	0,44506	1,19765	1,3237	1,4135	1,4813	1,5350	1,5786
0,55	0,43668	1,2033	1,3333	1,4260	1,4962	1,5516	1,5969
0,56	0,42839	1,2092	1,3433	1,4389	1,5115	1,5689	1,6156
0,57	0,42019	1,2150	1,3533	1,4521	1.5269	1,5864	1,6348
0,58	0,41208	1,22085	1,3634	1,4655	1,5428	1,6043	1,6543
0,59	0,40406	1,2273	1,3738	1,4971	1,5592	1,6227	1,6744
0,60	0,39614	1,2332	1,3845	1,4931	1,5758	1,6412	1,6948
0,61	0,38832	1,2393	1,3952	1,5074	1,5926	1,6604	1,7156
0,62	0,38059	1,24585	1,4062	1,5218	1,6097	1,6798	1,7370
0,63	0,37295	1,2522	1,4175	1,5365	1,6276	1,6998	1,7589
0,64	0,36542	1,2587	1,4288	1,5516	1,6455	1,7192	1,7812
0,65	0,35797	1,2655	1,4404	1,5671	1,6638	1,7410	1,8040
0,66	0,35062	1,2722	1,4521	1,5827	1,6825	1,8622	1,8274
0,67	0,34337	1,2793	1,4644	1,5987	1,7019	1,7839	1.8509
0,68	0.33622	1,2862	1,4753	1,6151	1,7213	1,8062	1,8757
0,69	0,32916	1,2932	1,4890	1,6318	1,7412	1,8288	1,9006
0,70	0,32220	1,30055	1,5019	1,6487	1,7616	1,8522	1,9262
0,71	0.31534	1,3057	1,5147	1,6659	1,7826	1,8757	1,9523
0,72	0.30857	1,3153	1,5278	1,6837	1,8038	1,9001	1,9790
0,73	0,30190	1,3229	1,5412	1,70185	1,8285	1,9247	2,0064
0,74	0,29532	1,3305	1,5551	1,7204	1,8478	1,9502	2,0344
0,75	0,28885	1,3383	1,5690	1,7392	1,8705	1,9761	2,0629
0,76	0,28246	1,3467	1,5831	1,7582	1,8937	2,0030	2,0923
0,77	0,27618	1,3543	1,5978	1,7778	1,9173	2,0298	2,1222
0,78	0,26999	1,3626	1,6124	1,7977	1,9417	2,0574	2,1529
0,79	0,26390	1,3708	1,6274	1,8179	1,9663	2,0859	2,1842
0.80	0,25790	1,3791	1,6429	1.83885	1,9915	2,1146	2.2164
0,81	0,25200	1,3879	1,6583	1,86015	2,0172	2,1444	2,2492
0,82	0,24619	1,3965	1,6741	1,8817	2,0439	2,1746	2,2829
0,83	0,24048	1,4053	1,6902	1,9037	2,0707	2,2057	2,3215
0,84	0,23486	1,4144	1,7069	1,9264	2,0982	2,2372	2,3526
0,85	0,22933	1,4234	1,7236	1,9495	2,1263	2,2699	2,3887
0,86	0,22390	1,4327	1,7406	1,9729	2,1553	2,3033	2,4257
0,87	0,21856	1,4422	1,7579	1,9968	2,1847	2,3371	2,4635
0,88	0,21331	1,4516	1,7759	2,0214	2,2147	2,3720	2,5022
0.89	0.20816	1,4615	1,7939	2,0465	2,2452	2,4073	2,5421
0.90	0,20309	1,4712	1,8122	2,0717	2,2770	2,4341	2,5827
0,91	0,19812	1,4811	1,8308	2,0979	2,3090	2,4810	2,6243
0,92	0,19323	1,4915	1,8503	2,1247	2,3418	2,5194	2,6670
0,93	0,18844	1,5016	1,8696	2,1519	2,37545	2,5581	2,7106
0,94	0,18373	1,5121	1,88935	2,1793	2,4100	2,5984	2,7555
0.95	0,17911	1,5229	1,9099	2,2078	2,4450	2,6786	2,8013
0,96	0.17458	1,5322	1,9303	2,2368	2,4808	2,6811	2,8483
0,97	0,17013	1,54475	1,9513	2,2665	2,5238	2,7243	2,8965
0,98	0,16577	1,5558	1,97255	2,2964	2,5555	2,7679	2,9458
0,99	0,16749	1,5669	1,9947	2,3273	2,5938	2,8130	2,9965
1,00	1,15730	1,5787	2,0168	2,3589	2,6330	2,8475	2,0483

10. Зак. 279

Для удобства и точности отсчета температуры на диаграммной бумаге самописца при помощи несложного автоматического устройства (рис. 5) производятся отметки времени непосредственно на кривой записи температуры (рис. 6).

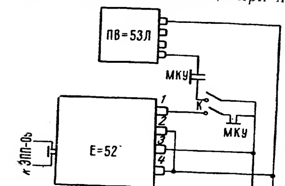


Рис. 5. Принципиальная электрическая схема подачи импульсов времени на вход потенциометра

В исследованиях использовалась установка, описанная в работе [7], где в качестве источника постоянной температуры применялась термостатированная движущаяся жидкость. Так как исследуемое покрытие тонкое, то опыт длится обычно 30—60 *сек*. Определение теплофизических характеристик тонких слоев производится аналогичным образом. Поскольку слои готовые, процесс подготовки образца к испытанию значительно упрощается.

В варианте 2 при расчетах необходимо знать только тепловую активность полуограниченного стержня, т. е. величину $b = \frac{\lambda}{\sqrt{a}}$, а для вычисления коэффициента температуропро-

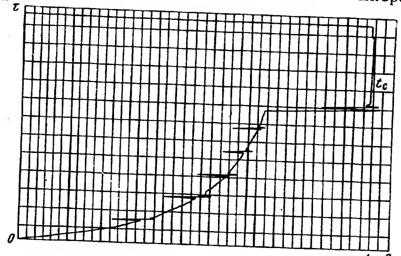


Рис. 6. Кривая записи температуры на диаграммной бумаге потенциометра ЭПП-09

водности знание теплофизических характеристик совсем не нужно. В исследованиях были использованы наиболее употребляемые в промышленности лакокрасочные материалы (см. табл. 2).

Таблица 2

Теплофизические характеристики некоторых пленкообразующих веществ

Вещества	λ, *вт /м·°С*	$a \cdot 10^7$, *м²/сек*
Эпоксидная смола Э-41	0,138	0,61
Перхлорвиниловая смола СПС	0,111	0,43
Кремнийорганический лак К-55	0,128	0,63
Акриловая смола АС	0,168	0,87
Пентафталиевый лак 170	0,114	0,55

На тепловые свойства пленкообразующих веществ сильно влияют различные пигменты, применяемые при изготовлении эмалей. На основе акриловой смолы АС были приготовлены растворы с различными пигментами при одном и том же объемном соотношении (табл. 3).

Таблица 3

Теплофизические характеристики лакокрасочных покрытий на основе акриловой смолы АС с различными пигментами

Пигменты	Толщина покрытия, *мм*	Соотношение смола АС : пигмент		Теплофизические коэффициенты покрытия	
		объемное	весовое	λ, *вт/м·°С*	$a \cdot 10^7$, *м²/сек*
ZnO	0,369	1:0,2	1:1	0,250	2,2
TiO_2	0,336	1:0,2	1:0,76	0,240	6,2
Al_2O_3	0,471	1:0,2	1:0,69	0,302	1,75
Cr_2O_3	0,646	1:0,2	0:0,84	0,250	1,65

Вычисленные значения тепло- и температуропроводности получены из расчетных формул (18) и (19) и относятся к комнатной температуре.

Таким образом, разработано два нестационарных метода, позволяющих одновременно из одного опыта быстро определять коэффициенты тепло- и температуропроводности тонких изоляционных слоев и покрытий и контролировать друг друга.

Экспериментальное оформление этих методов не представляет особых трудностей. Поэтому осуществить такую методику измерения можно в любой лаборатории, занимающейся тепловыми измерениями. Важной особенностью разработанных методов является то, что нет необходимости градуировать термопары, так как в расчеты входит относительная температура. Достаточно применять термопары из одинаковых про-

волок. Это значительно облегчает вычисление истинных значений измеряемых величин.

Проведенные эксперименты показывают, что вычисленные результаты для пленкообразующих веществ и тонких полимерных слоев являются воспроизводимыми и отличаются между собой в пределах инструментальной погрешности.

Обозначения

λ_1, a_1 — тепло- и температуропроводность исследуемого материала; λ_2, a_2 — тепло- и температуропроводность эталонного материала; ϑ — относительная температура; τ — время; R — толщина исследуемого материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ф. Бегункова. Труды ЛИТМО, вып. 12, 1956.
2. А. Р. Шульман, В. Н. Федоров, М. А. Шепсенвол. ЖТФ, **XXII**, вып. 8, 1952.
3. А. И. Вейник. Испытание кокильных красок на теплопроводность. Машгиз, 1956.
4. F. Baxter. Proc. Phys. Soc., **58**, 1946.
5. A. E. Pengelly. Br. J. Appl. Phys., **6**, № 1, 1955.
6. А. Б. Вержинская. ИФЖ, **VII**, № 4, 1964.
7. Л. Н. Новиченок. ИФЖ, **VI**, № 9, 1963.
8. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. Машгиз, 1952.
9. В. С. Волькенштейн. ЖТФ, **XXIV**, вып. 2, 1954.
10. А. Б. Вержинская, Л. Н. Новиченок. ИФЖ, **III**, № 9, 1960

Г. А. ФАТЕЕВ

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ СЛОЯ ШИХТЫ ПРИ СПЕКАНИИ АГЛОМЕРАТА

Температурное поле в слое шихты является важным показателем процесса агломерации. Поэтому нахождение зависимости его от параметров, которые можно определить или задать при ведении процесса, поможет решить ряд практических задач, стоящих перед производством агломерата.

Специальным исследованием [1] установлено, что температурные профили в слое реальной агломерационной шихты и в слое шихты из инертного материала подобны, а скорости перемещения зоны слоя, в которой происходит горение топлива, подчиняются общей закономерности независимо от вида материала шихты. Поэтому целесообразно вначале дать упрощенное аналитическое описание теплообмена в слое шихты из инертного материала, который в результате теплового воздействия не меняет своих свойств, а тепловыделение в слое такого материала сводится к теплоте горения топлива шихты.

Как известно, теплообмен в слое шихты характеризуется совершенным тепловым контактом между частицами шихты и газом, фильтруемым через слой. Если при этом разница между градиентами средних температур в слое материала и в фильтруемом газе на каждом горизонте слоя незначительна, то дифференциальное уравнение переноса тепла в слое шихты будет иметь вид

$$\rho c_{м} \frac{\partial t}{\partial \tau} = \varepsilon \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - j c_{г} \frac{\partial t}{\partial x} + w. \tag{1}$$

Мощность внутреннего источника тепла в уравнении (1) можно выразить через закон горения частиц топлива, учитывая, что он сохраняет свою силу на всей высоте слоя шихты, за исключением узких по высоте участков слоя, прилегающих к поверхности шихты и к колосниковой решетке [1]:

$$w = \begin{cases} 0; \ \tau < \tau_0 \\ q_i^{*} f(\tau - \tau_0); \ \tau > \tau_0 \end{cases} \tag{2}$$

Закон горения топлива, представленный функцией $f(\tau-\tau_0)$, выражает скорость выделения тепла к моменту времени τ в результате горения всех частиц данного горизонта слоя с момента их воспламенения τ_0. Тепло при этом измеряется в долях от полной теплоты горения всех частиц топлива этого горизонта. Если предположить, что тепловыделение пропорционально выгорающей массе топлива, то функции $f\,(\tau-\tau_0)$ можно придать значение скорости изменения массовой доли частиц в момент времени τ. Очевидно, $\int\limits_{\tau_0}^{\infty} f(\tau-\tau_0)\,d\tau=1$, что указывает на полное выгорание всех частиц топлива данного горизонта слоя.

Располагая начало координат на поверхности слоя шихты, момент воспламенения τ_0 в выражении (2) можно заменить через x/v, так как скорость перемещения фронта воспламенения постоянна по всей высоте слоя шихты.

Важной особенностью агломерационного процесса является то обстоятельство, что в каждый момент времени топливо горит только в узкой по высоте зоне слоя шихты [2]. Решение дифференциального уравнения (1) найдено для случая, когда представляется возможным пренебречь толщиной этой зоны. При таком предположении выражение мощности внутреннего источника тепла принимает конкретный вид:

$$w=q\,\delta\left(\tau-\frac{x}{v}\right). \tag{3}$$

Воспламенение топлива шихты осуществляется интенсивным кратковременным подводом тепла к поверхности шихты. В результате прогревается только узкая поверхностная часть слоя, воспринимающая высокую температуру. Если, кроме того, предположить, что тепло, подводимое к поверхности слоя, полностью расходуется на нагревание потока воздуха, входящего в слой, т. е. отсутствуют тепловые потери в окружающую среду, то граничное условие на поверхности слоя шихты можно выразить так:

$$-\varepsilon\frac{\partial t\,(0,\tau)}{\partial x}=-jc_{\text{г}}\,[t\,(0,\tau)-t_{\text{c}}]+Q\,\delta(\tau). \tag{4}$$

Поскольку (4) однотипно с условием конвективного теплообмена на поверхности тела, представляется возможным учесть тепловые потери с поверхности слоя шихты за счет конвекции введением вместо $jc_{\text{г}}$ некоторого коэффициента α, причем $\alpha > jc_{\text{г}}$.

Учитывая, что на горизонтах слоя, лежащих несколько ниже зоны горения топлива, температура мало отличается от температуры окружающей среды, получим граничное условие вида

$$t\,(\infty,\tau)=t_{\text{c}}. \tag{5}$$

Таким образом, формулировка задачи сводится к следующему:

$$\frac{\partial t}{\partial\tau}=a\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}-u\frac{\partial t}{\partial x}+t_{\text{б}}\,\delta\left(\tau-\frac{x}{v}\right),$$

$$t\,(x,\ 0)=t_{\text{c}},$$

$$-\frac{\partial t\,(0,\ \tau)}{\partial x}=-H\,[t\,(0,\tau)-t_{\text{c}}]+\frac{Q}{\varepsilon}\,\delta\,(\tau)\,,$$

$$t\,(\infty,\tau)=t_{\text{c}};\quad a=\frac{\varepsilon}{\rho\,c_{\text{м}}};\quad u=\frac{jc_{\text{г}}}{\rho\,c_{\text{м}}};\quad t_{\text{б}}=\frac{q}{\rho\,c_{\text{м}}};\quad H=\frac{jc_{\text{г}}}{\varepsilon}\,.$$

Решение задачи получено операционным методом и имеет вид

$$t\,(x,\tau)-t_{\text{c}}=t_{\text{б}}\,v\left\{\frac{E\left(\tau-\frac{x}{v}\right)}{v-u}\left[1-\exp\left(-\frac{v-u}{a}x+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{v}{a}(v-u)\,\tau\right)\right]+\frac{\exp\left[-\frac{v-u}{a}x+\frac{v}{a}(v-u)\,\tau\right]}{2\,(v-u)}\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}-\right.$$

$$\left.-\frac{2v-u}{2}\sqrt{\frac{\tau}{a}}\right)-\frac{(v-u+aH)\exp\left[\frac{v}{a}x+\frac{v}{a}\,(v-u)\,\tau\right]}{2\,(v-u)\,(v-aH)}\times$$

$$\times\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}+\frac{2v-u}{2}\sqrt{\frac{\tau}{a}}\right)-$$

$$-\frac{(v+u-aH)\left(\frac{u}{2}-aH\right)\exp\,[Hx-H\,(u-aH)\,\tau]}{a\,(u-aH)\,[\,H\,(u-aH)+\frac{v}{a}(v-u)]}\times$$

$$\times\operatorname{erfc}\left[\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}-\left(\frac{u}{2}-aH\right)\sqrt{\frac{\tau}{a}}\,\right]-$$

$$
-\frac{\left[uH(u-aH)-\frac{v}{a}(v-u)(u-4aH)\right]}{2u(v-u)\left[H(u-aH)+\frac{v}{a}(v-u)\right]}\times
$$

$$
\times\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}-\frac{u}{2}\sqrt{\frac{\tau}{a}}\right)+
$$

$$
+\frac{[uH^2(u-aH)+H\frac{v}{a}(v-u)(3u-4aH)]\exp\left(\frac{u}{a}x\right)}{2\frac{u}{a}(v-u)(u-aH)\left[H(u-aH)+\frac{v}{a}(v-u)\right]}\times
$$

$$
\times\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}+\frac{u}{2}\sqrt{\frac{\tau}{a}}\right)\Bigg\}+
$$

$$
+\frac{Q}{\varepsilon}\left\{\sqrt{\frac{a}{\pi\tau}}\exp\left[-\frac{(x-u\tau)^2}{4a\tau}\right]+\left(\frac{u}{2}-aH\right)\times\right.
$$

$$
\times\exp[Hx-H(u-aH)\tau]\operatorname{erfc}\left[\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}-\right.
$$

$$
\left.\left.-\left(\frac{u}{2}-aH\right)\sqrt{\frac{\tau}{a}}\right]\right\}. \qquad (6)
$$

В слое реальной шихты при спекании агломерата имеют место физико-химические превращения, связанные с тепловыми эффектами и приводящие к изменению свойств шихты. Если предположить, что эти превращения в каждый момент времени происходят в узкой части слоя, то представляется возможным применить решение (6) и для этого случая, изменив величину q на суммарный тепловой эффект физико-химических превращений в единице объема шихты и использовав теплофизические свойства готового агломерата. Такое решение опишет температурный профиль вплоть до горизонта слоя, в котором теплофизические свойства будут заметно отличаться от соответствующих свойств агломерата. Однако в части слоя, лежащей ниже этого горизонта, можно также ожидать удовлетворительное совпадение действительного распределения температур с расчетными, поскольку температурный профиль в слое реальной шихты имеет тот же вид, что и в слое инертного материала, а площади, ограниченные температурными кривыми, будут примерно одинаковы вследствие равенства теплосодержания слоя в обоих случаях.

Обозначения

$t(x, \tau)$ — температура слоя шихты; ρ — плотность шихты; $c_м$ — теплоемкость шихты; ε — коэффициент, учитывающий лучистый и кондуктивный теплообмен в слое шихты; j — весовой расход газа, фильтруемого через слой шихты; $c_г$ — теплоемкость газа; w — мощность внутреннего источника тепла; q — теплота горения топлива, заключенного в единице объема шихты; v — скорость распространения фронта воспламенения; $t_с$ — температура окружающей среды; Q — количество тепла, подведенное к единице поверхности слоя; $\delta(\tau)$ — функция Дирака; $E\left(\tau-\frac{x}{v}\right)$ — единичная функция Хевисайда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. М. Бабушкин, В. Н. Тимофеев. Сборник научных трудов Всесоюзного научно-исследовательского института металлургической теплотехники, № 7. Металлургиздат, 1962.
2. Е. Ф. Вегман. Процесс агломерации. Металлургиздат, 1963.

СОДЕРЖАНИЕ

Коллектив авторов

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В КАПИЛЛЯРНОПОРИСТЫХ ТЕЛАХ

Издательство «Наука и техника»
Минск, Ленинский проспект, 68

Редактор издательства *Е. Волкинд*
Художественный редактор *И. Евменова*
Технический редактор *В. Станчук*
Корректор *В. Ральдугина*

АТ 14432. Сдано в набор 12/II 1965 г. Подписано к печати 19/VII 1965 г. Формат 60×90 1/16. Физ. печ. л. 9,75. Уч.-изд. л. 9,0. Изд. заказ 64. Тип. заказ 279. Тираж 2000 экз. Цена 78 коп.

Типография научно-технической литературы издательства «Наука и техника» АН БССР и Госкомитета Совета Министров БССР по печати
Минск, Ленинский проспект, 68

В издательстве «Наука и техника»
готовится к печати

ФИЗИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ФЕРРИТОВ

(Коллектив авторов). 25 л. На русском языке. Цена 1 руб. 35 коп.

В книге рассматриваются вопросы физики и физико-химии ферритов и физические основы их применения. В ней помещены статьи ведущих советских физиков и химиков, работающих в области ферритов и ферромагнетизма.

Книга представляет значительный интерес для широкого круга инженерно-технических и научных работников, а также студентов старших курсов высших учебных заведений, работающих и специализирующихся в областях, связанных с изучением, изготовлением и применением ферромагнитных материалов.

Книгу можно заказать предварительно во всех магазинах Книготорга и потребительской кооперации республики, а также в магазинах «Академкнига».

Для получения книги почтой заказы направлять по адресу: г. Минск, Железнодорожная ул., 27, республиканский магазин «Книга—почтой» или г. Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, контора «Академкнига», отдел «Книга — почтой».

Книготоргующие и другие организации направляют заказы Управлению книжной торговли Госкомитета Совета Министров БССР по печати по адресу: г. Минск, Омский пер., 13.


ЕПЛО- И МАССООБМЕН
В ДИСПЕРСНЫХ
СИСТЕМАХ
МИНСК 1965

АКАДЕМИЯ НАУК БССР
ИНСТИТУТ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ

НАУКА И ТЕХНИКА

Минск 1965

В сборнике представлены работы, охватывающие широкий круг вопросов, связанных с гидродинамикой и тепло- и массопереносом в псевдоожиженных системах, сквозных двухфазных потоках и неподвижных слоях дисперсных материалов.

Рассчитана на исследователей и инженеров, разрабатывающих новые процессы и аппараты химической, металлургической, энергетической и смежных отраслей промышленности, а также других научных и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами тепло- и массообмена.

М. Н. МАРКОВА, И. Г. МАРТЮШИН

ИССЛЕДОВАНИЕ МАССООБМЕНА ПРИ ИСПАРЕНИИ ВОДЫ С ПОВЕРХНОСТИ ИЗДЕЛИЙ, ПОГРУЖЕННЫХ В ПСЕВДООЖИЖЕННЫЙ СЛОЙ МЕЛКОЗЕРНИСТОГО МАТЕРИАЛА

Теплообмен с поверхностью, погруженной в псевдоожиженный слой, подвергся детальному исследованию в ряде работ [1]. Между тем массообмен в аналогичных условиях изучен очень слабо. Из опубликованных работ следует отметить опыты В. Д. Гвоздева [2] по испарению воды с поверхности влажных изделий, погруженных в нагретый псевдоожиженный слой мелкозернистого материала. Он показал, что влажные ткани, картон и другие материалы высушиваются в псевдоожиженном слое в 2—3 раза быстрее, чем в потоке воздуха при всех прочих равных условиях. Этот факт подтверждается другими литературными данными, в которых, кроме того, имеются указания, что сушка влажных тканей в псевдоожиженном слое была испробована в промышленных условиях [3].

Все эти работы, однако, имеют чисто технологическое направление. Систематическое изучение природы массообмена между газом (паром) и поверхностью изделия, погруженного в псевдоожиженный слой, никем, по-видимому, не осуществлялось. Это побудило нас заняться исследованием коэффициентов массообмена при испарении воды непосредственно в псевдоожиженный слой в целях более глубокого проникновения в механизм переноса вещества в условиях, когда массообменная поверхность подвергается обработке движущимися частицами.

Для исследования массообмена при испарении воды с поверхности, погруженной в псевдоожиженный слой, была создана экспериментальная установка (рис. 1).

В аппарате диаметром 0,15 *м* и высотой 0,5 *м* создавался псевдоожиженный слой. Аппарат был изготовлен из стекла, что позволяло вести визуальные наблюдения за состоянием слоя.

Псевдоожижающей средой служил воздух, расход которого измерялся ротаметром. В качестве мелкозернистого материала использовался кварцевый песок. Было проведено три серии опытов с различным фракционным составом песка — с эквивалентными диаметрами частиц соответственно 0,565, 0,488 и 0,347 *мм*.

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Установка позволяла определять количество испарившейся влаги с поверхности в единицу времени. Измерение влажности воздуха осуществлялось с помощью психрометра с регулируемым обдувом шарика мокрого термометра.

Опыты проводились при температуре слоя 50° С. Слой подогревался двумя электрическими спиралями, погруженными в него. Температура слоя поддерживалась постоянной (в пределах ±0,5° С) терморегулятором и измерялась ртутным термометром.

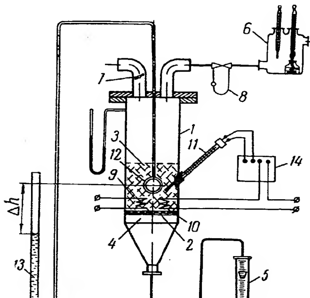


Рис. 1. Схема установки:

1 — колонна; *2* — газораспределительная решетка; *3* — псевдоожиженный слой; *4* — газораспределительная камера; *5* — ротаметр; *6* — психрометр; *7* — заслонка; *8* — реометр; *9*, *10* — электрические спирали; *11* — контактный термометр; *12* — испарительная ячейка; *13* — измерительная бюретка; *14* — терморегулятор

Известно, что при теплообмене между кипящим слоем и погруженным в него изделием коэффициенты теплообмена сильно зависят от режима псевдоожижения и при определенных условиях проходят через максимум [1]. Естественно, что только вблизи этого максимума можно ожидать наибольшей интенсивности испарения.

С достаточной точностью режим, соответствующий максимальной теплопередаче в псевдоожиженном слое, может быть рассчитан по формуле [4]

$$\mathrm{Re} = 0{,}12\,\mathrm{Ar}^{0{,}5}. \qquad (1)$$

Для относительно крупных фракций твердого материала кривая зависимости α от скорости газа является довольно пологой вблизи максимума. Это позволяет выйти за пределы режима, установленного выражением (1). Как известно, И. М. Федоров [5] предложил для расчета рабочих скоростей газа формулу

$$\mathrm{Re} = 0{,}19\,\mathrm{Fe}^{1{,}56}. \qquad (2)$$

Выражение этого уравнения через критерий Архимеда дает сходную с уравнением (1) зависимость, но постоянный коэффициент при критерии Архимеда получается почти в два раза большим. Это позволяет наметить следующую область рабочих скоростей газа, в пределах которой условия максимального теплообмена будут удовлетворяться с достаточной точностью:

$$\mathrm{Re} = (0{,}12 \div 0{,}22)\,\mathrm{Ar}^{0{,}5}. \qquad (3)$$

Рис. 2. Зависимость скорости сушки W от Δh ($d_э = 0{,}347$ *мм*):

1 — скорость воздуха $w = 0{,}400$ *м/сек*; *2* — 0,448; *3* — 0,512; *4* — 0,582; *5* — конвективная сушка вне псевдоожиженного слоя при $w = 0{,}468$ *м/сек*

Количество жидкости, поступающее на испарение, определяется напором в ячейке испарения. Изменение напора осуществляется изменением уровня жидкости в бюретке относительно центра ячейки (на схеме эта величина обозначена Δh).

При установившемся режиме для каждой величины Δh измерялось количество жидкости, испаряемой в единицу времени, и влагосодержание воздуха по психрометру. В каждом опыте сводился материальный баланс по влаге. При одном расходе воздуха измерялась скорость испарения влаги с поверхности при различных величинах Δh.

На рис. 2 показано несколько кривых зависимости W от Δh при различных скоростях воздуха в свободном сечении аппарата. Как видно, Δh принимает отрицательные значения. Это говорит о наличии в системе капиллярного разрежения. Из графика видно, что при низких значениях Δh скорость испарения почти постоянна, однако при более высоком напоре в ячейке скорость испарения начинает возрастать. Мы предположили, что увеличение скорости испарения связано в данном случае с перемещением фронта испарения в глубь псевдоожиженного слоя, вследствие чего увеличивается поверхность испарения. Известное подтверждение этому мы получили путем визуальных наблюдений за состоянием поверхности испарения. При больших напорах на поверхности обнаруживался

слой налипших частиц. В то же время при работе в области значений Δh, соответствующих постоянной скорости испарения, поверхность фильтров всегда оказывалась чистой.

При расчете коэффициентов массообмена мы всегда пользовались значениями скорости испарения, полученными из графика $W=f(\Delta h)$ и соответствующими области малых напоров в ячейке испарения ($W=\text{const}$).

Были проведены сравнительные опыты по испарению влаги с поверхности той же ячейки непосредственно в поток воздуха (вне псевдоожиженного слоя). Результаты этого опыта представлены кривой *5* на рис. 2. Как видно, скорость испарения в этом случае в 3—4 раза ниже скорости испарения в псевдоожиженном слое при той же температуре и том же расходе воздуха.

Коэффициент массообмена от погруженной в слой поверхности массообмена определяется из уравнения

$$m=\frac{dW}{dF}=\frac{\beta}{RT}\,(p_W-p_\infty),\qquad(4)$$

Это уравнение, однако, не учитывает конвективного потока воздуха, возникающего при испарении воды с поверхности. С учетом этого конвективного потока уравнение массообмена запишется следующим образом:

$$\Sigma\, m=\beta'\,\frac{P}{RT}\ln\frac{P-p_\infty}{P-p_W}\,.\qquad(5)$$

Для коэффициентов массообмена характерно соотношение

$$\beta'=\beta/K_h\,,\qquad(6)$$

где

$$K_h=\frac{P}{p_W-p_\infty}\ln\frac{P-p_\infty}{P-p_W}\,.\qquad(7)$$

В наших опытах K_h имеет значение порядка 0,96. Если положить для K_h значение, равное единице, то ошибка расчета мало повлияет на точность определения коэффициента массообмена и расчет можно произвести по более простому уравнению (4). Методика обработки опытных данных еще более упрощается, если пользоваться величиной влагосодержания воздуха. Тогда уравнение массообмена запишется следующим образом:

$$m=\beta\,\frac{P}{R_2T}\,(x_W-x_\infty),\qquad x=\frac{R_2}{R_1}\,\frac{P}{P-p}\,.\qquad(8)$$

Следовательно, расчетное уравнение имеет вид

$$\beta=\frac{W}{\gamma_\text{г}\,\Delta x_\text{ср}\,F}\,.\qquad(9)$$

На рис. 3 приведены зависимости коэффициента массообмена от скорости воздуха в свободном сечении аппарата. Обнаруживается значительный разброс опытных точек. Анализируя причины этого разброса, мы пришли к выводу, что фронт испарения в некоторых случаях мог смещаться не только в глубь слоя, как это было установлено выше, но и внутрь пакета фильтровальной бумаги, из которого была образована поверхность испарения.

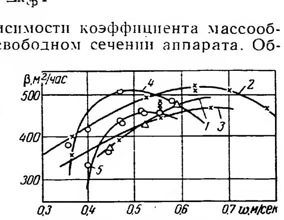


Рис. 3. Зависимость коэффициента массообмена β от скорости воздуха в свободном сечении аппарата:

1 — $d_э=0{,}565$ *мм*; *2*, *3* — 0,488; *4*, *5* — 0,347

Если фронт испарения сместится внутрь пакета хотя бы на один листок, то появится дополнительное диффузионное сопротивление. В этом случае можно записать

$$\frac{1}{\beta_1}=\frac{1}{\beta}+\frac{\delta_\text{ф}}{D_\text{ф}}\,.\qquad(10)$$

Второй член этого уравнения не зависит от режима псевдоожижения. Следовательно, кривые зависимости коэффициентов массообмена β_1 и β для двух положений фронта испарения должны быть эквидистантными. Несмотря на то что в процессе опытов диффузионные характеристики фильтров могли претерпевать изменения, опытные точки ложатся на эквидистантные кривые вполне удовлетворительно (*2*—*5*). Перемещение фронта испарения в данном случае также происходило под влиянием капиллярного разрежения в ячейке испарения.

Очевидно, можно сравнивать только те значения коэффициентов массообмена, которые соответствуют одинаковому расположению фронта испарения, а именно на поверхности ячейки испарения (кривые *1*, *2*, *4*).

Общий ход зависимости $\beta=f(w)$ имеет известную аналогию с ходом кривой $\alpha=f(w)$. Наличие максимума является, по-видимому, общим для обеих зависимостей. Однако полученные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что максимум на кривой $\beta=f(w)$ существенно сдвинут в сторону больших скоростей воздуха по сравнению с положением ма-

ксимума на кривой $\alpha = f(w)$. Так, например, для второй серии опытов (кривая *2*) скорость воздуха, соответствующая α_{max}, рассчитанная по уравнению (1), имеет значение 0,40 *м/сек*. По опытным данным, скорость воздуха, соответствующая максимальному значению коэффициента массообмена, составляет 0,65—0,70 *м/сек*. В одной из серии опытов (кривая *4*) скорость воздуха, соответствующая α_{max}, получалась равной 0,34 *м/сек*, в то время как для максимума массообмена она составляла 0,50 *м/сек*.

Заметна зависимость коэффициентов массообмена от размеров частиц. Это подтверждает высказанные выше соображения об аналогичном характере механизма тепло- и массообмена в псевдоожиженном слое.

Обозначения

$\mathrm{Re} = \frac{w d_э \gamma_г}{\mu g}$ — критерий Рейнольдса; $\mathrm{Ar} = \frac{d_э^3 \gamma_т \gamma_г}{\mu^2 g}$ — критерий Архимеда; w — скорость воздуха в свободном сечении аппарата; $d_э$ — эквивалентный диаметр частиц; $\gamma_т$ — удельный вес твердого материала; $\gamma_г$ — удельный вес газа; μ — вязкость газа; g — ускорение силы тяжести; $\mathrm{Fe} = d_э \sqrt[3]{\frac{4g}{3\nu^2}\left(\frac{\gamma_т}{\gamma_г} - 1\right)}$ — критерий Федорова; W — скорость испарения жидкости; F — поверхность испарения; β — коэффициент массообмена; R_1 и R_2 — газовые постоянные диффундирующего вещества и несущего газа; p_W — парциальное давление водяных паров у испаряющейся поверхности; p_∞ — парциальное давление водяных паров вдали от поверхности испарения; T — температура; P — общее давление в системе; β_1 — условный коэффициент массообмена; $\delta_ф$ — толщина листочка фильтровальной бумаги; $D_ф$ — коэффициент диффузии пара через фильтр; α — коэффициент теплоотдачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном (кипящем) слое. Госэнергоиздат, 1963.
2. В. Д. Гвоздев. Хим. пром., № 4, 1962.
3. F. A. Zenz. O. F. Othmer. Fluidisation and Fluid-Particle systems. Reinhold Pub. Corp., 1960.
4. Н. Н. Варыгин, И. Г. Мартюшин. Химическое машиностроение, № 5, 1959.
5. И. М. Федоров. Теория и расчет процесса сушки во взвешенном состоянии. Госэнергоиздат. 1955.

С. С. ЗАБРОДСКИЙ, Я. П. ШЛАПКОВА

ГИДРОДИНАМИКА ПСЕВДООЖИЖЕННОГО СЛОЯ ПРИ НЕГЛУБОКОМ ВАКУУМЕ

Применение псевдоожиженного слоя в процессах сушки термочувствительных зернистых (порошкообразных) материалов под вакуумом имеет известные преимущества из-за интенсивного пневматического перемешивания слоя, благодаря чему не будет местных перегревов материала от излучателей, размещенных вне слоя. Кроме того, можно будет интенсивно подводить тепло от поверхностей нагрева, погруженных в слой.

Для разработки тепло- и массообменных аппаратов с псевдоожиженным слоем, работающим под вакуумом, необходимо учесть, что в плотном и слабо расширенном псевдоожиженных слоях мелких частиц уже при неглубоком вакууме наступает течение со скольжением, так как средняя длина свободного пробега молекул газа становится соизмеримой с диаметром «каналов» между частицами. Так, например, при порозности $m = 0{,}5$ псевдоожиженного воздухом комнатной температуры слоя частиц диаметром 100 *мк* $\mathrm{Kn} = 0{,}1$ при давлении 1066,4 *н/м²*.

Количественные данные о псевдоожижении под вакуумом почти отсутствуют. Насколько нам известно, в литературе имеется лишь одна работа в этой области [1]. Ее авторы Кавамура и Суэзава приводят сравнительно немногочисленные первичные данные по гидродинамике и некоторые корреляции этих данных, но не делают попыток получить обобщенные выражения для таких основных гидродинамических характеристик слоя, как скорость минимального псевдоожижения и расширение слоя.

Данная работа является попыткой восполнить этот пробел. Экспериментально исследовано наступление псевдоожижения и ход расширения слоев узких фракций песка диаметром 0,25—0,14 и 0,1—0,14 *мм* и стеклянных шариков диаметром 0,3—0,25; 0,75—0,80 и 0,1 *мм* при давлениях воздуха над слоем от 133,3 *н/м²* до атмосферного при комнатной температуре. Схематическое изображение экспериментальной установки показано на рис. 1. Расход воздуха измерялся реометром с поворотными диафрагмами.

Чтобы перепад давления на слой был значительно меньше абсолютного давления в верхней части слоя, опыты проводились с неглубокими слоями $h_0 = 10 \div 70$ *мм*. В противном случае скорость газа в слое быстро уменьшается в направлении сверху вниз и для того, чтобы привести в движение весь слой, линейная скорость газа в верхней части слоя должна быть значительно выше минимальной скорости псевдоожижения.

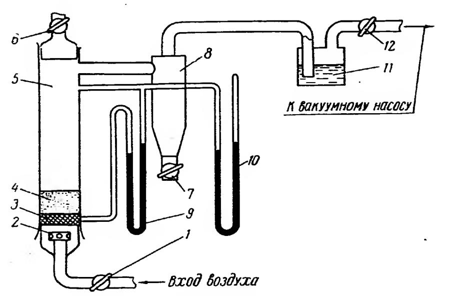


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1, 6 и *12* — краны для регулирования откачки воздуха из установки и натекания воздуха в установку; *2* — входное сопло; *3* — газораспределительная решетка (паралоновая губка или плотный слой песка d=0,25—0,14 *мм*); *4* — слой псевдоожиженного материала; *5* — труба из твердого стекла, D=48 *мм*; *7* — кран для удаления пыли из циклона; *8* — циклон; *10*, *9* — масляный и ртутный манометры; *11* — масляный фильтр

Из [1] и наших опытов ясно, что зависимость сопротивления слоя от массовой скорости потока подобна аналогичной зависимости при атмосферном давлении.

Соотношение R между фактическим перепадом давления в псевдоожиженном слое и весом материала, приходящимся на единицу площади сечения слоя, является некоторой характеристикой однородности псевдоожижения. С понижением давления величина R уменьшалась. Так, например, в наших опытах с песком d=0,25—0,14 *мм* при P=133,3 *н/м²* R=0,69—0,75, тогда как при $5{,}33 \cdot 10^4$ *н/м²* R поднималось до 0,88—0,92. Подобный характер изменения величины R наблюдался и другими исследователями [1].

Для расчета минимальной скорости псевдоожижения при пониженном давлении воспользуемся формулой Лева [3], предложенной для расчета минимальной скорости псевдоожижения при атмосферном давлении:

$$G_{п.у} = \frac{Cdg\, \rho_c (\rho_м - \rho_c)}{\mu}. \tag{1}$$

Из (1) видно, что массовая скорость начала псевдоожижения уменьшается с уменьшением давления. Для области вязкостного течения, где еще не сказывается эффект скольжения, $G_{п.у}$ пропорционально давлению.

Для области течения со скольжением пропорциональность должна нарушаться в сторону увеличения массовой критической скорости, что действительно подтверждается данными [1] и нашими опытами.

Попытаемся видоизменить известную интерполяционную формулу Тодеса и др. [2] для начала псевдоожижения, введя в нее дополнительно к Ar второй определяющий критерий — число Кнудсена Kn, с тем чтобы единой формулой охватить не только основную область вязкого течения, но и течение со скольжением. С этой целью полагаем

$$\mathrm{Re}_{п.у} = \frac{\mathrm{Ar}\,(1 + B\,\mathrm{Kn}_{п.у})^n}{1400 + 5{,}22\sqrt{\mathrm{Ar}}}. \tag{2}$$

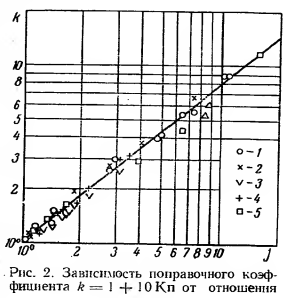


Рис. 2. Зависимость поправочного коэффициента $k = 1 + 10\,\mathrm{Kn}$ от отношения

$$j = \frac{W^{оп}_{п.у}}{W^{р}_{п.у}}:$$

1 — песок $d = 0{,}118$; *2* — 0,187 *мм*; *3* — стеклянные шарики d=0,775 *мм*; *4* — опыты Кавамура и Суэзава, силикагель; *5* — стеклянные шарики d=0,1 *мм*

Имеющиеся опытные данные (рис. 2) удовлетворительно описываются формулой такого вида при $B = 10$ и $n = 1{,}18$.

В формуле (2) критерий Kn подсчитывался по эквивалентным диаметрам „каналов“ между частицами $d_э = \frac{2}{3}\frac{md}{(1-m)}$; средняя длина свободного пробега молекул воздуха при нормальных условиях принималась равной $7 \cdot 10^{-8}$ *м*. Порозность слоя при пределе устойчивости, как обычно, взята $m = 0{,}4$. Некоторые первичные опытные данные приведены в табл. 1.

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Таблица 1

Зависимость минимальной скорости псевдоожижения $W_{п.у}$ от давления

Материал	$\rho_м$, кг/м³	d, мм	$P \cdot 10^{-3}$, н/м²	$W_{п.у}$, м/сек	$P \cdot 10^{3}$, н/м²	$W_{п.у}$, м/сек
Стеклянные шарики	2900	0,775	0,133	2,0	0,532	1,1
			0,266	1,42	0,665	0,948
			0,399	1,25	0,798	0,932
	2900	0,1	0,133	0,181	3,99	0,017
			0,399	0,071	6,65	0,0133
			0,798	0,044	40	0,12
Песок	2640	0,118	0,133	0,193	1,33	0,0254
			0,226	0,112	6,66	0,0200
			0,4	0,080	40	0,0157
	2640	0.187	0,133	0,303	26,6	0,052
			0,266	0,164	66,6	0,044
			0,399	0,11	40,0	0,04

Исследовалось также расширение псевдоожиженного слоя в зависимости от скорости фильтрации и глубины вакуума. Высота расширенного слоя определялась непосредственным измерением через прозрачную стенку трубы (табл. 2).

Для описания опытных данных можно предложить интерполяционную формулу

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{Ar}\, m^{4,75}(1 + 10^4\,\mathrm{Kn})^{0,054}}{18 + 0,6\sqrt{\mathrm{Ar}\, m^{4,75}(1 + 10^4\,\mathrm{Kn})^{0,054}}} \qquad (3)$$

и обращенную

$$m = \left[\frac{18\mathrm{Re} + 0,36\mathrm{Re}^2}{\mathrm{Ar}(1 + 10^4\,\mathrm{Kn})^{0,257}}\right]^{0.21}. \qquad (4)$$

Они подобраны нами так, чтобы удобные интерполяционные формулы Тодеса и др. [2] получались из них как частный случай при достаточно малых Кп. Несомненно, это лишь первое приближение и после накопления новых систематических данных о расширении псевдоожиженных слоев под вакуумом можно будет эти формулы уточнить.

На рис. 3 нанесены экспериментальные данные и величины, вычисленные по формуле (4). Разброс точек в значительной мере объясняется погрешностями формул Тодеса и др. [2], положенных в основу обработки наших опытных данных.

Таблица 2

Зависимость относительного расширения $\frac{h}{h_0}$ от линейной скорости фильтрации и давления

Материал	d, мм	$P \cdot 10^{-3}$, н/м²	W, м/сек	$\frac{h}{h_0}$	W, м/сек	$\frac{h}{h_0}$
Стеклянные шарики	0,775	0,133	5,44	1,12		
			7,64	1,41		
			11,1	1,7		
		0,4	1,95	1,06	3,71	1,35
			2,55	1,12	7,98	1,53
		0,8	1,95	1,06	5,89	1,47
			4,27	1,29	7,28	1,65
					8,38	1,7
		0,666	0,947	1,06	2,31	1,29
			1,65	1,17	3,27	1,47
		13,3	1,04	1,12	2,55	1,47
			1,67	1,29	2,93	1,5
		39,9	0,737	1,03	1,55	1,2
			1,27	1,15	1,62	1,23
		66,6	0,708	1,06	1,05	1,15
			0,93	1,12	1,17	1,18
					1,36	1,23
Песок	0,118	0.133	0,275	1,32	0,8	2,59
			0,5	2,09	1,2	3,35
		0,8	0,0495	1,09	0,5	2,35
			0,134	1,56	1,2	4,27
		13,3	0,038	1,08	0,3	2,41
			0,086	1,47	0,5	3,0
		66.6	0,0231	1,06	0,294	2,35
			0,21	1,94	0,56	3,52
Стеклянные шарики	0,1	0,133	0.192	1,1	0,675	1,9
			0,35	1,3	0,76	2,1

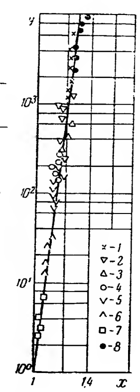


Рис. 3. Зависимость поправочного $y = 1 + 10^4$ Кп от отношения $x = \frac{m^p}{m^{оп}}$:

песок $d = 0,118$ мм: 1 — 133,3, 2 — 799,8 н/м²; стеклянные шарики $d = 0,775$ мм: 3 — 133.3, 4 — 266,6, 5 — 399,9, 6 — 799,8, 7 — 13330 н/м²; $d = 0,1$ мм: 8 — 133,3 н/м²

Обозначения

$\mathrm{Ar} = \frac{gd^3(\rho_м - \rho_с)}{\nu^2 \rho_с}$ — критерий Архимеда; $\mathrm{Kn} = \lambda/d_э$ — критерий Кнудсена; B — коэффициент в формуле (2); C — функция Re [3]; d — диаметр частиц; $d_э = \frac{2}{3}\frac{md}{(1-m)}$ — гидравлический диаметр „каналов“ между частицами; g — гравитационное ускорение; G — массовая скорость фильтрации; h — высота псевдоожиженного слоя; h_0 — высота осевшего слоя; m — порозность слоя; n — показатель степени в формуле (2);

P — давление; R — отношение сопротивления слоя к весу столба материала на единицу площади сечения слоя; W — линейная скорость фильтрации; $\bar{\lambda}$ — средняя длина свободного пробега молекул газа; μ — динамический коэффициент вязкости; ν — кинематический коэффициент вязкости; $\rho_м$ — плотность частиц; $\rho_с$ — плотность газа.

Индексы: п.у — предел устойчивости слоя; оп — опытные величины; р — рассчитанные по интерполяционной формуле Тодеса и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Кавамура, И. Суэзава. Механизм течения газа во флюидизированном слое при низких давлениях. «Кагаку Когаку», 1961, 15, № 7. Перевод № 26150/2. Бюро переводов ВИНИТИ.
2. В. Д. Горошко, Р. Б. Розенбаум, О. М. Тодес. Изв. вузов. Нефть и газ, № 1, 1958.
3. М. Лева. Псевдоожижение. Гостоптехиздат, 1961.

И. Ф. ПИКУС

К МЕТОДИКЕ РАСЧЕТА КИНЕТИКИ НАГРЕВА ВЛАЖНОГО МАТЕРИАЛА В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

Высокая интенсивность процессов тепло- и массопереноса и достаточно равномерный нагрев отдельных частиц, обеспечиваемые в установках с псевдоожиженным слоем, делают этот метод особенно перспективным при сушке различных термолабильных материалов.

Очевидно, в основу расчета высокоинтенсивного процесса сушки термолабильных материалов в псевдоожиженном слое может быть положен метод, предложенный А. С. Гинзбургом и В. А. Резчиковым. Этот метод основан на определении продолжительности сушки с учетом нагрева материала до максимально допустимой температуры.

Основываясь на экспериментально установленных закономерностях процесса сушки зерна в псевдоожиженном слое, авторы получили аналитическим путем уравнение для расчета продолжительности нагрева влажного материала в периоде постоянной скорости сушки [1, 6].

Нами предлагается приближенный метод расчета кинетики нагрева влажного дисперсного материала в псевдоожиженном слое применительно к процессу периодической сушки в периоде падающей скорости.

Известно, что кинетический расчет теплообмена материала со средой в псевдоожиженном слое, основанный на определении коэффициента теплообмена, приводит к значительным погрешностям [1, 3]. Это прежде всего вызвано невозможностью точного измерения как температуры поверхности материала, так и распределения температурного напора между фазами в слое [7]. Вполне очевидно, что даже малейшая неточность в измерении температуры приводит к значительным изменениям средней разности температур, а следовательно, и величины коэффициента теплообмена в псевдоожиженном слое. Кроме того, величина ошибки при кинетическом расчете теплообмена в псевдоожиженном слое в большей степени зависит и от обычно имеющего место неоднородного псевдоожижения, обусловленного каналообразованием и прорывом части газов через слой в виде пузырей. При этом из-за подмешивания

к отработавшему сушильному агенту прорвавшихся неохлажденных газов расчетный температурный напор в псевдоожиженном слое, определяемый даже на основании точных замеров температур в эксперименте, должен быть в несколько раз больше действительного. Естественно, что подсчитанные по подобному кажущемуся расчетному температурному напору коэффициенты теплообмена являются условными величинами, заниженными чуть ли не на порядок по сравнению с действительными α.

Из сказанного можно сделать вывод, что даже в принципе невозможно получить точные зависимости для расчета среднего температурного напора $\Delta t_{\text{ср}}$ и коэффициента теплообмена α применительно к реальному псевдоожиженному слою дисперсного материала, тем более влажного. С другой стороны, учитывая, что при достаточно равномерном газораспределении и соответствующей нагрузке материала на решетку газы, выходящие из псевдоожиженного слоя, имеют температуру, близкую к температуре материала в слое $t_2=\Theta$ [3, 5], и можно вести расчет теплообмена в процессе сушки, не зная величины α и $\Delta t_{\text{ср}}$, а пользуясь статическим балансовым расчетом.

Если принять нагрев частиц безградиентным, а температуру материала одинаковой в один и тот же момент по всему объему слоя [1], уравнение теплового баланса псевдоожиженного слоя влажного материала применительно к процессу периодической сушки будет иметь следующий вид:

$$Gc_{\text{м}}\frac{d\Theta}{d\tau} = F_{\text{р}} v \gamma c (t_1 - \Theta) - \frac{G}{(100+W)}\frac{dW}{d\tau} r - \frac{dQ_5}{d\tau}. \qquad (1)$$

Нами рассматриваются основные закономерности нагрева влажного материала в наиболее характерном втором периоде сушки, когда с достаточной для инженерных расчетов точностью может быть принят следующий закон изменения скорости сушки:

$$\frac{dW}{d\tau} = K(W_1' - W_{\text{р}}) \exp(-K\tau). \qquad (2)$$

При этом

$$W = W_{\text{р}} + (W_1' - W_{\text{р}}) \exp(-K\tau). \qquad (3)$$

Выразим значения веса G и теплоемкости материала $c_{\text{м}}$ для любого момента времени τ:

$$G = G_1 \frac{100+W}{100+W_1}; \qquad (4)$$

$$c_{\text{м}} = c_{\text{с.в}} + (1 - c_{\text{с.в}}) \frac{W}{100+W} =$$

$$= \frac{100c_{\text{с.в}} + W_{\text{р}} + (W_1' - W_{\text{р}}) \exp(-K\tau)}{100+W}. \qquad (5)$$

Следует отметить, что теплота парообразования может быть определена по следующей приближенной формуле:

$$r = 597 - 0{,}56\,\Theta_{\text{ср}} + r_{E.\text{ср}}. \qquad (6)$$

Величина $r_{E.\text{ср}}$ может оказать заметное влияние на тепловой баланс сушильной установки при глубокой сушке материалов до малой остаточной влажности.

Согласно [1], можно принять

$$\frac{dQ_5}{d\tau} = Q_5 G_1. \qquad (7)$$

После подстановки (2), (4), (5), (7) в исходное уравнение (1) и соответствующих преобразований получаем

$$\frac{d\Theta}{d\tau} + \Theta \frac{B\exp(K\tau)}{M\exp(K\tau) + W_1' - W_{\text{р}}} =$$

$$= \frac{B\left[t_1 - \frac{Q_5}{B}(100 + W_1)\right]\exp(K\tau) - D}{M\exp(K\tau) + W_1' - W_{\text{р}}}, \qquad (8)$$

где

$$B = \frac{F_{\text{р}} v \gamma c (100 + W_1)}{G_1}; \qquad (9)$$

$$D = K(W_1' - W_{\text{р}})(597 - 0{,}56\,\Theta_{\text{ср}} + r_{E.\text{ср}}); \qquad (10)$$

$$M = 100c_{\text{с.в}} + W_{\text{р}}. \qquad (11)$$

Решение неоднородного линейного уравнения первого порядка (8) можно представить интегральным уравнением

$$\Theta = \exp\left(-\int_0^\tau p(\tau)\,d\tau\right)\left[\int_0^\tau q(\tau)\exp\left(\int_0^\tau p(\tau)\,d\tau\right)d\tau + c\right], \qquad (12)$$

где

$$p(\tau) = \frac{B\exp(K\tau)}{M\exp(K\tau) + W_1' - W_{\text{р}}}; \qquad (13)$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

к отработавшему сушильному агенту прорвавшихся неохлажденных газов расчетный температурный напор в псевдоожиженном слое, определяемый даже на основании точных замеров температур в эксперименте, должен быть в несколько раз больше действительного. Естественно, что подсчитанные по подобному кажущемуся расчетному температурному напору коэффициенты теплообмена являются условными величинами, заниженными чуть ли не на порядок по сравнению с действительными α.

Из сказанного можно сделать вывод, что даже в принципе невозможно получить точные зависимости для расчета среднего температурного напора $\Delta t_{\text{ср}}$ и коэффициента теплообмена α применительно к реальному псевдоожиженному слою дисперсного материала, тем более влажного. С другой стороны, учитывая, что при достаточно равномерном газораспределении и соответствующей нагрузке материала на решетку газы, выходящие из псевдоожиженного слоя, имеют температуру, близкую к температуре материала в слое $t_2=\Theta$ [3, 5], и можно вести расчет теплообмена в процессе сушки, не зная величины α и $\Delta t_{\text{ср}}$, а пользуясь статическим балансовым расчетом.

Если принять нагрев частиц безградиентным, а температуру материала одинаковой в один и тот же момент по всему объему слоя [1], уравнение теплового баланса псевдоожиженного слоя влажного материала применительно к процессу периодической сушки будет иметь следующий вид:

$$G c_{\text{м}} \frac{d\Theta}{d\tau} = F_{\text{р}} v \gamma c (t_1 - \Theta) - \frac{G}{(100 - W)} \frac{dW}{d\tau} r - \frac{dQ_5}{d\tau}. \qquad (1)$$

Нами рассматриваются основные закономерности нагрева влажного материала в наиболее характерном втором периоде сушки, когда с достаточной для инженерных расчетов точностью может быть принят следующий закон изменения скорости сушки:

$$\frac{dW}{d\tau} = K (W_1' - W_{\text{р}}) \exp(-K\tau). \qquad (2)$$

При этом

$$W = W_{\text{р}} + (W_1' - W_{\text{р}}) \exp(-K\tau). \qquad (3)$$

Выразим значения веса G и теплоемкости материала $c_{\text{м}}$ для любого момента времени τ:

$$G = G_1 \frac{100 + W}{100 + W_1}; \qquad (4)$$

$$c_{\text{м}} = c_{\text{с.в}} + (1 - c_{\text{с.в}}) \frac{W}{100 + W} =$$

$$= \frac{100 c_{\text{с.в}} + W_{\text{р}} + (W_1' - W_{\text{р}}) \exp(-K\tau)}{100 + W}. \qquad (5)$$

Следует отметить, что теплота парообразования может быть определена по следующей приближенной формуле:

$$r = 597 - 0{,}56\, \Theta_{\text{ср}} + r_{E.\text{ср}}. \qquad (6)$$

Величина $r_{E.\text{ср}}$ может оказать заметное влияние на тепловой баланс сушильной установки при глубокой сушке материалов до малой остаточной влажности.

Согласно [1], можно принять

$$\frac{dQ_5}{d\tau} = Q_5 G_1. \qquad (7)$$

После подстановки (2), (4), (5), (7) в исходное уравнение (1) и соответствующих преобразований получаем

$$\frac{d\Theta}{d\tau} + \Theta \frac{B \exp(K\tau)}{M \exp(K\tau) + W_1' - W_{\text{р}}} =$$

$$= \frac{B \left[t_1 - \frac{Q_5}{B} (100 + W_1) \right] \exp(K\tau) - D}{M \exp(K\tau) + W_1' - W_{\text{р}}}, \qquad (8)$$

где

$$B = \frac{F_{\text{р}} v \gamma c (100 + W_1)}{G_1}; \qquad (9)$$

$$D = K (W_1' - W_{\text{р}}) (597 - 0{,}56\, \Theta_{\text{ср}} + r_{E.\text{ср}}); \qquad (10)$$

$$M = 100 c_{\text{с.в}} + W_{\text{р}}. \qquad (11)$$

Решение неоднородного линейного уравнения первого порядка (8) можно представить интегральным уравнением

$$\Theta = \exp\left(-\int_0^{\tau} p(\tau)\, d\tau\right) \left[\int_0^{\tau} q(\tau) \exp\left(\int_0^{\tau} p(\tau)\, d\tau\right) d\tau + c \right], \qquad (12)$$

где

$$p(\tau) = \frac{B \exp(K\tau)}{M \exp(K\tau) + W_1' - W_{\text{р}}}; \qquad (13)$$

$$q(\tau) = \frac{B\left[t_1 - \frac{Q_5}{B}(100 + W_1)\right]\exp(K\tau) - D}{M\exp(K\tau) + W_1' - W_p}. \tag{14}$$

Учитывая, что при $\tau = 0$ $\theta = \theta_0$, опуская промежуточные преобразования, получаем

$$\Theta = t_1 - \frac{Q_5}{B}(100 + W_1) + \left[\Theta_0 - t_1 + \frac{Q_5}{B}(100 + W_1)\right] \times \left[\frac{M + W_1' - W_p}{M\exp(K\tau) + W_1' - W_p}\right]^{\frac{B}{MK}} - S(\tau), \tag{15}$$

где

$$S(\tau) = \frac{D}{K}[M\exp(K\tau) + W_1' - W_p]^{-\frac{B}{MK}} \times \sum_{n=1}^{\frac{B}{MK}-1} \frac{(W_1' - W_p)^{n-1}}{\left(\frac{B}{MK} - n\right)}\left\{[M\exp(K\tau) + W_1' - W_p]^{\frac{B}{MK}-n} - (M + W_1' - W_p)^{\frac{B}{MK}-n}\right\}. \tag{16}$$

Вполне очевидно, что расчет кинетики нагрева влажного материала в процессе сушки по формуле (15) связан с известными трудностями, поскольку полученное решение неудобно для практического применения.

Формулу (16) можно представить в следующем виде:

$$S(\tau) = \frac{D}{K}[M\exp(K\tau) + W_1' - W_p]^{-1} S_1 - \frac{D}{K(M + W_1' - W_p)}\left[\frac{M + W_1' - W_p}{M\exp(K\tau) + W_1' - W_p}\right]^{\frac{B}{MK}} S_2, \tag{17}$$

где

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\frac{B}{MK}-1} \frac{1}{\left(\frac{B}{MK} - n\right)}\left[\frac{W_1' - W_p}{M\exp(K\tau) + W_1' - W_p}\right]^{n-1}; \tag{18}$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\frac{B}{MK}-1} \frac{1}{\left(\frac{B}{MK} - n\right)}\left[\frac{W_1' - W_p}{M + W_1' - W_p}\right]^{n-1}. \tag{19}$$

Анализ (18) и (19) показал, что конечные ряды S_1 и S_2 могут быть с большой степенью точности заменены убывающими конечными геометрическими прогрессиями, сумма которых легко подсчитывается. При этом, не останавливаясь на промежуточных преобразованиях, получаем:

$$S_1 = \frac{K[M\exp(K\tau) + W_1' - W_p]}{\exp(K\tau)(B - MK)}; \tag{20}$$

$$S_2 = \frac{K(M + W_1' - W_p)}{B - MK}. \tag{21}$$

Тогда

$$S(\tau) = \frac{D}{\exp(K\tau)(B - MK)} - \frac{D}{B - MK}\left[\frac{M + W_1' - W_p}{M\exp(K\tau) + W_1' - W_p}\right]^{\frac{B}{MK}}. \tag{22}$$

Следует отметить, что относительная ошибка, вызванная приближенным вычислением (17), пренебрежимо мала и в реальных условиях не превышает величины порядка 0,01—0,02 S, а по отношению к расчетной величине Θ и того меньше.

В результате, подставив (22) в (15), окончательно получаем

$$\Theta = t_1 - \frac{Q_5}{B}(100 + W_1) + \left[\Theta_1 - t_1 + \frac{Q_5}{B}(100 + W_1) + \frac{D}{B - MK}\right]\left[\frac{M + W_1' - W_p}{M\exp(K\tau) + W_1' - W_p}\right]^{\frac{B}{MK}} - \frac{D}{\exp(K\tau)(B - MK)}. \tag{23}$$

Анализируя (23), видно, что кинетика нагрева влажного дисперсного материала в псевдоожиженном слое определяется в первую очередь температурой, скоростью и физическими свойствами сушильного агента, удельной нагрузкой материала

на газораспределительную решетку, а также начальной влажностью и основными свойствами исследуемого материала как объекта сушки. Приведенное уравнение является приближенным, причем отклонение расчетных значений температуры влажного материала от действительных в большой степени зависит от характера протекания процесса сушки и от того, насколько точно кривая скорости сушки в периоде падающей скорости описывается уравнением (2). Иными словами, погрешность предлагаемого метода определяется тем, насколько сильно влияет изменение влагокоэффициентов и усадка частиц (а следовательно, и изменение коэффициента сушки K) на изменение температуры материала в процессе сушки. Поэтому для расчета кинетики нагрева в псевдоожиженном слое долгосохнущих термолабильных материалов по уравнению (23) весь процесс сушки в периоде падающей скорости необходимо разбить на несколько расчетных участков так, чтобы на протяжении каждого элементарного отрезка времени влагокоэффициенты и размеры частиц можно было бы считать постоянными [4]. При этом, очевидно, K во время процесса изменяется скачкообразно в зависимости от изменения влажности материала при переходе к каждому последующему расчетному участку процесса.

Таким образом, зная закон изменения опытного коэффициента сушки от влажности материала $K = f(W)$ и принимая для каждого расчетного участка его величину постоянной и равной $K^i_{\text{ср}} = \dfrac{1}{W^i_1 - W^i_2} \displaystyle\int\limits_{W^i_1}^{W^i_2} f(W)\,dW$, можно рассчитать с какой угодно точностью кинетику нагрева высоковлажного долгосохнущего дисперсного материала в псевдоожиженном слое (до предельно допустимой температуры) методом последовательного суммирования приростов температур, вычисленных для каждого из расчетных участков по формуле (23).

При расчете кинетики процесса разбивка на отдельные зоны (расчетные участки) необходима и в том случае, когда процесс сушки термолабильного материала осуществляется по ступенчатому режиму с постепенным изменением в каждой последующей зоне параметров сушильного агента [9].

Необходимость проведения процесса сушки по ступенчатому режиму может быть вызвана не только изменением предельно допустимой температуры термочувствительного материала по мере снижения влажности, но и усадкой частиц в процессе сушки, а следовательно, и уменьшением оптимальной скорости псевдоожижения и т. д.

Предложенная методика приближенного расчета кинетики прогрева влажного материала в псевдоожиженном слое может быть использована для расчета времени нагрева термочувствительного материала в процессе периодической сушки.

Обозначения

t_1, t_2 — соответственно температура поступающего и выходящего из слоя сушильного агента; v; γ; c — скорость, удельный вес и теплоемкость сушильного агента; $F_{\text{р}}$ — площадь газораспределительной решетки; G — вес материала при влажности W; Θ — температура материала; τ — время; $c_{\text{с.в}}$ — теплоемкость сухого вещества; W_1; W'_1; $W_{\text{р}}$ — соответственно начальная, приведенная критическая и равновесная влажность материала; r — теплота парообразования; Q_5 — потери тепла в окружающую среду в единицу времени, отнесенные к единице веса высушиваемого материала; K — коэффициент сушки, определяемый экспериментально; $\Theta_{\text{ср}}$ — средняя температура материала за время τ; $r_{E.\text{ср}}$ — среднеинтегральная в диапазоне снимаемой влажности энергия связи влаги с материалом.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Гинзбург, В. А. Резчиков. ИФЖ, № 8, 1962.
2. А. В. Лыков. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.
3. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном слое. Госэнергоиздат, 1963.
4. А. С. Гинзбург. Сушка пищевых продуктов. Пищепромиздат, 1960.
5. И. М. Федоров. Теория и расчет процесса сушки. Госэнергоиздат, 1955.
6. П. Д. Лебедев. Расчет и проектирование сушильных установок. Госэнергоиздат, 1963.
7. В. Ф. Фролов, П. Г. Романков, Н. Б. Рашковская. ЖПХ, № 4, 1964.
8. Л. С. Слободкин. ИФЖ, № 3, 1964.
9. И. Л. Любошиц, И. Ф. Пикус. Сообщения по новым физическим методам обработки пищевых продуктов. Гостехиздат УССР, 1963.

Л. К. ВАСАНОВА, Н. И. СЫРОМЯТНИКОВ

О МЕТОДИКЕ ОБРАБОТКИ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ ПО ТЕПЛООБМЕНУ МЕЖДУ ЧАСТИЦАМИ И ГАЗОМ В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

Многими исследователями отмечалось наличие активной зоны в псевдоожиженном слое [1, 2], однако ее роль в теплообмене учитывается не всегда. До настоящего времени обработка опытных данных по теплообмену между частицами и газом в псевдоожиженном слое производится двумя методами.

По первой методике при определении коэффициентов теплоотдачи за температурный напор принимается разность между температурой частиц, обычно равной температуре газа на выходе, и среднеинтегральной по высоте слоя температурой газа [3—9]. В этом случае учитывается реальное распределение температур в слое.

По другой методике при расчете коэффициентов теплоотдачи не учитывается действительное распределение температур в слое и принимается среднеарифметический [10] или среднелогарифмический [1, 11] температурный напор, который относится к поверхности всех частиц без выделения активной зоны теплообмена. При этом коэффициенты теплоотдачи получаются кажущимися.

Различие в методике обработки приводит к различному виду критериальных уравнений.

В первом случае критериальные уравнения имеют вид

$$Nu = c\,Re^{n},$$

во втором случае

$$Nu = c\,Re^{n}\left(\frac{H_0}{d}\right)^{m} Fe^{p}.$$

Уравнения для кажущихся значений отличаются от уравнений для обычных коэффициентов теплоотдачи тем, что включают в себя отношение высоты неподвижного слоя к эквивалентному диаметру частиц $\left(\frac{H_0}{d}\right)$, иначе говоря, поверхность частиц. Характерно, что кажущиеся коэффициенты теплоотдачи при одном и том же гидродинамическом режиме уменьшаются с увеличением высоты засыпки и в пределе при бесконечно большой высоте слоя стремятся к нулю. В действительности же с увеличением высоты слоя при неизменном гидродинамическом режиме снижается не коэффициент теплообмена между газом и частицами, а резко снижается в верхних частях слоя температурный напор [12] и, следовательно, количество передаваемого тепла. Данная картина аналогична теплообмену в высоких неподвижных слоях, где имеется холостая зона [13].

Попытки отдельных авторов объяснить уменьшение кажущихся значений коэффициентов теплоотдачи с ростом высоты неподвижного слоя увеличением количества и размеров газовых пузырей и ухудшением контакта частиц с газом нельзя признать удовлетворительными. Основной причиной падения кажущихся α с высотой неподвижного слоя можно считать увеличение при этом пассивной зоны теплообмена.

Величина активной зоны не зависит от веса засыпки при одинаковом расходе газа. Остальная часть слоя работает неэффективно и может быть исключена при рассмотрении процесса переноса тепла.

Вследствие различного подхода к оценке температурного напора рассчитанные по опытным данным значения коэффициентов теплоотдачи оказываются в несколько раз выше кажущихся значений.

Кроме того, введение симплекса $\left(\frac{H_0}{d}\right)$ в критериальное уравнение теплообмена исключает возможность использования его для практических расчетов, так как этот симплекс не является независимым.

Принципиальное различие между этими двумя коэффициентами теплоотдачи покажем на примере нашего исследования [3, 4]. По одним и тем же опытным данным получено два критериальных уравнения.

Для коэффициентов теплоотдачи, рассчитанных по среднеинтегральной температуре газа, получено уравнение

$$Nu = 0{,}316\,Re^{0,8}, \tag{1}$$

которым мы и рекомендовали пользоваться в пределах чисел Re от 40 до 500.

Как видно, уравнение (1) не включает в себя симплекс $\left(\frac{H_0}{d}\right)$, т. е. не является неопределенным.

Другое уравнение для кажущихся коэффициентов теплообмена имеет вид

$$Nu = 0{,}37\,Re\left(\frac{H_0}{d}\right)^{-1}. \tag{2}$$

Это уравнение получено по тем же экспериментальным данным, что и уравнение (1), в предположении равенства температуры частиц температуре газа на выходе из слоя.

Легко показать путем весьма несложных преобразований, что это уравнение является по существу объединенным уравнением теплового баланса и теплообмена.

Действительно, уравнение (2) является частным случаем (при Pr=0,7) уравнения

$$\mathrm{St} = 0{,}53\left(\frac{H_0}{d}\right)^{-1}, \tag{3}$$

где $\mathrm{St} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re\,Pr}}$.

Так как средняя порозность неподвижного слоя в наших опытах равна 0,38, то симплекс $\left(\frac{H_0}{d}\right)$ можно заменить отношением поверхности частиц ($F_т$) к площади сечения реактора ($F_р$),

$$\frac{H_0}{d} = 0{,}265\,\frac{F_т}{F_р}.$$

Тогда

$$\mathrm{St} = 2\left(\frac{F_т}{F_р}\right)^{-1}. \tag{4}$$

Рассмотрим теперь объединенное уравнение теплообмена и теплового баланса в псевдоожиженном слое

$$\alpha F_т (t_т - t_{ср}) = 3600\, c\,\gamma\, \omega\, F_р (t_2 - t_1).$$

Отсюда

$$\frac{\alpha}{3600 c\gamma\omega}\,\frac{F_т}{F_р} = \frac{t_2 - t_1}{t_т - t_{ср}}. \tag{5}$$

Так как

$$\frac{\alpha}{3600 c\gamma\omega} = \mathrm{St}$$

при условии

$$t_т = t_2 \quad \text{и} \quad t_{ср} = \frac{t_2 + t_1}{2},$$

правая часть уравнения (5) становится равной двум. Поэтому уравнения вида (2) и (4) как критериальные уравнения конвективного теплообмена теряют свой смысл.

Во всех случаях, когда обработка опытных данных ведется по среднеарифметической температуре газа и температуре частиц, равной температуре газа на выходе из слоя, должны

получаться уравнения типа (2) или (4), причем постоянный множитель в уравнении (2) может изменяться в зависимости от порозности неподвижного слоя.

Если же при обработке опытных данных по второй методике получаются критериальные уравнения с другими коэффициентами и показателями степеней, чем в уравнении (2), то такие уравнения можно привести к виду

$$\mathrm{Nu} = 0{,}37\,\mathrm{Re}\left(\frac{H_0}{d}\right)^{-1} k, \tag{6}$$

где

$$k = \frac{C}{0{,}37}\,\mathrm{Re}^{n-1}\left(\frac{H_0}{d}\right)^{1-m}\mathrm{Fe}^{p}.$$

Подставляя соответствующие опытные данные, можно убедиться, что всегда коэффициент k будет близок к единице.

Таким образом, уравнения (2) и (4) позволяют произвести критическую оценку аналогичных уравнений теплообмена и убеждают в том, что действительны уравнения вида (1) или подобные ему. Эти уравнения пригодны для практических расчетов теплообменных аппаратов с псевдоожиженным слоем, а все другие зависимости, включающие симплекс $\left(\frac{H_0}{d}\right)$ или, что то же самое, $\left(\frac{F_т}{F_р}\right)$, не могут быть использованы для таких расчетов, так как, не выделяя активную зону теплообмена, содержат в себе искомую величину поверхности теплообмена частиц.

Обозначения

α — коэффициент теплообмена между частицами и газом; c, γ — соответственно теплоемкость и удельный вес газа; ω — скорость фильтрации; $t_т$ — температура частиц; t_1, t_2 — соответственно температура газа до и после слоя; $t_{ср}$ — средняя температура газа; Fe — критерий Федорова; Re — критерий Рейнольдса, рассчитанный по скорости фильтрации; d — диаметр частиц; H_0 — высота неподвижного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Федоров. Теория и расчет процесса сушки. ГЭИ, 1955.
2. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном слое. ГЭИ, 1963.
3. Л. К. Васанова, Н. И. Сыромятников. ИФЖ, VII, № 2, 1964.
4. Л. К. Васанова, Н. И. Сыромятников. Хим. пром., № 11, 1963.

5. Ю. Н. Шиманский, Н. И. Сыромятников. ИФЖ, **VII**, № 2, 1964.
6. I. S. Walton, R. L. Olson, O. Levenspiel. Ind. Eng. Chem., **44**, 1474, 1952.
7. P. Heertjes, S. Mc. Kibbins. Chem. Eng. Sci., № 5, 161, 1956.
8. Макс Лева. Псевдоожижение. Гостоптехиздат, 1961.
9. Frantz Joseph Foster. Chem. Eng. Progr., **69**, № 20, 89, 1962.
10. Ши Янь Фу, П. Г. Романков, Н. Б. Рашковская, ЖПХ, **XXXV**, № 3, 1962.
11. Д. Я. Мазуров. ИФЖ, **VI**, № 4, 1963.
12. С. С. Забродский. Труды Ин-та энергетики АН БССР, вып. VIII, 1958.
13. Б. И. Китаев, Ю. Г. Ярошенко, В. Д. Сучков. Теплообмен в шахтных печах. Металлургиздат, Свердловск, 1957.

Е. А. КАЗАКОВА, В. М. ЛИНДИН

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ГАЗА В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

Одной из причин расхождения значений коэффициентов теплообмена между частицами и средой в псевдоожиженном слое, определяемых различными исследователями [1—10], является использование разных методик в определении температур среды и материала. Одни замеряли температуру с помощью термопар, спаи которых защищались от касания частиц проволочной [1] или капроновой [2] сеткой, другие [3—10] применяли термопары с обнаженным спаем, а некоторые исследователи [2, 5, 7] пользовались прососными термопарами, помещенными в специальный зонд.

Вблизи газораспределительной решетки находится активная зона теплообмена, высота которой зависит от скорости фильтрации, диаметра и плотности материала частиц и газораспределительного устройства. Согласно исследованиям [2, 3, 6—10], высота этой зоны порядка от 2 до 20 *мм*.

Нами проведены специальные опыты по сопоставлению значений температуры, измеряемой защищенной (прососной и непрососной) термопарой и термопарой с обнаженным спаем, в околорешеточной зоне псевдоожиженного слоя в условиях установившегося режима теплообмена при непрерывном вводе в слой и выводе из него одного и того же количества материала. Определено также влияние скорости прососа на показания защищенной термопары.

В экспериментах использовались медь-константановые термопары с толщиной проволоки 0,1 *мм*. Защищенная термопара была помещена в зонд длиной 100 *мм* и внутренним диаметром 1,0 *мм*. Торец зонда оклеен тонкой капроновой сеткой.

В качестве газораспределителей использовано несколько типов решеток (см. таблицу). Металлические решетки не были использованы из-за стремления избежать значительного входного эффекта.

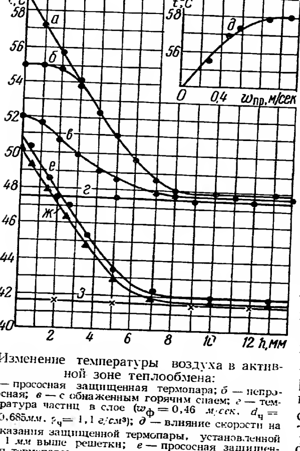
Горячие спаи защищенной и обнаженной термопар были укреплены на одинаковом уровне от решетки и находились в одинаковых температурных условиях.

Таблица

Характеристика газораспределительной решетки

Тип	Материал	% свободного сечения	Шаг, *мм*	Диаметр отверстия, *мм*	Толщина, *мм*
1	Плексиглас	9,3	3,0	1,0	2,0
2	»	4,6	10,0	2,0	2,0
3	»	3,2	5,0	1,0	2,0
4	»	1,2	10,0	1,0	2,0
5	Двухслойный сатин	—	—	—	1,0

В экспериментах псевдоожижались шарики сополимера полистирола и метилметакрилата фракции 0,5—1,0 *мм* [10]. При рабочей скорости 0,46 *м/сек* ($\omega_{кр} = 0{,}335$ *м/сек*) и решетке (тип 1) обнаружено влияние скорости прососа на расстоянии до 2—3 *мм* от решетки. Зона активного теплообмена в этом опыте составляла 8 *мм* при высоте псевдоожиженного слоя 67 *мм*. При этом торец зонда защищенной термопары был установлен между отверстиями решетки и зонд перемещался по высоте с помощью микрометрического винта.



Изменение температуры воздуха в активной зоне теплообмена:

а — прососная защищенная термопара; *б* — непрососная; *в* — с обнаженным горячим спаем; *г* — температура частиц в слое ($\omega_ф = 0{,}46$ *м/сек*, $d_ч = 0{,}685$ *мм*, $\rho_ч = 1{,}1$ *г/см*^{3}); *д* — влияние скорости на показания защищенной термопары, установленной на 1 *мм* выше решетки; *е* — прососная защищенная термопара; *ж* — непрососная; *з* — температура частиц в слое ($\omega_ф = 0{,}9$ *м/сек*)

Как видно из рисунка, температура, измеряемая прососной термопарой (кривая *д*), становится неизменной при достижении скорости прососа, равной скорости воздуха в промежутках между частицами ($\omega_{пр} = 0{,}9$ *м/сек*). Там же представлен график изменения температуры воздуха по высоте слоя при разных способах замера. При использовании защищенной термопары (*а*) скорость отсоса воздуха поддерживалась равной скорости потока в промежутках между частицами. На высоте до 2 *мм* от решетки температура, измеряемая непрососной защищенной термопарой, практически не меняется вследствие того, что на этой высоте происходит залеживание материала на решетке между отверстиями. В этой прирешеточной застойной зоне частицы практически не обдуваются газом и теплообмена между газом и частицами почти не происходит. На высоте более 2—3 *мм* наличие или отсутствие прососа не сказывается на показаниях защищенной термопары. В то же время обнаженная термопара на протяжении всей активной зоны теплообмена показывает более низкую температуру по сравнению с защищенной, даже если через защищенную термопару не просасывается воздух.

Температура, измеряемая термопарой с обнаженным спаем (кривая *в*), лежит в интервале между температурой воздуха, измеряемой защищенной термопарой, и температурой твердых частиц, измеряемой термопарой с обнаженным спаем в момент остановки слоя. Следовательно, в активной зоне теплообмена температура, замеряемая обнаженной термопарой, показывает среднюю температуру слоя, а не температуру газа в слое.

Выше зоны активного теплообмена температура, измеряемая обнаженной и защищенной термопарами, одинакова, поскольку практически достигается тепловое равновесие между газом, выходящим из слоя, и частицами слоя.

Аналогичные результаты были получены на других решетках (типы 2—4), однако при увеличении шага решетки высота застойной зоны несколько увеличивается. Так в опыте на решетке (тип 4) эта зона составляет 4—5 *мм*. Высота прирешеточной застойной зоны не зависит от скорости фильтрации.

На рисунке приведены результаты опытов (*е*—*з*), в которых в качестве газораспределителя использован двухслойный сатин. Разница показаний прососной и непрососной термопары находится в пределах точности измерительных приборов.

Обозначения

$\omega_{кр}$ — скорость начала псевдоожижения; $\omega_{пр}$ — скорость воздуха в промежутках между частицами; $\omega_ф$ — скорость фильтрации; $d_ч$ — диаметр частиц; $\rho_ч$ — плотность частиц; t — температура; h — расстояние от решетки до слоя термопары.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Leva, M. Weintraub, M. Grummer. Chem. Eng. Progr., **45**, № 9, 1949.
2. Е. А. Казакова, А. И. Денега, Л. В. Музыченко. ИФЖ, VI, № 4, 1963.

3. М. С. Шарловская. Изв. СО АН СССР, № 7, 1958.
4. K. N. Kettenring, E. L. Mandersfield, I. Smith. Chem. Eng. Progr., **46**, 3, 1950.
5. I. S. Walton, R. L. Olson, O. Levenspiel. Ind. Eng. Chem., **44**, 1952.
6. I. E. Richardson, P. Ayers. Trans. Inst. Eng., **37**, № 6, 1959.
7. P. M. Heertjes, S. M. Mc. Kibbins. Chem. Eng. Sci., **5**, 1956.
8. I. E. Frantz. Chem. Eng. Progr., № 7, 1951.
9. Л. К. Васанова, Н. И. Сыромятников. ИФЖ, VII, № 2, 1964.
10. Н. Б. Кондуков, В. М. Линдин. Хим. пром., № 11, 1962.

А. П. БАСКАКОВ, В. М. ПАХАЛУЕВ

О ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КИПЯЩЕГО В НАСАДКЕ СЛОЯ

В настоящее время отсутствуют достаточно надежные зависимости для эффективного коэффициента теплопроводности $\lambda_{эф}$ кипящего слоя. Все имеющиеся опытные данные [1, 2, 4, 5] указывают на чрезвычайно большие значения $\lambda_{эф}$ незаторможенного кипящего слоя, во всяком случае в вертикальном направлении. При таких значениях $\lambda_{эф}$ перемешивание в кипящем слое принято считать практически идеальным, т. е. реализация преимуществ противотока между псевдоожижающим агентом и псевдоожиженным материалом практически невозможна.

Одним из методов ухудшения перемешивания мелкозернистого материала является применение кипящего слоя, заторможенного, в частности, насадкой из сферических частиц. Данные по определению $\lambda_{эф}$ в таких условиях нам не известны.

Вертикальный коэффициент теплопроводности кипящего слоя глинозема с размером частиц от 50 до 100 μ изучался нами в трубе из органического стекла внутренним диаметром 43 *мм* и высотой 2000 *мм*. Поддерживающая решетка была выполнена в виде плиты с отверстиями Ø 3 *мм* и живым сечением 19%. На высоту 460 *мм* от решетки труба была заполнена насадкой из фарфоровых шаров диаметром 7—10 *мм*. Выше насадки располагался электрический нагреватель. Количество глинозема, засыпаемого в трубу, выбиралось из условий, при которых граница кипящего слоя при заданной скорости псевдоожижения была выше верхней границы нагревателя. По высоте трубы на расстоянии 100 *мм* друг от друга расположены четыре термопары для замера разности температур в данной точке кипящего слоя и воздуха под решеткой.

Ранее было показано [5, 6], что кипящий слой можно представлять в виде двух жидкостей, пронизывающих друг друга. Одна из них — псевдоожижающий агент, заполняющий поры между частицами, а другая — совокупность псевдоожиженных частиц, которые служат аналогом молекул жидкости или

3. М. С. Шарловская. Изв. СО АН СССР, № 7, 1958.
4. K. N. Kettenring, E. L. Mandersfield, I. Smith. Chem. Eng. Progr., **46**, 3, 1950.
5. I. S. Walton, R. L. Olson, O. Levenspiel. Ind. Eng. Chem., **44**, 1952.
6. I. E. Richardson, P. Ayers. Trans. Inst. Eng., **37**, № 6, 1959.
7. P. M. Heertjes, S. M. Mc. Kibbins. Chem. Eng. Sci., **5**, 1956.
8. I. E. Frantz. Chem. Eng. Progr., № 7, 1951.
9. Л. К. Васанова, Н. И. Сыромятников. ИФЖ, VII, № 2, 1964.
10. Н. Б. Кондуков, В. М. Линдин. Хим. пром., № 11, 1962.

А. П. БАСКАКОВ, В. М. ПАХАЛУЕВ

О ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КИПЯЩЕГО В НАСАДКЕ СЛОЯ

В настоящее время отсутствуют достаточно надежные зависимости для эффективного коэффициента теплопроводности $\lambda_{эф}$ кипящего слоя. Все имеющиеся опытные данные [1, 2, 4, 5] указывают на чрезвычайно большие значения $\lambda_{эф}$ незаторможенного кипящего слоя, во всяком случае в вертикальном направлении. При таких значениях $\lambda_{эф}$ перемешивание в кипящем слое принято считать практически идеальным, т. е. реализация преимуществ противотока между псевдоожижающим агентом и псевдоожиженным материалом практически невозможна.

Одним из методов ухудшения перемешивания мелкозернистого материала является применение кипящего слоя, заторможенного, в частности, насадкой из сферических частиц. Данные по определению $\lambda_{эф}$ в таких условиях нам не известны.

Вертикальный коэффициент теплопроводности кипящего слоя глинозема с размером частиц от 50 до 100 μ изучался нами в трубе из органического стекла внутренним диаметром 43 *мм* и высотой 2000 *мм*. Поддерживающая решетка была выполнена в виде плиты с отверстиями Ø 3 *мм* и живым сечением 19%. На высоту 460 *мм* от решетки труба была заполнена насадкой из фарфоровых шаров диаметром 7—10 *мм*. Выше насадки располагался электрический нагреватель. Количество глинозема, засыпаемого в трубу, выбиралось из условий, при которых граница кипящего слоя при заданной скорости псевдоожижения была выше верхней границы нагревателя. По высоте трубы на расстоянии 100 *мм* друг от друга расположены четыре термопары для замера разности температур в данной точке кипящего слоя и воздуха под решеткой.

Ранее было показано [5, 6], что кипящий слой можно представлять в виде двух жидкостей, пронизывающих друг друга. Одна из них — псевдоожижающий агент, заполняющий поры между частицами, а другая — совокупность псевдоожиженных частиц, которые служат аналогом молекул жидкости или

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

газа. Распространение тепла в кипящем слое описывается уравнениями Фурье—Кирхгофа для этих «жидкостей» с учетом теплообмена между ними.

Поскольку удельная поверхность глинозема чрезвычайно велика, разность температур между ним и псевдоожижающим газом практически равна нулю по всей высоте слоя [7]. В этих условиях оба уравнения Фурье—Кирхгофа трансформируются в одно, в результате чего распределение температур слоя по высоте для стационарного одномерного случая описывается уравнением

$$\frac{d\vartheta}{dx} = a\frac{d^2\vartheta}{dx^2} + k\vartheta, \tag{1}$$

где

$$a = \frac{\lambda_{эф}}{c_в \rho_в w_в}; \quad k = \frac{4\alpha}{c_в \rho_в w_в d}. \tag{1'}$$

Граничные условия:

$$\text{при } x = 0 \quad a\frac{d\vartheta}{dx} = \vartheta - \vartheta_1; \tag{2}$$

$$\text{при } x = l \quad \vartheta = \vartheta_0,$$

где

$$\vartheta = t - t_{ср}, \quad \vartheta_1 = t_р - t_{ср}.$$

Решение уравнения (1) с учетом (2) имеет вид

$$\frac{t - t_{ср}}{t_0 - t_{ср}} = \exp\left[-\frac{1-\bar{x}}{n}\right] \times \frac{m\,\mathrm{ch}\,\frac{m}{n}\bar{x} + \mathrm{sh}\,\frac{m}{n}\bar{x}}{m\,\mathrm{ch}\,\frac{m}{n} + \mathrm{sh}\,\frac{m}{n}} + 2\left[\frac{t_р - t_{ср}}{t_0 - t_{ср}}\right]\exp\left[\frac{\bar{x}}{n}\right] \times \frac{\mathrm{sh}\,\frac{m}{n}(1-\bar{x})}{m\,\mathrm{ch}\,\frac{m}{n} + \mathrm{sh}\,\frac{m}{n}}, \tag{3}$$

где

$$m = \sqrt{1 + 4ak};$$

$$n = \frac{2a}{l}; \quad \bar{x} = \frac{x}{l}.$$

Величина $\frac{t_р - t_{ср}}{t_0 - t_{ср}}$ в разных опытах менялась от 0,040 до 0,085. В расчетах она принята для всех опытов одинаковой и равной 0,062. Это решение представлено на рис. 1.

В соответствии с (3) изменение безразмерной избыточной температуры кипящего слоя по высоте определяется прежде всего величиной безразмерного параметра $n = 2a/l$, который характеризует интенсивность перемешивания материала по высоте. Влияние теплоотдачи от стен трубы к окружающему воздуху было в условиях опыта небольшим, что видно из сравнения двух кривых для $n = 1{,}2$ и т. д., одна

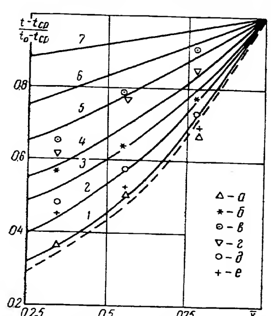


Рис. 1. Изменение безразмерной избыточной температуры кипящего в насадке слоя по высоте трубы:
1—7 для $n = 1{,}2$; 1,6; 2,1; 2,4; 3,6; 4,7; 9,6;
а — е для $w_в = 0{,}049$; 0,066; 0,099; 0,11; 0,146; 0,210 м/се

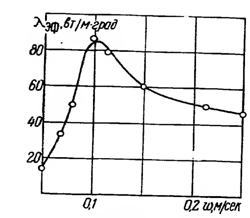


Рис. 2. Зависимость эффективного коэффициента теплопроводности от скорости псевдоожижающего агента

из которых (сплошная) проведена с учетом теплоотдачи, а другая (пунктирная) — без учета. Поэтому не было необходимости определять α с большой точностью.

Полученные в некоторых опытах значения безразмерных температур на различных расстояниях от решетки приведены на рис. 1. Данные получены для стационарного режима (через 2—3 часа после включения установки). По опытным точкам в каждом случае проводилась усредняющая кривая, положение которой определяло соответствующую данному режиму величину n. По значению n и скорости подсчитывалась величина $\lambda_{эф}$. Полученная таким образом зависимость коэффициента $\lambda_{эф}$ от скорости псевдоожижающего агента представлена на рис. 2.

Интересно отметить, что характер ее аналогичен характеру зависимости коэффициента теплопроводности кипящего слоя в горизонтальном направлении от скорости, найденной в опытах А. К. Бондаревой и О. М. Тодеса. Максимальное значение $\lambda_{эф}$ в наших опытах не превышает 90 *вт/м · град*. Это подтверждает возможность организации противотока между псевдоожижающим агентом и материалом в однокамерном аппарате [6], тем более, что псевдоожижение в насадке осуществляется равномерно без образования пузырей, так что высота кипящего в насадке слоя не ограничивается поршнеобразованием.

Обозначения

t_0 — температура кипящего слоя в верхней части трубы; t — температура кипящего слоя; $t_р$ — температура псевдоожижающего воздуха под решеткой; $t_{ср}$ — температура окружающей среды; $\lambda_{эф}$ — эффективная теплопроводность кипящего слоя; $c_в$ — теплоемкость воздуха; $\rho_в$ — плотность воздуха; $w_в$ — скорость воздуха на полное сечение трубы; d — диаметр трубы; α — коэффициент теплопередачи через стенку к окружающему воздуху; l — расстояние от решетки до верхней термопары; x — расстояние от решетки до текущей точки.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Peters, A. Orlichek. A. Schmidt. Chem. Ing. Technick. № 6, 1953.
2. А. К. Бондарева. ДАН СССР, **115**, № 4, 1957.
3. С. С. Забродский. ИФЖ, № 1, 1959.
4. О. М. Тодес, А. К. Бондарева. Химическая наука и промышленность, № 2, 1957.
5. В. А. Бородуля. А. И. Тамарин. ИФЖ, № 12, 1962.
6. А. П. Баскаков. ИФЖ, № 9, 1960.
7. I. F. Frantz. Chem. Eng., 69, № 20, 1962.

С. С. ЗАБРОДСКИЙ, Н. В. АНТОНИШИН, В. А. БОРОДУЛЯ, В. А. НЕМКОВИЧ

ДВУХКАМЕРНЫЙ РЕГЕНЕРАТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕННИК С ЦИРКУЛИРУЮЩЕЙ НАСАДКОЙ

Эффективный теплообмен между двумя потоками газов (например, между отходящими дымовыми газами промышленной печи и воздухом, поступающим для сжигания топлива в той же печи), как известно, может быть организован с помощью промежуточного твердого теплоносителя — мелкозернистого материала. Благодаря высокой удельной поверхности (на единицу веса) зернистый материал интенсивно воспринимает тепло от горячего газа, а затем так же интенсивно отдает его холодному, если приводить частицы материала в соприкосновение поочередно то с горячим, то с холодным потоками.

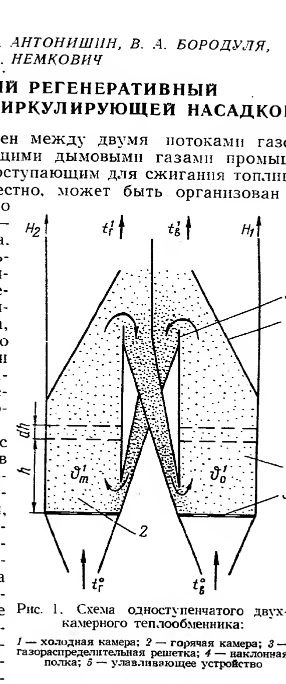


Рис. 1. Схема одноступенчатого двухкамерного теплообменника:

1 — холодная камера; *2* — горячая камера; *3* — газораспределительная решетка; *4* — наклонная полка; *5* — улавливающее устройство

Известные устройства с вертикальными шахтами, в которых происходит периодическое переключение потоков газа, нерациональны, так как не обеспечивают непрерывности процесса и постоянства температуры выходящих из теплообменника теплоносителей (газов, воздуха). Имеются и многие другие типы теплообменников, с дисперсными материалами в качестве промежуточного теплоносителя, однако практического применения эти схемы еще не нашли.

В разработанной схеме нового теплообменника (рис. 1) две аналогичные камеры, одна из которых является «холод-

ной», а вторая — «горячей». Через газораспределительную решетку в холодную камеру поступает нагреваемый газ, а в горячую — отдающий свое тепло. Дисперсный материал (песок, шамот и т. д.) псевдоожижается потоками газа и воздуха, проходящими через камеры. За счет расширения горячего слоя и его пульсаций частицы подбрасываются вверх, отбрасываются наклонной полкой и улавливаются соответствующим устройством, откуда плотным слоем сползают в холодную камеру. Поступающий холодный воздух псевдоожижает сползающий из горячей камеры материал, нагревается и аналогичным образом транспортирует частицы промежуточного теплоносителя в горячую камеру.

Таким образом, за счет циркуляции насадки, имеющей высокую объемную теплоемкость, осуществляется непрерывная передача тепла от горячей среды к холодной. Плотные слои материала в переточных каналах создают надежный гидравлический затвор между потоками воздуха и дымовых газов.

При рассмотрении процесса введем некоторые упрощающие допущения:

1. Температурное поле в каждой из камер теплообменника является квазистационарным (рис. 2).
2. Эффективная температуропроводность псевдоожиженного слоя столь велика, что можно пренебречь температурными градиентами в насадке во всем объеме слоя. При этом также пренебрегаем влиянием внутреннего термического сопротивления частиц.
3. Величина теплопотерь через стенки камер теплообменника, а также в переточных каналах мала и ее можно не учитывать.
4. Принимаем равномерным распределение газов по сечению камеры и насадки по объему.
5. Коэффициент теплообмена относим к полной геометрической поверхности всех частиц, составляющих насадку в каждой из камер теплообменника.
6. Обе камеры теплообменника считаем одинаковыми по размеру и количеству материала насадки.
7. Также принимаем, что

$$\frac{\alpha_г F}{c_г \gamma_г w_г} \approx \frac{\alpha_в F}{c_в \gamma_в w_в}.$$

В случае нагрева насадки горячим теплоносителем для элементарного объема (высотой dh и сечением 1 $м^2$) горячей камеры можно записать следующий баланс тепла:

$$\frac{dt_г}{t_г - \vartheta_m^1} = -\frac{\alpha F_0}{c_г \gamma_г w_г}\,dh. \qquad (1)$$

Интегрируя от $t_г^0$ до $t_г^1$ и от 0 до H, получаем

$$\ln\frac{t_г^1 - \vartheta_m^1}{t_г^0 - \vartheta_m^1} = -b_0 H = -b_1$$

или

$$t_г^1 - \vartheta_m^1 = (t_г^0 - \vartheta_m^1)\,e^{-b_1}. \qquad (2)$$

Далее, для всей камеры, в которой насадка воспринимает тепло от горячего теплоносителя, можно записать следующий баланс тепла:

$$k c_м \gamma_м V_{сл}(1-\varepsilon)(\vartheta_m^1 - \vartheta_0^1) = \alpha F\,(t_г^{ср.H} - \vartheta_m^1), \qquad (3)$$

где k — кратность циркуляции, $час^{-1}$; $V_{сл}$ — объем слоя.

Среднюю разность температур между нагреваемой насадкой и горячим теплоносителем можно выразить, как обычно, при помощи среднелогарифмической разности температур [2]

$$(t_г^{ср})^H - \vartheta_m^1 = \frac{t_г^0 - t_г^1}{\ln\dfrac{t_г^0 - \vartheta_m^1}{t_г^1 - \vartheta_m^1}}. \qquad (4)$$

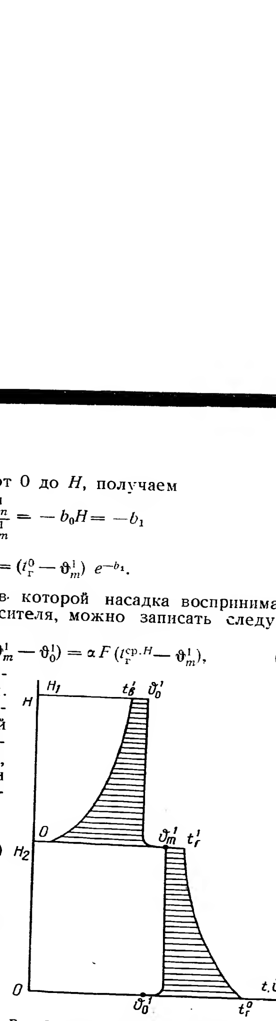


Рис. 2. Изменение температуры насадки и теплоносителей по поверхности теплообмена в одной ступени теплообменника

Решаем систему из уравнений (2), (3), (4) относительно ϑ_m^1:

$$\vartheta_m^1 = \frac{\vartheta_0^1 + R(1 - e^{-b_1})\,t_г^0}{1 + R(1 - e^{-b_1})}, \qquad (5)$$

где

$$R = \frac{W_г}{c_м \gamma_м V_{сл}(1-\varepsilon)\,k}$$

— отношение водяных эквивалентов псевдоожижающей среды и циркулирующей насадки.

Из (5) и (2) находится температура газа на выходе из одноступенчатого теплообменника

$$t_г^1 = \frac{[R + (1-R)\,e^{-b_1}]\,t_г^0 + (1 - e^{-b_1})\,\vartheta_0^1}{1 + R(1 - e^{-b_1})}. \qquad (6)$$

Аналогично для элементарного объема холодной камеры получаем

$$\vartheta_0^1 - t_в^1 = (\vartheta_0^1 - t_в^0)\,e^{-b_2}. \qquad (7)$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Далее, для всей камеры охлаждения нагретой насадки

$$c_{м}\gamma_{м}V_{сл}(1-\varepsilon)\,k\,(\vartheta_m^1-\vartheta_0^1)=\alpha F(\vartheta_0^1-t^{ср.H}), \qquad (8)$$

а также

$$\vartheta_0^1-t_{в}^{ср.H}=\frac{t_{в}^1-t_{в}^0}{\ln\dfrac{\vartheta_0^1-t_{в}^0}{\vartheta_0^1-t_{в}^1}}. \qquad (9)$$

Решаем систему уравнений (7), (8) и (9) относительно ϑ_0^1:

$$\vartheta_0^1=\frac{\vartheta_m^1+R(1-e^{-b_2})\,t_{в}^0}{1+R(1-e^{-b_2})}. \qquad (10)$$

Из (7) и (10) находим $t_{в}^1$:

$$t_{в}^1=\frac{\vartheta_m^1(1-e^{-b_2})+t_{в}^0[R+(1-R)\,e^{-b_2}]}{1+R(1-e^{-b_2})}. \qquad (11)$$

Максимальная и минимальная температуры насадки легко могут быть найдены из решения уравнений (5) и (10):

$$\vartheta_m^1=\frac{t_{в}^0(1-e^{-b_2})+t_{г}^0(1-e^{-b_1})[1+R(1-e^{-b_2})]}{2+R(1-e^{-b_1})(1-e^{-b_2})-e^{-b_1}-e^{-b_2}}; \qquad (12)$$

$$\vartheta_0^1=\frac{t_{г}^0(1-e^{-b_1})+t_{в}^0(1-e^{-b_2})[1+R(1-e^{-b_1})]}{2+R(1-e^{-b_1})(1-e^{-b_2})-e^{-b_1}-e^{-b_2}}. \qquad (13)$$

В том случае, когда $b_1=b_2=b$, уравнения (6), (11) и (12), (13) несколько упрощаются:

$$t_{г}^1=\frac{t_{г}^0[R+(1-R)\,e^{-b}]+\vartheta_0^1(1-e^{-b})}{1+R(1-e^{-b})}; \qquad (14)$$

$$t_{в}^1=\frac{t_{в}^0[R+(1-R)\,e^{-b}]+\vartheta_m^1(1-e^{-b})}{1+R(1-e^{-b})}; \qquad (15)$$

$$\vartheta_m^1=\frac{t_{в}^0+t_{г}^0[1+R(1-e^{-b})]}{2+R(1-e^{-b})}; \qquad 16)$$

$$\vartheta_0^1=\frac{t_{г}^0+t_{в}^0[1+R(1-e^{-b})]}{2+R(1-e^{-b})}. \qquad (17)$$

Когда $b=\infty$ (законченный теплообмен в каждой камере), уравнения (6), (11), (12) и (13) принимают еще более простой вид:

$$t_{г}^1=\vartheta_m^1=\frac{\vartheta_0^1+Rt_{г}^0}{1+R}=\frac{t_{в}^0+(1+R)\,t_{г}^0}{2+R}; \qquad (18)$$

$$t_{в}^1=\vartheta_0^1=\frac{\vartheta_m^1+Rt_{в}^0}{1+R}=\frac{t_{в}^0(1+R)+t_{г}^0}{2+R}. \qquad (19)$$

Максимальное количество тепла в теплообменнике передается, когда $b=\infty$. В этом случае от газа забирается количество тепла

$$Q_1=\frac{W_{г}}{2+R}\,(t_{г}^0-t_{в}^0) \qquad (20)$$

и передается холодному воздуху

$$Q_2=\frac{W_{в}}{2+R}\,(t_{г}^0-t_{в}^0). \qquad (21)$$

При $W_{г}=W_{в}$

$$Q_1=Q_2=\frac{W_{г}}{2+R}\,(t_{г}^0-t_{в}^0).$$

Коэффициент полезного действия такого теплообменника (его эффективность) можно выразить отношением количества переданного тепла от горячего теплоносителя холодному к максимально возможному:

$$\eta_1=\frac{W_{в}(t_{в}^1-t_{в}^0)}{W_{г}(t_{г}^0-t_{в}^0)}. \qquad (22)$$

Подставив в (22) значение $t_{в}^1$ из (15), получаем простую зависимость для к. п. д. теплообменника, состоящего из одной ступени:

$$\eta_1=\frac{1}{2+R}. \qquad (23)$$

Как видно из (23), на к. п. д. теплообменника существенное влияние оказывает кратность циркуляции материала насадки. Для обеспечения высокого к.п.д. целесообразно работать с наибольшей кратностью циркуляции (т. е. когда $R\to 0$).

Полученные расчетные соотношения позволяют произвести полный тепловой расчет одноступенчатого регенеративного теплообменника подобного типа.

Обозначения

F_0 — поверхность единицы объема насадки; F — суммарная поверхность материала насадки в каждой из камер теплообменника; $c_{в}$, $c_{г}$ и $c_{м}$ — теплоемкость воздуха, газа и мате-

риала насадки; h — текущее расстояние от решетки; H — полная высота псевдоожиженного слоя; R — отношение водяных эквивалентов псевдоожижающей среды (газа или воздуха) и циркулирующей насадки; Q — количество тепла, передаваемого в единицу времени от горячего теплоносителя к холодному; $V_{сл}(1-\varepsilon) = V_{м}$ — фиктивный объем, занимаемый материалом насадки, имеющей нулевую порозность, где $V_{сл}$ — объем псевдоожиженного слоя в каждой из камер теплообменника; $w_{г}$ и $w_{в}$ — скорость фильтрации газа и воздуха в камерах теплообменника; $t_{г}$ и $t_{в}$ — температуры газа и воздуха; α — коэффициент теплообмена между продуваемым воздухом (газом) и насадкой; $\gamma_{в}$, $\gamma_{г}$ и $\gamma_{м}$ — удельные веса воздуха, газа и материала насадки; ϑ_0 и ϑ_m — минимальная и максимальная температуры насадки; $W_{г}$ и $W_{в}$ — водяные эквиваленты теплоносителей; $b = \alpha F/W_{г}$ — комплекс, применяемый при расчете обычных поверхностных теплообменников.

Индексы: 0 — на входе в теплообменник; 1 — на выходе из первой ступени теплообменника.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Забродский, Н. В. Антонишин, В. А. Немкович. Авторское свидетельство по заявке № 851607/29-14 от 19.X 1963 г.
2. М. А. Михеев. Основы теплопередачи. ГЭИ, 1957.

Н. В. АНТОНИШИН, В. А. БОРОДУЛЯ, С. С. ЗАБРОДСКИЙ, В. А. НЕМКОВИЧ

ТЕПЛОВОЙ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ДВУХКАМЕРНОГО МНОГОСТУПЕНЧАТОГО РЕГЕНЕРАТИВНОГО ТЕПЛООБМЕННИКА С ЦИРКУЛИРУЮЩЕЙ НАСАДКОЙ

В работе [1] был приведен тепловой расчет одноступенчатого двухкамерного регенеративного теплообменника с циркулирующей насадкой. Коэффициент полезного действия такого теплообменника

$$\eta_1 = \frac{t_{в}^{1} - t_{в}^{0}}{t_{г}^{0} - t_{в}^{0}} . \qquad (1)$$

Даже при условии, что кратность циркуляции насадки бесконечна, предельный коэффициент полезного действия одноступенчатого теплообменника не может превысить 0,5. Увеличить коэффициент полезного действия можно путем организации ступенчатой противоточной схемы движения газов, обменивающихся теплом (рис. 1). Как и в одноступенчатом теплообменнике, газы, проходя через кипящий слой, обмениваются теплом с частицами промежуточного теплоносителя, который переходит в виде гравитационного движущегося плотного слоя из одной камеры в другую в каждой ступени.

Вначале рассмотрим двухступенчатый теплообменник, а затем — полученное решение на любое количество ступеней. Принимаем, что в каждой ступени имеет место законченный теплообмен между газовыми теплоносителями и насадкой и что перемешивание насадки в объеме каждой из камер теплообменника идеальное.

Для каждой ступени теплообменника при равенстве водяных эквивалентов газовых теплоносителей имеем:

$$\vartheta_m^1 - \vartheta_0^2 = R\left(t_{г}^0 - \vartheta_m^1\right) = R\left(\vartheta_0^2 - t_{в}^1\right); \qquad (2)$$

$$\vartheta_m^2 - \vartheta_0^1 = R\left(t_{г}^1 - \vartheta_m^2\right) = R\left(\vartheta_0^1 - t_{в}^0\right). \qquad (3)$$

Учитывая, что $\vartheta_m^1 = t_{г}^1$; $\vartheta_m^2 = t_{г}^2$; $\vartheta_0^1 = t_{в}^1$ и $\vartheta_0^2 = t_{в}^2$, уравнения (2) — (3) можно записать так:

$$t_{г}^1 - t_{в}^2 = R\left(t_{г}^0 - t_{г}^2\right) = R\left(t_{в}^2 - t_{в}^1\right); \qquad (4)$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

$$t_г^2 - t_в^1 = R\left(t_г^1 - t_г^2\right) = R\left(t_в^1 - t_в^0\right). \qquad (5)$$

Из (4) и (5) можно получить систему из 4 независимых уравнений с 4 неизвестными: $t_г^1$, $t_г^2$, $t_в^1$ и $t_в^2$. Решение уравнений относительно неизвестных $t_г^2$ и $t_в^2$ дает

$$t_г^2 = \frac{(1+R)\,t_г^0 + 2t_в^0}{3+R}; \qquad (6)$$

$$t_в^2 = \frac{2t_г^0 + (1+R)\,t_в^0}{3+R}. \qquad (7)$$

Сравнивая полученные соотношения (6), (7) с аналогичными для одноступенчатого теплообменника [1], легко распространить их на теплообменник, имеющий n ступеней:

$$t_г^n = \frac{(1+R)\,t_г^0 + nt_в^0}{1+n+R}; \qquad (8)$$

$$t_в^n = \frac{nt_г^0 + (1+R)\,t_в^0}{1+n+R}. \qquad (9)$$

К. п. д. такого теплообменника при равенстве водяных эквивалентов газовых теплоносителей запишется так:

$$\eta_n = \frac{t_в^n - t_в^0}{t_г^0 - t_в^0} = \frac{n}{1+n+R}. \qquad (10)$$

Эта зависимость графически изображена на рис. 2.

Выбор числа ступеней, очевидно, ограничивается технико-экономическими и конструктивными соображениями. Проверка на лабораторных и укрупненных моделях работы устройств, улавливающих подбрасываемые кипящим слоем частицы промежуточного теплоносителя, показала, что при расширении слоя в три раза циркуляция частиц происходит достаточно интенсивно, а выноса их из слоя насадки легко избежать. Переточные каналы (рис. 1.) в нижней ступени теплообменника работают в наиболее тяжелых условиях. Действительно, если вентиляторы работают на холодных газах, то навстречу опускающемуся из «горячей» камеры нижней ступени плотному слою промежуточного теплоносителя действует давление газов, равное суммарному перепаду давлений во всех камерах теплообменника (пренебрегая сопротивлениями входа и выхода газов из теплообменника и сопротивлением остальной «сети», преодолеваемым этими же вентиляторами). При равных уровнях слоя во всех камерах

теплообменника перепад давления, направленный навстречу слою, опускающемуся по переточному каналу из «горячей секции в холодную»,

$$\Delta P = 2n\,\Delta P_0. \qquad (11)$$

Перепад давления, примерно меньший на $2\Delta P_0$, приложен попутно движению слоя, опускающегося по переточному каналу из холодной камеры нижней ступени в горячую. Это давление не препятствует истечению материала в горячую камеру, а, наоборот, содействует ему. Поэтому сечение этого канала может быть выбрано меньшим, а высота затвора—небольшой.

Проверка на лабораторных моделях показала, что истечение материала из холодной камеры в горячую может успешно происходить в почти горизонтальном канале. Это означает, что улавливающая полка холодной секции может быть расположена на одной высоте с газораспределительной решеткой горячей секции. В этих условиях высота переточного канала из горячей секции в холодную, а следовательно, и давление, при котором течение в канале приостановится, могут быть значительно увеличены и составить (пренебрегая сопротивлением газораспределительной решетки)

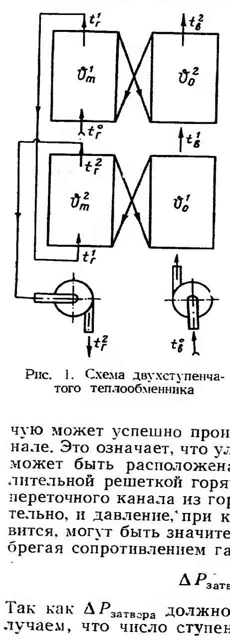


Рис. 1. Схема двухступенчатого теплообменника

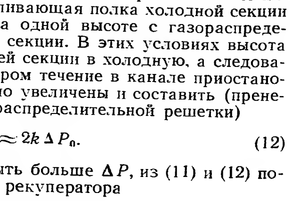


Рис. 2. Зависимость к. п. д. двухкамерного многоступенчатого теплообменника от числа ступеней:
1 — $R = 0$; 2 — 1; 3 — 2; 4 — 5

$$\Delta P_{затвора} \approx 2k\,\Delta P_0. \qquad (12)$$

Так как $\Delta P_{затвора}$ должно быть больше ΔP, из (11) и (12) получаем, что число ступеней рекуператора

$$n < k. \qquad (13)$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Таким образом, при расширении слоя более чем в 3 раза можно осуществить трехступенчатый теплообменник.

Количество ступеней проверяется также технико-экономическим сравнением затрат на дутье с количеством утилизированного в рекуператорах тепла в зависимости от числа ступеней n. Высота слоя в каждой секции выбирается минимальной, чтобы избежать излишней затраты энергии на дутье, но так, чтобы теплообмен между газом и частицами практически завершался.

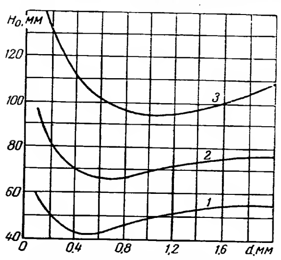


Рис. 3. Зависимость минимальной высоты неподвижного слоя насадки H_0, необходимой для завершения теплообмена между частицами и газом, от диаметра частиц насадки:

1 — средняя температура слоя 100; *2* — 400; *3* — 800° С

Перепад температур между газом и частицами

$$\Delta t = \Delta t_0 \exp(-b). \quad (14)$$

При $b = \frac{\alpha F_0 H}{W_г} = 3$ теплообмен между частицами и газом практически полностью завершается. Учитывая, что $H/H_0 = (1-\varepsilon_0)/(1-\varepsilon)$, $F_0 = 6 \cdot (1-\varepsilon)/d$ и $Nu = 1{,}25 \cdot 10^{-3} \cdot Re^{1,46}$ [2], уравнение (14) можно переписать так:

$$H_0 = \frac{c_г \gamma_г}{\lambda_г} \frac{w_г d^2}{Nu}. \quad (15)$$

Расчет начальной высоты слоя, при которой теплообмен завершится внутри него, по (15) должен быть произведен отдельно для каждой камеры теплообменника. Нами произведен приближенный расчет оценки порядка H_0 для случая нагрева воздуха до средней температуры 100, 400 и 800° С при 3-кратном расширении слоя (рис. 3).

Из рис. 3 видно, что при диаметре частиц порядка 0,5 *мм* начальная высота слоя, необходимого для завершения теплообмена, по-видимому, не превысит 100 *мм*. Более определенное суждение о необходимой высоте слоя затруднено отсутствием непосредственных опытных данных о теплообмене в слое при высоких температурах, где в противоположность наблюдаемой на рис. 3 тенденции роста H_0 с температурой можно ожидать уменьшения последней, вследствие существенного увеличения однородности слоя.

Уравнение для к. п. д. рекуператора с учетом затрат тепла на привод вентилятора $Q_д$ можно записать так:

$$\eta'_{tn} = \frac{Q_в - Q_д}{Q_г}, \quad (16)$$

откуда после простых преобразований для высоты слоя в рекуператоре 100 *мм* получаем

$$\eta'_{tn} \approx \eta_{tn} - 19 \frac{n}{t_г^0}. \quad (17)$$

Из расчета η'_{tn} по (17) видно, что рекуперация тепла с числом ступеней рекуперации $n = 2$—3 может быть во многих случаях выгодной даже при сравнительно низких температурах отходящих газов.

Выбранная минимальная высота слоя в рекуператоре может оказаться недостаточной, если утилизируется тепло агрегата, обладающего значительным гидравлическим сопротивлением $\Delta P_а$. Действительно, вместо (11) будем иметь

$$\Delta P = 2n \Delta P_0 + \Delta P_а. \quad (18)$$

Из (18) и (12), положив $\Delta P \approx \Delta P_{затвора}$, получаем минимальную высоту слоя, которую необходимо выбрать, чтобы обеспечить циркуляцию теплоносителей из камеры в камеру:

$$\Delta P_0 \approx \frac{\Delta P_а}{2(k-n)}. \quad (19)$$

Расширение слоя k для рекуператоров данного типа должно иметь свой максимум, определяемый многими технико-экономическими, эксплуатационными и конструктивными данными. Пока же можно рекомендовать значение $k = 3$, показавшее хорошие результаты в рекуператорах лабораторного типа.

Используя приведенный выше порядок расчета, нетрудно при любом k получить число ступеней, конструктивные данные и предварительные технико-экономические показатели для конкретных условий.

Обозначения

F_0 — поверхность единицы объема насадки; $c_в c_г$ — теплоемкость воздуха и газа; d — диаметр частиц насадки; H — высота псевдоожиженного слоя; H_0 — высота неподвижного плотного слоя при его пределе устойчивости; k — степень раздутия кипящего слоя; n — число ступеней теплообменника; R — отношение водяных эквивалентов псевдоожижающей среды (газа или воздуха) и циркулирующей насадки; $Q_г$ — максимальное количество тепла, которое можно передать от горячего теплоносителя холодному; $Q_в$ — количество тепла, переданного от горячего теплоносителя холодному; $Q_д$ — расход тепла на дутье; $w_г$ и $w_в$ — скорость фильтрации

газа и воздуха в камерах теплообменника; W — водяные эквиваленты теплоносителей; $t_г$ и $t_в$ — соответственно температуры газа и воздуха; Δt_0 и Δt — начальная и текущая (по высоте) разность температур между газовыми теплоносителями и материалом насадки; α — коэффициент теплообмена между продуваемым воздухом (газом) и насадкой; $\gamma_в$, $\gamma_г$ — удельный вес воздуха и газа; ϑ_0 и ϑ_m — минимальная и максимальная температуры насадки; ε — порозность кипящего слоя; ε_0 — порозность неподвижного плотного слоя при его пределе устойчивости; η_n — к. п. д. теплообменника, имеющего n ступеней; η'_n — к. п. д. теплообменника с учетом затрат тепла на дутье; ΔP_0 — перепад давления в одной камере теплообменника.

Индексы: 0 — на входе в теплообменник; 1 — на выходе из первой ступени; 2 — на выходе из второй ступени; n — на выходе из n-ой ступени теплообменника; г — горячий теплоноситель (газы); в — холодный теплоноситель (воздух).

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Забродский, Н. В. Антонишин, В. А. Бородуля, В. А. Немкович. Двухкамерный регенеративный теплообменник с циркулирующей насадкой. Данный сборник, стр. 35.

2. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном слое. ГЭИ, 1963.

Н. А. ШАХОВА, А. Г. ГОРЕЛИК

О ПРИЛОЖЕНИИ ОБОБЩЕННОЙ ТЕОРИИ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА К ТЕПЛООБМЕНУ В ПСЕВДООЖИЖЕННОМ СЛОЕ

Рассмотрим прогрев псевдоожиженного слоя потоком тепловой радиации через верхнюю его границу.

Изменение температуры среды (ожижающего агента) зависит от изменения температуры частиц; предельной температурой частиц является некоторая температура, определяющаяся интенсивностью теплового потока излучения и отличающаяся от предельной температуры среды. В процессе нагревания излучением псевдоожиженный слой переходит из одного стационарного состояния в другое. При этом можно считать, что процесс через небольшой промежуток времени регуляризуется и температура частиц изменяется со временем по экспоненциальному закону

$$t - u = (t - u_н) \exp(-m\tau). \qquad (1)$$

Известно, что ход изменения температуры газа со временем в псевдоожиженном слое аналогичен ходу изменения температуры частиц; следовательно, для газа также имеет место регулярный режим изменения температуры:

$$t_f - u_f = (t_f - u_{fн}) \exp(-m_1\tau). \qquad (2)$$

Для определения зависимости темпа нагревания частиц m от характеристик слоя рассмотрим тепловой баланс слоя материала, в котором суммарный объем частиц равен V.

Уравнение теплового баланса запишется так:

$$\partial Q = \partial Q_1 + \partial Q_2, \qquad (3)$$

где ∂Q_1 — суммарное изменение запаса тепловой энергии частиц в объеме V за время $\partial\tau$:

$$\partial Q_1 = \int\limits_V c\gamma\partial u dV = C\partial u_V; \qquad (4)$$

∂Q_2 — тепло, отданное газу через поверхность частиц в объеме V:

$$\partial Q_2 = \int\limits_S \alpha(u - u_f)\partial\tau dS = \alpha S(u_s - u_{fs})\partial\tau. \qquad (5)$$

Предполагая, что слой равномерно ожижен, можно считать, что поверхность теплообмена распределена равномерно по объему.

Тогда тепло, подведенное путем излучения в слой частиц объемом V за время $\delta\tau$, будет

$$\delta Q = P\,\delta\tau. \tag{6}$$

И уравнение теплового баланса запишется следующим образом:

$$P = C\,\frac{\delta u}{\delta\tau} + \alpha S\,(u - u_f). \tag{7}$$

При установившемся режиме ($\tau \to \infty$)

$$P = \alpha S\,(t - t_f). \tag{8}$$

Отсюда предельная разность температур

$$t - t_f = \frac{P}{\alpha S}. \tag{8a}$$

Из уравнений (7) и (8)

$$C\,\frac{\delta u}{\delta\tau} + \alpha S\,(t_f - u_f) - \alpha S\,(t - u) = 0. \tag{9}$$

Тепло, передаваемое от частиц к газу, можно выразить через нагрев газа:

$$\delta Q_2 = C_f\,(u_f - u_{0f})\,\delta\tau. \tag{10}$$

Подставив (10) в (7), имеем

$$P = C\,\frac{\delta u}{\delta\tau} + C_f\,(u_f - u_{0f}), \tag{11}$$

а при установившемся режиме

$$P = C_f\,(t_f - u_{0f}). \tag{12}$$

Из (11) и (12)

$$C\,\frac{\delta u}{\delta\tau} - C_f\,(t_f - u_f) = 0. \tag{13}$$

Используя формулу (1), имеем

$$\frac{\delta u}{\delta\tau} = m\,(t - u). \tag{14}$$

Из (9), (13) и (14) получаем

$$m = \frac{\alpha S}{C_f + \alpha S}\,\frac{C_f}{C}. \tag{15}$$

Выражение (15) совпадает со значением, полученным другим способом в [2] (для случая равенства коэффициентов теплоотдачи при стационарном и нестационарном режимах, а также равенства среднеинтегральной температуры газа и температуры газа на выходе из слоя).

Аналогично предыдущему можно определить темп нагревания газа. Из (2)

$$\frac{\delta u_f}{\delta\tau} = m_1\,(t_f - u_f). \tag{16}$$

Используя равенства (9), (13) и (16), получаем

$$m_1 = \frac{C_f}{C}\,\frac{\alpha S}{\alpha S + C_f}. \tag{17}$$

Следовательно, темпы нагревания частиц и газа в псевдоожиженном слое в данном случае равны. Этот результат согласуется с результатом, полученным в работе [2] для условий, указанных выше.

Поверхность частиц в слое определяется по весу слоя $G_{сл}$ и размеру частиц d:

$$S = \frac{6G_{сл}}{\gamma\,d}. \tag{18}$$

Темп нагрева определяется по практическим данным из выражения

$$m = \frac{\ln(t - u_1) - \ln(t - u_2)}{\tau_1 - \tau_2}. \tag{19}$$

Зная m, можно определить коэффициент теплоотдачи от частиц к газу

$$\alpha = \frac{CC_f m}{(C_f - mC)\,S}. \tag{20}$$

Согласно обобщенной теории регулярного режима, темп нагревания не зависит от мощности источника тепла, его расположения в теле (т. е. от глубины проникновения излучения) и координат точки. Величина m зависит только от геометрических размеров и тепловых параметров тела (в данном случае слоя).

Исходя из регулярного режима нагревания псевдоожиженного слоя, можно определить характер изменения скорости прогрева слоя с температурой. В общем случае скорость прогрева тела излучением при изменении его температуры выражается уравнением [3]

$$q_u - \alpha\,(u - u_f) = c\,\gamma\,R_V\,\frac{\delta u}{\delta\tau}. \tag{21}$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Так как $m = m_1$, то

$$q_u - \alpha \left[(t - t_f) - \frac{(t - u_н) - (t_f - u_{fн})}{t - u_н} (t - u) \right] =$$

$$= c \gamma R_V \frac{\partial u}{\partial \tau}. \tag{22}$$

Зависимость скорости нагревания псевдоожиженного слоя от температуры имеет, таким образом, линейный характер (22). В связи с тем что регулярный режим устанавливается через некоторый промежуток времени после начала нагревания слоя, в начальный период имеет место нелинейный характер изменения скорости нагревания, что подтверждается опытом [4]. Это обусловлено влиянием начальных условий процесса нагревания псевдоожиженного слоя.

Обозначения

t, t_f — температуры частиц и газа при установившемся режиме; $u_н$, $u_{fн}$ — средние температуры частиц и газа в начальный момент; u, u_f — средние температуры частиц и газа при неустановившемся режиме; V — объем частиц в слое; V_f — объемный расход газа в единицу времени; ∂Q — тепло, подведенное излучением к объему частиц V; S — суммарная поверхность частиц; ∂u — изменение температуры частиц элемента объема dV за элемент времени $\partial\tau$; dS — поверхность частиц в объеме dV; $u_V = \frac{1}{V}\int\limits_V u dV$ — средняя по объему температура частиц; $u_s = \frac{1}{S}\int\limits_S u dS$ — средняя по поверхности теплообмена температура частиц; $u_{fs} = \frac{1}{S}\int\limits_S u_f dS$ — средняя по поверхности температура газа; u_1, u_2 — температуры частиц или газа в данной точке слоя в моменты времени τ_1 и τ_2 соответственно; c, c_f — удельная теплоемкость частиц и газа; γ, γ_f — плотность материала частиц и газа; $C = c\gamma V$ — теплоемкость частиц в слое; $C_f = c_f \gamma_f V_f$ — энтальпия газа, проходящего через слой в единицу времени; P — мощность излучения, подводимого к слою; α — коэффициент теплоотдачи от частиц к газу; $G_{сл}$ — вес частиц в слое; d — средний размер частиц в слое; q_u — плотность лучистого потока; R_V — характерный размер слоя; $u_f = u_{Vf} = \frac{1}{V}\int\limits_V u_f dV$ — средняя температура газа в объеме слоя в данный момент времени; u_{0f} — начальная температура газа на входе в слой; m, m_1 — темпы нагревания частиц и газа соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Н. Дульнев, Г. М. Кондратьев. Изв. АН СССР, ОТН, № 7, 1956.
2. Ю. Н. Шиманский, Н. И. Сыромятников. ИФЖ, № 3, 1964.
3. А. В. Лыков. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.
4. Н. А. Шахова, А. Г. Горелик. ИФЖ, № 5, 1964.

С. С. ЗАБРОДСКИЙ

О ТЕПЛООБМЕНЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПСЕВДООЖИЖЕННЫХ СЛОЕВ С ПОВЕРХНОСТЯМИ

Несмотря на то что по теплообмену псевдоожиженного слоя с омываемыми им поверхностями имеется большое число исследований [1], до сих пор еще не достаточно освещен важный вопрос о переносе тепла высокотемпературным слоем. В этой области известны лишь отрывочные данные Джолли [2] и Гумца [3] и более обширное исследование Н. В. Харченко и К. Е. Махорина [4, 5]. Экспериментальная работа Н. В. Харченко и К. Е. Махорина представляет несомненный интерес, но трактовка авторами результатов экспериментов выглядит слишком упрощенной. Это в основном относится к выводу авторов об отсутствии существенного лучистого обмена между высокотемпературным псевдоожиженным слоем и погруженным телом.

Для доказательства своей точки зрения в [4] и [5] выдвинуты следующие соображения:

1. Между псевдоожиженным слоем и телом не должно быть лучистого обмена, как между нетеплопрозрачной жидкостью и стенкой.

2. Максимальный коэффициент теплообмена α_{max} с температурой слоя изменяется линейно.

3. Алюминиевые заготовки, обладающие низкой степенью черноты поверхности, примерно столь же быстро нагреваются в псевдоожиженном слое, как заготовки из других металлов.

Однако в аналогии [5] между псевдоожиженным слоем и «непрозрачной жидкостью» не учтено, что в отличие от ньютоновских жидкостей и даже от гравитационно движущегося слоя для развитого псевдоожиженного слоя с интенсивно перемешивающимися частицами существует значительный температурный напор между поверхностью омываемого тела (стенки) и ближайшим к ней рядом частиц. Даже в худшем случае, если около поверхности тела будет задерживаться некоторая прослойка прилипших к ней частиц, теплообмен излучением не будет исключен, а только перенесен на границу раздела между неподвижными и перемешивающимися частицами. При этом, правда, в известной мере сглаживалась бы роль степени черноты поверхности самого нагреваемого тела.

Легко объяснить также „аномалии“, упомянутые в пунктах 2 и 3, если обратить внимание на несовпадение скоростей фильтрации, при которых должны достигаться максимумы конвективно-кондуктивной и лучистой составляющих коэффициента теплообмена. Нельзя ожидать, что в обычных высокотемпературных псевдоожиженных слоях α_{max} будет суммой $\alpha_{кк.\,max}$ и $\alpha_{л.\,max}$ даже при полной справедливости равенства $\alpha = \alpha_{кк} + \alpha_{л}$ для любой скорости фильтрации потому, что из этих двух составляющих лишь $\alpha_{кк}$ весьма чувствителен к порозности слоя [1] и поэтому достигает своего максимума ($\alpha_{кк.\,max}$) при умеренных значениях m. Что касается $\alpha_{л}$, то его значение при обычно достаточной толщине слоя будет лишь возрастать с ростом порозности, когда поверхность заготовки будет „видеть“ не только ближайшие к ней и несколько охлажденные, но и все новые и новые дальние ряды раскаленных частиц. Важно также, чтобы при этом с ростом скорости фильтрации $w_{ф}$ не тормозилось движение частиц. Но, как известно, в режиме „нормального псевдоожижения с пузырями“ скорость частиц лишь увеличивается с $w_{ф}$ и максимум $\alpha_{л}$ будет лежать за пределами этого режима при более высоких $w_{ф}$. Так, обычно с ростом форсировки подачи газа будем иметь монотонное, хотя и постепенно замедляющееся увеличение $\alpha_{л}$. Это должно приводить к более широкой зоне $\alpha_{ст} \approx \alpha_{max} = (\alpha_{кк} + \alpha_{л})_{max}$ для высокотемпературного слоя, чем для низкотемпературного.

Растянутая зона $\alpha_{ст} \approx \alpha_{max}$ действительно наблюдалась в опытах Н. В. Харченко и К. Е. Махорина [4] и представляет собой практически существенный результат наличия лучистой составляющей теплообмена тела с высокотемпературным псевдоожиженным слоем, дающий возможность работать с высокими α при большой порозности и большом относительном расширении слоя, т. е. при меньшей начальной высоте его и меньшем гидравлическом сопротивлении. Это в ряде случаев выгодно. Очевидно, для разных точек кривой $\alpha_{ст} = f(w_{ф})$ в зоне пологого максимума доля $\alpha_{л}$ в α_{max} будет различна: для точек с большей $w_{ф}$ она выше.

Доказательством существенного лучистого обмена между высокотемпературным псевдоожиженным слоем и погруженным в него телом является сама возможность экспериментального определения $\alpha_{ст}$ по методу регулярного режима, подтверждаемая опытами [4]. Действительно, у Н. В. Харченко и К. Е. Махорина основные экспериментальные точки, нанесенные в координатах τ (время) и $\lg(\theta_{кс} - T_{ст})$, укладывались для единичного опыта на одну прямую, что

и свидетельствовало о постоянстве суммарного коэффициента теплообмена шара $\alpha_{ст}$ за соответствующее прямолинейному участку время, несмотря на постепенное увеличение температуры шара, $T_{ст}$, но при этом кондуктивная составляющая $\alpha_{ст}$ заведомо возрастала, так как увеличивалась теплопроводность газа в непосредственной близости к шару-альфа-калориметру. Конвективная составляющая вряд ли сильно изменялась, хотя можно ожидать некоторого ее уменьшения из-за роста кинематической вязкости газа вблизи шара. Следовательно, $\alpha_{ст}$ мог оставаться постоянным в основном за счет наличия и постепенного уменьшения лучистой составляющей обмена $\alpha_л$ по мере нагрева шара.

$\alpha_л \sim (\theta^4 - T_{ст}^4)/(\theta_{кс} - T_{ст})$ действительно может уменьшаться с ростом $T_{ст}$, так как $T_{ст}$ быстрее приближается к температуре „видимых“ шаром частиц θ, чем к температуре ядра слоя $\theta_{кс}$, т. е. числитель уменьшается быстрее, чем знаменатель. Интересно отметить, что „истинный“ (подсчитанный по разности температур излучающих поверхностей) коэффициент лучистого обмена $\alpha_л' \sim \dfrac{\theta^4 - T_{ст}^4}{\theta - T_{ст}}$ не убывает, а монотонно возрастает с увеличением температуры нагреваемого слоем шара. Действительно, $\alpha_л' \sim \theta^3 + T_{ст}\theta^2 + T_{ст}^2\theta + T_{ст}^3$. Но, конечно, с $\alpha_л'$ не приходится иметь дело, так как θ не поддается непосредственному измерению.

Для обычных высокотемпературных псевдоожиженных слоев при достигаемом $\alpha_{кк.max}$, когда на $\alpha_{кк}$ начинает сильнее действовать возрастание m, чем сопутствующее этому росту увеличение скорости частиц, эта скорость недостаточна для получения высоких $\alpha_л$. Первые ряды частиц существенно переохлаждаются, и $\alpha_л$ весьма далеко от упомянутого в [1] максимального значения, равного $4{,}9\,\varepsilon_1 \left[\left(\dfrac{\theta_{кс}}{100}\right)^4 - \left(\dfrac{T_{ст}}{100}\right)^4\right] \Big/ (\theta_{кс} - T_{ст})$, при некотором увеличении степени черноты слоя. Уточнять степень черноты слоя здесь, по-видимому, нет надобности, так как это всего лишь предельный случай и для него можно принять $\varepsilon_{кс} = 1$.

Нельзя признать удачным, что в [1] уже в самом обозначении этой максимальной величины $\alpha_л$ отсутствует соответствующий индекс max.

В результате того, что $\alpha_{кк.\,max}$ в обычных псевдоожиженных слоях должно достигаться при низких $\alpha_л$, величина α_{max} зависит от температуры слоя линейно, как и $\alpha_{кк.\,max}$, и численное значение α_{max} может быть близко к $\alpha_{кк.\,max}$. Отсюда

можно принимать для таких высокотемпературных слоев $\alpha_{max} \approx \alpha_{кк.\,max}$ и применять для расчета переноса ими тепла простую эмпирическую формулу, предложенную ранее [8] для низкотемпературных слоев, которая в единицах СИ запишется так:

$$\alpha_{max} = 22{,}6\,\rho_м^{0,2}\lambda_г^{0,6}d^{-0,36}. \qquad (1)$$

Если (1) сопоставить с опытными данными Н. В. Харченко [5] для округлых частиц, то видно, что она описывает их с отклонением, не превосходящим 7,5% от корреляции, предложенной Харченко, если рассчитывать α_{max} по $\lambda_г$ продуктов сгорания топлива при температуре слоя. Заниженные (в запас расчета) значения α_{max} высокотемпературного слоя, псевдоожиженного продуктами горения, получим, беря вместо $\lambda_г$ коэффициент теплопроводности воздуха.

В режимах, близких к $\alpha_{кк.\,max}$, но далеких от высоких значений $\alpha_л$, очевидно, можно получить упоминаемую в [5] практическую независимость времени нагрева тела в слое от степени черноты его поверхности.

Отмечаемое в [5] увеличение на 10% $\alpha_{ст}$ при горении в слое по сравнению с $\alpha_{ст}$, полученным при подаче под газораспределительную решетку „готовых“ продуктов сгорания (той же температуры), слабо подтверждено опытными данными из-за значительного разброса точек, но правдоподобно. Это можно объяснить некоторым увеличением однородности псевдоожижения при горении, установленным в [6] и [7].

Исходя из изложенного, следует отметить также, что в высокотемпературном псевдоожиженном слое можно получить более высокие α_{max}, чем достигнутые в [4] и [5]. Повышение α_{max} здесь возможно за счет быстрого искусственного перемешивания слоя вокруг погруженного неподвижного тела или за счет равноценного движения самого тела. Таким равноценным движением может быть не всякое, а лишь обеспечивающее отсутствие сколько-нибудь длительного контактирования поверхности тела с одними и теми же частицами.

При очень интенсивной смене частиц у поверхности тела и низкой порозности слоя можно достигнуть высокого $\alpha_{кк.\,max}$ и одновременно (при той же $w_ф$) иметь $\alpha_л$, близкое к $\alpha_{л.\,max}$. В этом „искусственно“ достижимом случае будет справедливо равенство

$$\alpha_{max} \simeq \alpha_{кк.\,max} + \alpha_{л.\,max}. \qquad (2)$$

Конечно, практическая реализация этой интенсификации теплообмена в высокотемпературном слое может быть связана с известными конструктивными трудностями. Но уже и в простом случае падения небольших тел сквозь интенсивно кипящий высокотемпературный слой теплообмен приближается

к условию (2). С другой стороны, относительно медленное вертикальное движение высокой пластины сквозь псевдоожиженный слой, так же как теплообмен гравитационно движущегося слоя с высокой стенкой, не даст такого эффекта.

В высокотемпературном псевдоожиженном слое, как и в низкотемпературном, $\alpha_{ст}$ зависит от формы частиц, если эта форма сильно отличается от сферической, и формула (1) без поправочного множителя, меньшего единицы, справедлива только для сферических и округлых частиц, таких, как песок, силикагель, многие катализаторы. Если же взять слой остроугольных частиц шамота, то к α_{max}, подсчитанным по (1), придется ввести поправочный множитель 0,725 согласно опытным данным [5]. Это объясняется тем, что отсутствие заметного изменения температуры частиц за время экспозиции у поверхности тела в сочетании с высокой их концентрацией (или малой эффективной порозностью слоя) является одним из возможных, но не единственным случаем достижения максимума коэффициента теплообмена стенки. Очевидно, α_{max} будет наступать, когда положительное влияние увеличения скорости перемешивания частиц с ростом скорости фильтрации будет компенсироваться отрицательным влиянием роста эффективной порозности слоя. Это положение, конечно, может возникнуть даже при значительном изменении температуры частиц у поверхности тела.

К сожалению, пока нет возможности удовлетворительно выразить скорость перемешивания частиц в непосредственной близости от тела в виде функции от $w_ф$ даже для монодисперсного слоя сферических частиц. Поэтому невозможно элементарно аналитически определять положение и величину α_{max}. Однако достаточно очевидно, что округлые частицы могут двигаться интенсивно при значительно меньшей порозности слоя m, чем неправильные остроугольные, пластинчатые и вытянутые, и $\alpha_{кк.\,max}$ для неправильных «цепляющихся» друг за друга частиц будет устанавливаться на базе более высокой порозности и, следовательно, при прочих равных условиях (размере и плотности частиц, свойствах газа) будет иметь значительно меньшую численную величину, т. е. потребуется в формулу (1) ввести некоторый поправочный коэффициент или фактор формы.

Для высокотемпературных псевдоожиженных слоев из-за лучистой составляющей коэффициента теплообмена, не уменьшающейся с порозностью, можно ожидать все меньшей величины подобной поправки с ростом температуры слоя.

Обозначения

d — диаметр частиц; m — порозность слоя; $T_{ст}$ — абсолютная температура поверхности тела; $w_ф$ — скорость фильтрации; $\alpha_{кк}$ и $\alpha_{кк.\,max}$ — кондуктивно-конвективная составляющая $\alpha_{ст}$ и ее максимальное значение; $\alpha_л$ и $\alpha_{л.\,max}$ — лучистая составляющая $\alpha_{ст}$ и ее максимальное значение; $\alpha_{ст}$ и α_{max} — коэффициент теплообмена тела (стенки) и его максимальное значение; $\varepsilon_{кс}$ и ε_1 — степень черноты псевдоожиженного слоя и поверхности тела; $\theta_{кс}$ — абсолютная температура частиц в ядре слоя; $\lambda_г$ — коэффициент теплопроводности газа; $\rho_м$ — плотность частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном (кипящем) слое. ГЭИ, 1963.
2. L. J. Jolley. Fuel, 28, № 5, 1949.
3. W. Gumz. Mitteilungen V. G. B., H. 54, 1958.
4. Н. В. Харченко, К. Е. Махорин. ИФЖ, 7, № 5, 1964.
5. Н. В. Харченко. Диссертация. Киев, 1964.
6. А. М. Гулюк. О некоторых особенностях гидродинамики псевдоожиженного слоя при сжигании в нем жидкого топлива. Настоящий сборник, стр. 68.
7. Н. В. Антонишин, С. С. Забродский. ИФЖ, 5, № 2, 1962.
8. С. С. Забродский. Труды Ин-та энергетики АН БССР, вып. 8, 1958.

А. И. ТАМАРИН, В. Д. ДУНСКИЙ

О РАДИАЦИОННОМ ТЕПЛООБМЕНЕ ПСЕВДООЖИЖЕННОГО СЛОЯ С ПОВЕРХНОСТЬЮ

Перенос тепла на границе псевдоожиженного слоя с поверхностью теплообмена протекает двумя различными механизмами: кондуктивно-конвективным и радиационным. Как показали многочисленные исследования низкотемпературного псевдоожиженного слоя, кондуктивно-конвективный перенос тепла линейно зависит от разности потенциалов (температур) и удовлетворительно описывается законом Ньютона. Радиационный перенос тепла имеет иные закономерности и определяется разностью потенциалов переноса (температур) в четвертой степени.

В связи с разработкой аппаратов для осуществления высокотемпературных процессов в псевдоожиженном слое, а также возможностью использования псевдоожиженного слоя как промежуточного теплоносителя радиационный перенос тепла в такой системе привлекает внимание исследователей. Этот вопрос недостаточно освещен в литературе и по нему не сложилось определенного мнения. Так, авторы [2] утверждают, что отсутствует существенный лучистый обмен между кипящим слоем и погруженным телом. В то же время С. С. Забродский показал [1], что в области высоких температур слоя влияние лучистой составляющей теплообмена может быть значительным.

Нами делается попытка из сопоставления радиационного и кондуктивно-конвективного потоков тепла дать оценку условий, когда необходимо учитывать радиационный перенос тепла при расчете теплообмена в псевдоожиженном слое.

Кондуктивно-конвективный перенос тепла между псевдоожиженным слоем и погруженной в него поверхностью удовлетворительно описывается следующей экспериментальной зависимостью [1]:

$$q_{\text{кк}} = 40\gamma_{\text{м}}^{0,2} d^{-0,36} \lambda_{\text{г}}^{0,6} \Delta T. \qquad (1)$$

Это уравнение дает представление о максимальном коэффициенте теплообмена, обусловленном кондуктивно-конвективным переносом тепла через пограничную пленку газа.

Радиационная составляющая теплового потока от слоя к теплообменной поверхности

$$q_{\text{р}} = \varepsilon_{\text{п}} C_0 \cdot 10^{-8} [T_1^4 - T_2^4]. \qquad (2)$$

Так как степень черноты псевдоожиженного слоя близка к единице [1], приближенно можно принять $\varepsilon_{\text{п}}$ равной $\varepsilon_{\text{ст}}$. В (2) входит температура стенки T_1 и температура ядра слоя T_2. В действительности температура ближайших к стенке рядов твердых частиц, которые «видит» стенка, может отличаться от температуры ядра псевдоожиженного слоя, приближаясь к температуре стенки. Температура этих частиц будет зависеть от интенсивности их перемешивания и порозности слоя. В области максимального значения коэффициента конвективно-кондуктивного теплообмена интенсивность перемешивания материала достаточно велика, а расширение слоя относительно невелико. В этих условиях температура частиц у поверхности теплообмена будет значительно отличаться от температуры ядра слоя. Поэтому для расчета радиационного переноса тепла можно воспользоваться уравнением (2), в которое входит температура стенки и ядра слоя. Эта зависимость дает представление о максимально возможном радиационном тепловом потоке на границе псевдоожиженного слоя и поверхности.

Сопоставляя (1) и (2), попытаемся оценить относительную долю радиационного потока тепла:

$$\frac{q_{\text{р}}}{q_{\text{кк}}} = \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{10^8 (T_1 - T_2) \lambda} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{п}} C_0 d^{0,36}}{40 \gamma_{\text{м}}^{0,55}}. \qquad (3)$$

В правой части (3) стоит произведение двух комплексов. Первый охватывает все величины, зависящие от температуры и свойств газа, во втором комплексе сгруппированы параметры, отражающие физические свойства дисперсного материала и стенки.

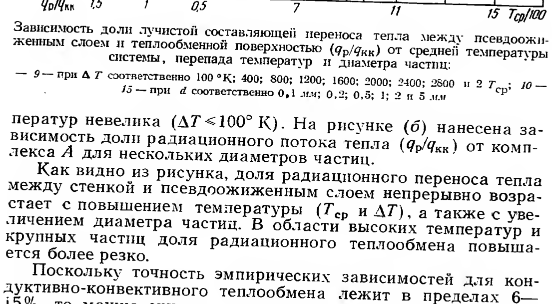
В первом приближении для данного диапазона температур можно принять, что теплопроводность газа является линейной функцией температуры: $\lambda = \lambda_0 (1 + bT_{\text{ср}})$ [3]. Тогда первый комплекс может быть записан в следующем виде:

$$A = \frac{(4T_{\text{ср}}^2 + \Delta T^2)}{10^4 (237 T_{\text{ср}} + 0,403)}. \qquad (4)$$

и формула (3) примет простую форму

$$\frac{q_{\text{р}}}{q_{\text{кк}}} = A \frac{\varepsilon_{\text{п}} C_0 d^{0.36}}{40 \gamma_{\text{м}}^{0,55}}. \qquad (3а)$$

На рисунке (*а*) представлена зависимость комплекса A от ΔT и средней температуры газа для нескольких значений ΔT. Кривая *9* соответствует гипотетическому условию, что температура стенки равна абсолютному нулю и разность температур максимальна ($\Delta T = 2T_{ср}$). Кривая *1* отражает более реальный предельный случай, когда разность температур невелика ($\Delta T \leqslant 100°$ К). На рисунке (*б*) нанесена зависимость доли радиационного потока тепла ($q_р/q_{кк}$) от комплекса A для нескольких диаметров частиц.



Зависимость доли лучистой составляющей переноса тепла между псевдоожиженным слоем и теплообменной поверхностью ($q_р/q_{кк}$) от средней температуры системы, перепада температур и диаметра частиц:

— *9* — при ΔT соответственно 100 °К; 400; 800; 1200; 1600; 2000; 2400; 2800 и 2 $T_{ср}$; *10* — *15* — при d соответственно 0,1 *мм*; 0,2; 0,5; 1; 2 и 5 *мм*

Как видно из рисунка, доля радиационного переноса тепла между стенкой и псевдоожиженным слоем непрерывно возрастает с повышением температуры ($T_{ср}$ и ΔT), а также с увеличением диаметра частиц. В области высоких температур и крупных частиц доля радиационного теплообмена повышается более резко.

Поскольку точность эмпирических зависимостей для кондуктивно-конвективного теплообмена лежит в пределах 6—15%, то можно считать, что роль радиационного переноса тепла будет заметной, если она превышает 15%. На графике эта область отделена штриховой вертикальной прямой. Практически при разности температур не выше 400° для частиц менее 0,5 *мм* эта область соответствует средним температурам ниже 700° К. Для более мелких частиц предел температур

лежит несколько выше. Так, для частиц 0,1 *мм* предельная температура слоя, когда уже следует учитывать радиационный перенос тепла, будет порядка 900° К. Наоборот, для более крупных частиц предельная температура будет ниже; так, для частиц 5 *мм* она равна 500° К.

Следует отметить, что в области повышенных температур и относительно больших диаметров частиц доля радиационной составляющей может достигать заметных величин. Например, при температуре псевдоожиженного слоя 1500° К и температуре поверхности 1100° ($T_{ср} = 1300°$ К и $\Delta T = 400°$ К) для частиц 2 *мм* из графика находим, что тепловой радиационный поток примерно равен кондуктивно-конвективному.

Приведенные выше соображения дают возможность оценить тот нижний температурный уровень, когда можно пренебречь радиационной составляющей теплообмена.

Обозначения

d — диаметр частиц; C_0 — коэффициент лучеиспускания абсолютно черного тела; $q_р$, $q_{кк}$ — радиационный и кондуктивно-конвективный поток тепла; T_1, T_2 — температура теплообменной поверхности и ядра псевдоожиженного слоя; ΔT — разность этих температур; $T_{ср}$ — среднеарифметическая температура системы; $\varepsilon_п$, $\varepsilon_{ст}$ — степень черноты приведенная и стенки; λ — теплопроводность газа; $\gamma_м$ — плотность частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном слое. ГЭИ, 1963.
2. Н. В. Харченко, К. Е. Махорин. ИФЖ, № 5, 1964.
3. Дж. Кей, Т. Лэви. Таблицы физических и химических постоянных. М., 1962.

И. Т. ЭЛЬПЕРИН, А. И. ТАМАРИН

К ВОПРОСУ ДИНАМИКИ КИПЯЩИХ СЛОЕВ В КАСКАДНЫХ УСТАНОВКАХ

Для термической обработки дисперсных материалов во взвешенном состоянии перспективны каскадные установки с конусными ретортами, в которых осуществляется противоточное движение материала и газа [4].

Проведенное исследование с помощью скоростной киносъемки показало, что перетекание материала из одной реторты установки в другую происходит отдельными порциями. Такое пульсирующее перемещение материала возникает как при периодическом изменении скорости потока газа, так и при стационарном газовом потоке и непрерывной, равномерной подаче материала в установку.

Для выяснения основных закономерностей процесса и метода управления им необходимо проанализировать характер пульсирующего движения дисперсной твердой фазы в каскадной установке. Анализ явления проведем для отдельной конусной реторты (рис. 1).

Сделаем следующие допущения:

1. Скорость движения газа одинакова по сечению реторты и изменяется только в направлении вертикальной оси.

2. Сила трения слоя дисперсного материала о стенки реторты пропорциональна скорости перемещения слоя.

3. В связи с небольшим раскрытием конуса реторты и относительно небольшими перемещениями слоя дисперсного материала пренебрегаем влиянием порозности на величину «подъемной силы», взвешивающей слой, и принимаем ее равной

$$P = c\,\mathrm{Re}^n. \tag{1}$$

Уравнение движения центра тяжести слоя в реторте имеет вид

$$-m\ddot{x} + h\dot{x} - P + mg = 0. \tag{2}$$

Критерий Re в сечении реторты на уровне x (рис. 1), определяющий величину P, равен

$$\mathrm{Re} = \mathrm{Re}_0 \frac{r_0^2}{\left(r_0 - x\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}\right)^2}.$$

Отсюда

$$P = c\,\mathrm{Re}_0^n \left(1 - \frac{x}{r_0}\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}\right)^{-2n}. \tag{3}$$

Разложим функцию (3) в ряд Тейлора по степеням переменной $\frac{x}{r_0}\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$. Так как $\frac{x}{r_0}\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2} < 1$, ряд сходится. Ограничившись первыми членами, получаем линейное приближение функции (3):

$$P = c\,\mathrm{Re}_0^n \left(1 + 2n\,\frac{x}{r_0}\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}\right). \tag{4}$$

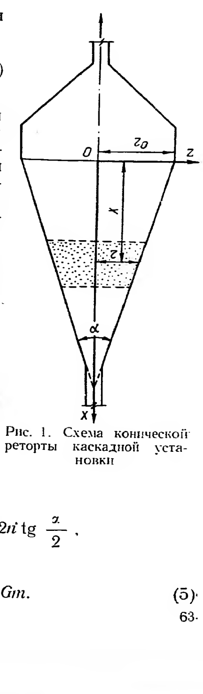


Рис. 1. Схема конической реторты каскадной установки

Уравнение (4) отражает линейный характер статической характеристики рассматриваемой системы. Для проверки правильности принятой линейной аппроксимации экспериментально была снята зависимость перемещения центра тяжести кипящего слоя в конической реторте от скорости жидкости. Опыты проводились на воде со шлаковыми и стеклянными шариками диаметром 2,45; 1,41; 0,7; 0,285 *мм*. По экспериментальным данным построена зависимость «подъемной силы» от положения центра тяжести слоя. Из рис. 2 видно, что экспериментальная кривая и зависимость (3) качественно совпадают. Отдельные участки этой кривой могут быть описаны линеаризованным уравнением (4).

Переходя к новой переменной

$$y = 1 + 2n\,\frac{x}{r_0}\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$$

и вводя обозначения

$$k = \frac{c}{r_0}\,2n\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2},\quad G = \frac{g}{r_0}\,2n\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2},$$

из (2) и (4) окончательно получаем

$$m\ddot{y} - h\dot{y} + k\,\mathrm{Re}_0^n\,y = Gm. \tag{5}$$

Полученное линейное дифференциальное уравнение описывает перемещение центра тяжести слоя в конической реторте. Как видно из (5), рассматриваемая система в механической аналогии представляет собой тело с массой m, подвешенное на пружине с жесткостью $k\,\mathrm{Re}_0^n$, на которое действует внешняя сила Gm при наличии в системе трения.

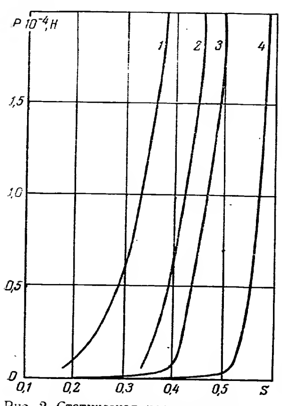


Рис. 2. Статическая характеристика кипящего (фонтанирующего) слоя:

P — подъемная сила; $S = \frac{x}{r_0}\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$ — относительная координата центра тяжести слоя в реторте; 1, 2, 3, 4 — $\mathrm{Re}_0 = 221,\ 166,\ 110,\ 55$

Условия, когда масса материала в слое неизменна, а закрепленный конец пружины совершает гармонические колебания, соответствуют задаче, при которой вес материала и скорость потока в реторте постоянны во времени, а сама реторта совершает возвратно-поступательное движение вдоль потока. При этом относительное расстояние между центром тяжести слоя и верхней границей конуса реторты y (в переменных уравнения (5)) будет изменяться по соотношению

$$y = y_1 + y_0 \cos \omega t.$$

Тогда из (5) находим закономерности движения центра тяжести слоя относительно колеблющейся реторты:

$$m\ddot{y}_1 - h\dot{y}_1 + k\,\mathrm{Re}_0^n y_1 = Gm + y_0 \sin(\omega t + \varphi). \qquad (6)$$

Сдвиг по фазе между перемещением реторты и силой

$$\varphi = \arccos h\omega\,[(m\omega^2 - k\,\mathrm{Re}_0^n)^2 + (h\omega)^2]^{-0,5}.$$

Вводя новую переменную $z = y_1 - \dfrac{Gm}{k\,\mathrm{Re}_0^n}$, (6) можно представить в следующем виде:

$$m\ddot{z} - h\dot{z} + k\,\mathrm{Re}_0^n z = y_0 \sin(\omega t + \varphi). \qquad (7)$$

Как видно из (7), задачу о гармонических колебаниях реторты можно свести к рассмотрению более простого случая

движения груза массой m, подвешенного на пружине с постоянной жесткостью $k\,\mathrm{Re}_0^n$, на которую действует периодическая внешняя сила с амплитудой y_0, сдвинутая по фазе относительно движения реторты.

Передаточная функция такой системы

$$W = (m\omega^2 - i\omega h + k\,\mathrm{Re}_0^n)^{-1}. \qquad (8)$$

Амплитуда колебания слоя может быть найдена из выражения

$$Z_a = y_0[(k\,\mathrm{Re}_0^n - m\omega^2)^2 + (h\omega)^2]^{-0,5}. \qquad (9)$$

При этом имеет место сдвиг по фазе между действием внешней силы и перемещением слоя

$$\varphi_1 = \mathrm{arc\,tg}\,[h\omega\,(k\,\mathrm{Re}_0^n - m\omega^2)^{-1}]. \qquad (10)$$

Зависимость (8) отражает характер восприятия системой действия внешней периодической силы. В знаменателе (8) стоит сумма динамических жесткостей отдельных элементов системы: массы ($m\omega^2$), трения ($i\omega h$) и „пружины“ ($k\,\mathrm{Re}_0^n$).

Полученные зависимости не всегда непосредственно могут быть использованы для расчета реальных установок, однако они позволяют сделать некоторые качественные суждения о поведении слоя в реторте. Так, например, если при повышенной частоте пульсации реторты необходимо сохранить заданную амплитуду колебания слоя, то следует уменьшить массу материала в реторте. Это объясняется тем, что с увеличением частоты динамическая жесткость массы резко возрастает (масса плохо передает повышенные частоты).

Часто желательно сохранить в системе частоту, задаваемую вынужденными колебаниями, и создать условия, чтобы собственные колебания системы затухали. В этом случае следует декремент затухания $\approx \left(\dfrac{km}{h^2}\,\mathrm{Re}_0^n - 0,25\right)^{-0,5}$ выбрать достаточно большим.

В каскадных установках пульсации слоя в ретортах происходят вследствие периодического изменения скорости потока. Последнее может достигаться в результате работы специального пульсатора, который периодически изменяет сопротивление сети. В этом случае движение центра тяжести слоя в конусной реторте приближенно описывается уравнением (5), в котором величина $k\mathrm{Re}_0^n$ является периодической функцией времени. Другими словами, рассматриваемая система может быть сведена к модели, состоящей из груза массой m, подве-

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

шенного на пружине, жесткость которой гармонически изменяется во времени.

Заменой переменной $y = U \exp\left(\frac{1}{2}\,\frac{h}{m}\,\tau\right)$ уравнение (5) может быть представлено в следующем виде [2]:

$$\ddot{U} + \Phi(\tau)\,U = G \exp\left(-\frac{1}{2}\,\frac{h}{m}\,\tau\right), \tag{11}$$

где

$$\Phi(\tau) = \frac{k\,\mathrm{Re}^n}{m} - \frac{1}{4}\left(\frac{h}{m}\right)^2.$$

Функция в правой части (11) при $\tau \to \infty$ стремится к нулю. Следовательно, в условиях стабилизировавшегося режима закономерности движения слоя в конусной реторте можно описать однородным дифференциальным уравнением Хилла, решением которого будет следующая функция [2]:

$$U = c_1 \Phi_1(\tau) \exp(\lambda_1 \tau) + c_2 \Phi_2(\tau) \exp(\lambda_2 \tau). \tag{12}$$

Здесь c_1 и c_2 — произвольные постоянные; λ_1, λ_2 — характеристические показатели; Φ_1 и Φ_2 — периодические функции.

В общем случае характеристические показатели — величины комплексные и, следовательно, $\exp\lambda = \exp\eta \exp(i\gamma)$. Умножение периодических функций Φ_1 и Φ_2 на $\exp(i\gamma\tau)$ вызовет только сдвиг по фазе и не отразится на изменении их значения за период колебания. В то же время наличие сомножителя $\exp(\eta\tau)$ приводит к изменению функции за период. Поэтому при мнимых характеристических показателях ($\eta = 0$) полученное решение представляет собой периодическую ограниченную функцию, по частоте и амплитуде отличающуюся от характера пульсаций скорости потока.

При $\eta \neq 0$ и $\tau \to \infty$ полученное решение оказывается неустойчивым и неограниченно возрастает. Случай, когда периодическое изменение параметров системы вызывает ее раскачивание, получил название параметрического резонанса [2, 3]. В реальной системе при наличии трения и нелинейной статической характеристики неограниченный рост амплитуды невозможен. Амплитуда будет расти до тех пор, пока расход энергии на изменение параметров системы не уравновесится потерями на трение и в ней установятся устойчивые колебания.

Проведенный анализ дает качественное объяснение наблюдаемого на моделях и опытных установках нарушения режима пульсаций движения твердой фазы, при котором резко возрастает амплитуда пульсаций и слой полностью «уходит» из реторты.

Пульсирующее перемещение слоя в конической реторте может возникать и при отсутствии вынужденных колебаний расхода жидкости, когда материал в реторту поступает непрерывно и равномерно. При этом сам слой выполняет функцию клапана-пульсатора, изменяющего периодически скорость потока жидкости. Одновременно материал отдельными порциями проваливается через нижнюю горловину реторты. В результате этого масса материала в аппарате периодически изменяется. В первом приближении движение материала в реторте может быть описано дифференциальным уравнением, аналогичным (5), при условии, что масса слоя является функцией времени.

Следует отметить, что реальная система значительно сложнее, имеет нелинейную падающую характеристику и обладает трением.

Наряду с отмеченными закономерностями на движение слоя оказывает влияние также зависимость между массой материала в реторте и скоростью потока, которая в колебательной системе играет роль обратной связи. Вследствие инерционности столба жидкости действие обратной связи несколько запаздывает, что вызывает сдвиг фаз между силой и перемещением.

В связи с этим даже при равномерной подаче материала в реторту возникают устойчивые колебательные движения кипящего слоя в каскадной установке.

Проведенное исследование является попыткой использовать общие положения теории колебаний к качественному изучению динамики движения твердой фазы в каскадных установках.

Обозначения

P — подъемная сила; m — масса материала в слое; x, y, z — координаты; r_0 — радиус реторты в верхнем сечении; n — показатель степени, $1 < n < 2$; ω — круговая частота; α — угол раскрытия конуса; τ — время.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. В. Мак-Лахлан. Теория и приложения функций Матье. ИЛ, 1953.
2. Л. И. Мандельштам. Лекции по колебаниям. М., 1955.
3. С. П. Стрелков. Введение в теорию колебаний. ГИТТЛ, 1951.
4. И. Т. Эльперин. Труды Ульяновского с.-х. ин-та, IV, 1956.

А. М. ГУЛЮК

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ГИДРОДИНАМИКИ ПСЕВДООЖИЖЕННОГО СЛОЯ ПРИ СЖИГАНИИ В НЕМ ЖИДКОГО ТОПЛИВА

Известный интерес представляет изучение характера псевдоожижения при химических реакциях, когда в слое происходит изменение температуры и количества псевдоожижающей среды. В литературе [1] этот вопрос освещен недостаточно.

Рассмотрим изотермический высокотемпературный слой без горения при сохранении весового расхода псевдоожижающего газа. Изменение гидродинамики такого слоя по сравнению с холодными условиями можно оценить отношением чисел псевдоожижения N_2/N_1. Если воспользоваться обычными интерполяционными формулами расширения слоя, то при переходе от псевдоожиженного слоя с температурой t_1 к слою с температурой t_2 получаем

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{G_{\text{п.у}1}}{G_{\text{п.у}2}} = \frac{\text{Re}_{\text{п.у}1}\,\mu_1}{\text{Re}_{\text{п.у}2}\,\mu_2}. \tag{1}$$

Подставив значения критерия Рейнольдса, подсчитываемые по известной интерполяционной формуле [2], имеем

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\text{Ar}_1(1400 + 5{,}22\sqrt{\text{Ar}_2})\,\mu_1}{\text{Ar}_2(1400 + 5{,}22\sqrt{\text{Ar}_1})\,\mu_2}. \tag{2}$$

Случай очень мелких частиц был рассмотрен в [3], и тогда при сохранении весового расхода газа ($G_\text{ф} = \text{const}$)

$$N_2/N_1 = \nu_2/\nu_1. \tag{3}$$

Для крупных частиц (большие числа Ar) с некоторыми допущениями уравнение (2) можно упростить и привести к виду

$$\frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{\rho_{c1}}{\rho_{c2}}}. \tag{4}$$

Таким образом, из (3) и (4) видно, что для слоев твердых частиц, псевдоожиженных газом, с повышением температуры слоя ($t_2 > t_1$) число псевдоожижения увеличивается.

Было показано [4], что пульсации давления в псевдоожиженном слое связаны с прохождением пузырей и изменением

высоты слоя. Если учесть, что число псевдоожижения отражает гидродинамическую обстановку в слое, можно предположить, что при высоких температурах неоднородность псевдоожижения должна возрастать. Действительно, если с увеличением числа N остаемся в области неоднородного псевдоожижения [3], то большая доля газа будет прорываться через слой в виде пузырей: они будут крупнее и амплитуда пульсаций давления должна увеличиться.

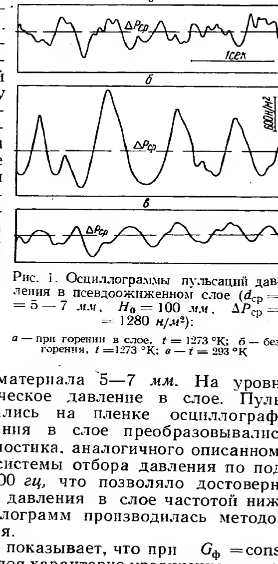


Рис. 1. Осциллограммы пульсаций давления в псевдоожиженном слое ($d_\text{ср} = 5-7$ *мм*, $H_0 = 100$ *мм*, $\Delta P_\text{ср} = 1280$ *н/м²*):

а — при горении в слое, $t = 1273$ °К; *б* — без горения, $t = 1273$ °К; *в* — $t = 293$ °К

Для выяснения характера псевдоожижения при переходе от холодных условий к высокотемпературному слою без горения и при горении в нем жидкого топлива (солярового масла) были поставлены специальные опыты. Экспериментальная установка представляла собой цилиндрическую колонну из кварцевого стекла с внутренним диаметром 75 *мм* и высотой 1 *м*. В нижней части трубы над решеткой с живым сечением 25% (диаметр отверстий 1,2 *мм*) псевдоожижался слой крошки динасового кирпича плотностью 2200 *кг/м³*. Опыты проводились с фракцией материала 5—7 *мм*. На уровне решетки измерялось статическое давление в слое. Пульсации давления записывались на пленке осциллографа МПО-2. Изменения давления в слое преобразовывались с помощью индукционного мостика, аналогичного описанному в [4]. Собственная частота системы отбора давления по подсчетам составляла около 200 *гц*, что позволяло достоверно фиксировать все колебания давления в слое частотой ниже 10—12 *гц*. Обработка осциллограмм производилась методом графического интегрирования.

Сравнение осциллограмм показывает, что при $G_\text{ф} = \text{const}$ для высокотемпературного слоя характерно увеличение амплитуды пульсаций давления при мало изменяющейся частоте. При температуре слоя 293° К (рис. 1, *в*) амплитуда пульсаций давления составляла 5,5% от его среднего значения при частоте пульсаций 2,25 *гц*. При температуре слоя 1273° К (рис. 1, *б*) амплитуда и частота равны 13% и 2,12 *гц*. Такое изменение характера псевдоожижения согласуется с (2) и (4).

При сжигании жидкого топлива в псевдоожиженном слое общее весовое количество псевдоожижающего агента несколько увеличивается. В наших опытах это увеличение составляло около 5% от весовой подачи воздуха. За счет изменения химического состава газа изменяются ρ_c и μ. С учетом этих поправок при температуре слоя (1273° К) без горения $N_2/N_1=2{,}82$.

Если считать, что гидродинамика системы в этом случае определяется числом N, можно было бы ожидать, что неоднородность псевдоожижения при горении будет несколько выше, чем при той же температуре слоя, но без горения.

В действительности при горении жидкого топлива наблюдалось успокоение слоя (рис. 1, *а*) и амплитуда пульсаций давления была 5,5% от его среднего значения, частота — 5 *гц*. Это можно интерпретировать как уменьшение размера и увеличение числа газовых пузырей, т. е. увеличение однородности слоя. Аналогичное изменение характера псевдоожижения при сжигании в слое газового топлива отмечалось в работе [1]. По сравнению с «холодным» слоем амплитуда пульсаций давления в слое становилась меньше при одинаковом относительном расширении.

Повышение однородности псевдоожиженного слоя при сжигании в нем жидкого топлива можно объяснить нарушением стабильности крупных газовых пузырей из-за появления внутри слоя дополнительных сил, связанных с быстрым испарением жидкого топлива, воспламенением и горением этих паров, сил, соизмеримых с гидродинамическими силами, действующими в обычных псевдоожиженных слоях (в отсутствие горения). Детали развития этих сил давления и механизма предотвращения образования крупных пузырей пока не ясны. По-видимому, наибольшее значение могут иметь местные весьма кратковременные повышения давления внутри плотной («эмульсионной») фазы слоя при очень быстром испарении попавших туда капелек топлива и при вспышке (воспламенении) их паров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. В. Антонишин, С. С. Забродский. ИФЖ, № 2, 1962.
2. В. Д. Горошко, Р. Б. Розенбаум, О. М. Тодес. Изв. вузов. Нефть и газ, № 1, 1958.
3. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожиженном (кипящем) слое. ГЭИ, 1963.
4. А. И. Тамарин. ИФЖ, № 7, 1963.

Г. И. ЭЛЬКИН, З. Р. ГОРБИС

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИКИ, АЭРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА В «ТОРМОЖЕННОЙ ГАЗОВЗВЕСИ»

Рекуперативные воздухоподогреватели наряду с низкой эффективностью теплообмена и большими затратами металла на их изготовление на ряде котельных агрегатов через 2—3 года работы выходят из строя вследствие кислотной коррозии [1]. В связи с этим необходимо повышать температуру уходящих газов до 200—230° С, что в свою очередь снижает экономичность котла. Замена рекуперативных воздухоподогревателей регенеративными типа «Юнгстрем» не всегда дает экономический эффект из-за увеличения расхода электроэнергии на тягу и дутье вследствие больших перетечек воздуха, достигающих 15—25%.

Теплообменники типа «газовзвесь» могут быть широко использованы в качестве воздухоподогревателей в котельной технике, а также в ряде других областей техники в качестве регенераторов различного назначения. Наряду с высокой интенсивностью теплообмена они характеризуются отсутствием затрат металла на изготовление поверхностей нагрева, глубоким охлаждением уходящих газов котла без опасности кислотной коррозии поверхностей нагрева при соответствующем подогреве воздуха. Глубокое охлаждение уходящих газов приводит к значительному повышению экономичности котла.

На одном из котлов Одесской ТЭЦ был построен и испытан воздухоподогреватель типа «противоточная газовзвесь» с механическим и аэродинамическим торможением насадки. На нем (дополнительно к ранее полученным данным [7]) были исследованы вопросы механики движения, аэродинамики межкомпонентного теплообмена насадки с газами (воздухом) и ряд других чисто эксплуатационных факторов (унос насадки из теплообменника, занос насадки золой, истирание насадки в процессе работы и т. п.).

Расчеты, проведенные на основе известных литературных данных [2—6], показали, что из-за малого времени контакта насадки с воздухом (газами) высоты теплообменных участков велики. Для увеличения времени контакта насадки с воздухом (газами) были применены тормозящие вставки, известные

в химической технологии [8—9]. В подобных случаях по существу имеет место дополнительное механическое торможение падения частиц, и поэтому уместен термин «торможенная газовзвесь» [10]. Любое торможение частиц приводит к увеличению их истинной концентрации и, следовательно, к увеличению поверхности нагрева в теплообменных камерах. Этот положительный результат необходимо сопоставить с отрицательным, который связан с ухудшением условий межкомпонентного теплообмена при увеличении концентрации. Ранее в [5] было показано, что при концентрации $\mu < 1—1{,}5$ и $\beta < 3{,}5 \cdot 10^{-4}$ межкомпонентный теплообмен в газовзвеси, свободный от механического торможения, практически не зависит от концентрации. Однако при $\beta > 3{,}5 \cdot 10^{-4}$ было обнаружено, что интенсивность теплообмена падает пропорционально $\beta^{-0{,}43}$ [10]:

$$\frac{Nu_0}{Nu} = 0{,}033\,\beta^{-0{,}43} .$$

Нами указанное положение проверялось в условиях торможенной газовзвеси и сделана попытка обобщения экспериментальных данных по механике движения насадки, теплообмену и аэродинамике.

Воздухоподогреватель типа «торможенная газовзвесь» представляет собой две последовательно включенные по насадке теплообменные камеры, расположенные друг над другом. Теплообменные камеры (верхняя и нижняя) прямоугольной формы, сечением $f=0{,}49$ $м^2$, $l=1{,}65$ $м$ и $f=0{,}64$ $м^2$, $l=1{,}68$ $м$ соответственно. Внутрь теплообменных камер вставлены боковые и центральные тормозящие элементы — сетки. Они неподвижны и наклонены к горизонтальной плоскости под углом 10° [7]. Боковые тормозящие элементы могут поворачиваться относительно горизонтальной плоскости на угол от 0 до 90°. Часть насадки, падающей сверху, просыпается сквозь сетки, часть скатывается по ним, часть после удара о сетки отскакивает. Количество сеток могло изменяться в процессе опыта. В верхней камере при противотоке происходит нагрев насадки газами, а в нижней, также при противотоке, — нагрев насадкой воздуха. В опытах измерялись расходы воздуха, газа, насадки, их температуры на границах теплообменных участков, вес насадки, одновременно находящейся в камере, аэродинамическое сопротивление теплообменных камер, разрежение по газовому и воздушному трактам, а также производился анализ дымовых газов с целью определения присоса в газовую теплообменную камеру. Измерения наблюдаемых величин проводились при установившемся тепловом и аэродинамическом режимах. В расчеты вводились значения наблюдаемых величин, дающих 3-кратное (не менее) совпадение.

На одном из этапов эксперимента была изучена механика движения насадки в «холодной» воздушной теплообменной камере. В качестве насадки применялся гранулированный кварцевый песок с $d_т = 0{,}49$ $мм$ и алюмосиликатный катализатор с $d_т = 3{,}2$ $мм$. На границах теплообменной камеры были установлены шиберы с пневмоприводом, с помощью которых одновременно отсекалась насадка, находящаяся в камере, с последующим ее выпуском и взвешиванием, что давало возможность определить величину весовой концентрации

$$\mu_в = \frac{G_г}{G_в} = \beta\,\frac{\gamma_т}{\gamma} .$$

Величины $\mu_в$ и часового расхода насадки позволили определить время пребывания (теплообмена) насадки в камере

$$\tau = 3600\,\mu\,\frac{G_в}{G_н} .$$

Изучалось также влияние на время пребывания (теплообмена) насадки в камере числа рядов тормозящих элементов — сеток, живого сечения и геометрического симплекса сеток, чисел Рейнольдса, расходной весовой концентрации и угла поворота боковых тормозящих элементов — сеток. Как показали опыты, зависимость времени пребывания насадки в камере от числа рядов тормозящих элементов является линейной и выражается уравнением

$$\tau_n^{тор} = \tau_{n-1}^{тор} + \frac{\tau_{n-1}^{тор}}{n-1} .$$

Во всех расчетах время пребывания насадки в камере было отнесено к шести рядам тормозящих элементов — сеток. В дальнейшем последовательно определялись частные зависимости симплекса времени $\tau_{пр}^{тор}/\tau_{гв}$ от перечисленных выше факторов,

где

$$\tau_{гв} = \frac{l}{(1 - k_v)\,v_{вит}} .$$

Экспериментальные данные обрабатывались в критериальном виде [10]. Так, например, частная зависимость симплекса времени от числа Рейнольдса по воздуху (рис. 1) при прочих равных условиях позволила выявить две области: в первой симплекс времени не зависит от числа Рейнольдса; во второй с увеличением числа Рейнольдса симплекс времени уменьшается, что обусловливается бо́льшим ростом аэродинамического

торможения насадки между сетками (чистая газовзвесь), чем на сетках (механическое торможение). Эта зависимость может быть представлена в виде $\frac{\tau_{пр}^{тор}}{\tau_{гв}} = A\,\mathrm{Re}^n$, где $n = 0$ при $1{,}05 \cdot 10^4 < \mathrm{Re} < 3{,}58 \cdot 10^4$; $n = -0{,}685$ при $3{,}58 \cdot 10^4 < \mathrm{Re} < 9{,}0 \cdot 10^4$.

Рис. 1. Пример частной зависимости симплекса времени $K = \tau_{пр}^{тор}/\tau_{гв}$ от числа Рейнольдса:
$1 - \alpha_б/\alpha_ц = 20°/10°$; $2 - 90°/10°$

В результате окончательной обработки результатов опытов получена критериальная зависимость для симплекса времени

$$\frac{\tau_{пр}^{тор}}{\tau_{гв}} = f\left(\mathrm{Re},\ f_ж,\ \frac{D_{эк}}{d_т},\ \mathrm{Re}_т,\ \mu,\ \frac{\alpha_б}{\alpha_ц},\ n\right), \qquad (2)$$

применимая для камер прямоугольного сечения с тормозящими элементами — сетками и следующих значений критериев (аргументов): $1{,}05 \cdot 10^4 < \mathrm{Re} < 9 \cdot 10^4$, $0{,}257 < f_ж < 0{,}73$, $1{,}8 < \frac{D_{эк}}{d_т} < 12{,}25$, $102 < \mathrm{Re}_т < 2000$, $0{,}5 < \mu < 2{,}11$, $\frac{10}{10} < \frac{\alpha_б}{\alpha_ц} < \frac{90}{10}$. Так, для кварцевого песка с $d_т = 0{,}49$ *мм*; $3{,}58 \cdot 10^4 < \mathrm{Re} < 9{,}0 \cdot 10^4$; $0{,}37 < f_ж < 0{,}73$; $9{,}1 < \frac{D_{эк}}{d_т} < 12{,}25$; $\mathrm{Re}_т = 98 \div 103$; $0{,}5 < \mu < 2$; $\frac{30}{10} < \frac{\alpha_б}{\alpha_ц} < \frac{90}{10}$ и $n = 3 - 10$ уравнение (2) с погрешностью $\pm 17{,}5\%$ принимает вид (рис. 2)

$$\frac{\tau_{пр}^{тор}}{\tau_{гв}} = 14{,}05\,\mathrm{Re}^{-0{,}69} f_ж^{-0{,}74} \left(\frac{D_{эк}}{d_т}\right)^{7{,}1} \mu^{-0{,}85} \left(\frac{\alpha_б}{\alpha_ц}\right)^{-0{,}32} \cdot 10^{-5}. \quad (3)$$

Уравнения (2) и (3) дают возможность оценить в широких пределах увеличение времени пребывания насадки в камере торможенной газовзвеси по сравнению с «чистой газовзвесью». Оно порядка 1,5—4,0 раза. Полученные зависимости для симплекса времени позволили рассчитать поверхность нагрева насадки, участвующей в теплообмене:

$$F = \frac{\tau^{тор} G_н^*}{600\,\gamma_т d_т}, \qquad (4)$$

Рис. 2. Обобщение опытных данных по симплексу времени пребывания твердой компоненты в теплообменной камере торможенной газовзвеси:

$$A = \frac{\tau_{пр}^{тор}}{\tau_{гв}} \mathrm{Re}^{0{,}69}\ f_ж^{0{,}74} \left(\frac{D_{эк}}{d_т}\right)^{-7{,}1} \mu^{0{,}85}$$

критерий Нуссельта $\mathrm{Nu} = \alpha d_т/\lambda$, а также объемную концентрацию

$$\beta = \mu \frac{\gamma}{\gamma_т} \frac{k_v}{1 - k_v} \frac{\tau^{тор}}{\tau_{гв}}.$$

В опытах с кварцевым песком ($d_т = 0{,}49$ *мм*) с погрешностью $\pm 12{,}6\%$ была получена зависимость (рис. 3,*а*):

$$\mathrm{Nu}^{тор} = 3{,}84 \left(\frac{D_{эк}}{d_т}\right)^{-1{,}73} \beta^{-0{,}49}. \qquad (5)$$

Формула (5) показывает, что качественное и количественное влияние концентрации на теплообмен, обнаруживаемое зависимостью (1), хорошо подтверждается и в условиях торможенной газовзвеси. Это указывает на независимость влияния β от метода повышения истинной концентрации. Формула (5) верна для следующих значений критериев и симплексов подобия: $3{,}58 \cdot 10^4 < \mathrm{Re} < 9 \cdot 10^4$; $\mathrm{Re}_т = 98 - 100$; $\mathrm{Bi} < 0{,}1$; $1{,}26 \cdot 10^4 < \beta < 2 \cdot 10^{-3}$; $9{,}1 < \frac{D_{эк}}{d_т} < 12{,}25$.

Несмотря на снижение интенсивности теплообмена торможенной газовзвеси, количество переданного тепла насадкой в теплообменных камерах, согласно опытным данным, воз-

растает, так как опережающими темпами увеличивается время пребывания последней в камерах и, следовательно, поверхность теплообмена. Для оценки этого эффекта используем понятия о коэффициенте теплоотдачи, отнесенном к единице объема теплообменной камеры:

$$\alpha_V = \frac{Q}{\Delta t \, V_k} \, .$$

В критериальной форме эта зависимость примет вид

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha_V \, d_т^2}{\lambda} = 6\beta \Phi^{0.5} \, \mathrm{Nu} \qquad (5')$$

для частиц песка, характеризуемых $\Phi = 1{,}15$.

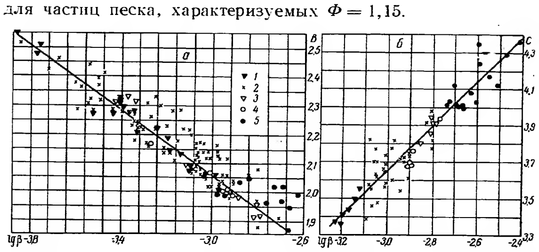


Рис. 3. Обобщение опытных данных по теплообмену в торможенной газовзвеси (а) $\left(B - \lg\left[\mathrm{Nu}_т \left(\frac{D_{эк}}{d_т}\right)^{1,73}\right]\right)$ и по коэффициенту аэродинамического сопротивления твердой компоненты в торможенной газовзвеси (б) $\left(C - \lg\left[\xi_т \left(\frac{D_{эк}}{d_т}\right)^{2,5}\right]\right)$:

1 — 3 группы тормозящих элементов с живым сечением сеток 40%; *2* — 4 группы с 40%; *3*—5 групп с 40%; *4*—3 группы с 73%; *5*—4 группы с 37%

Используя (5) и (5′) для торможенной газовзвеси и уравнение для свободной газовзвеси (при $\mathrm{Re}_т = 30 - 480$; $\mu < 1 - 1{,}5$; $\mathrm{Bi} < 0{,}1$) [10]

$$\mathrm{Nu}_т = 0{,}186 \, \mathrm{Re}_т^{0.8} \, ,$$

получаем

$$\frac{\mathrm{Nu}_V^{тор}}{\mathrm{Nu}_V} = \frac{\mathrm{Nu}^{тор}}{\mathrm{Nu}} \, \frac{6\beta^{тор} \Phi^{0.5}}{6\beta \Phi^{0.5}} \, . \qquad (6)$$

Из (6) и опытных данных видно, что $\mathrm{Nu}_V^{тор}$ для торможенной газовзвеси может быть в 1,2—1,8 раза больше, чем для

свободной, при одинаковой расходной концентрации и прочих равных условиях.

Аэродинамическое сопротивление теплообменных камер с механическим торможением газовзвеси больше, чем в свободной газовзвеси, в силу наличия поворотных тормозящих элементов — сеток и явно неравномерного движения дисперсной насадки.

В экспериментах непосредственно определялась потеря давления на участке теплообмена $\Delta P = \xi_{общ} \frac{\gamma v^2}{2g}$.

В свою очередь, согласно [10], коэффициент сопротивления $\xi_{общ}$ можно представить в виде

$$\xi_{общ} = \xi_{сеток} + \xi_l + \xi_т, \qquad (7)$$

где $\xi_{сеток} = \xi^{ц}_{сеток} + \xi^{б}_{сеток}$ — коэффициент сопротивления сеток при движении в камере только воздуха.

Установлено, что при $3{,}3 < \frac{l}{H} < 6$; $0{,}37 < f_ж < 0{,}73$; $\xi_{сеток} = 0{,}0383 \left(\frac{l}{H}\right)^{0,5} f_ж^{0.32}$

$$\xi^{б}_{сеток} = 0{,}089 \left(\frac{l}{H}\right)^{0,5} f_ж^{-0,44} [1 - 0{,}956 \cos\alpha (1 - f_ж)]^{-6,56 f_ж^{0,6}}. \qquad (8)$$

В пределах изменения углов $\alpha_б$ от 0 до 25° получено уравнение

$$\xi^{б}_{сеток} = 0{,}822 \left(\frac{l}{H}\right)^{0,5} f_ж^{0,845}. \qquad (9)$$

Согласно рис. 3,*б*, коэффициент сопротивления движущейся насадки при $5{,}5 \cdot 10^4 < \mathrm{Re} < 9 \cdot 10^4$ и $9{,}1 < \frac{D_{эк}}{d_т} < 12{,}25$ равен

$$\xi_т = 2{,}262 \left(\frac{D_{эк}}{d_т}\right)^{-2,5} \beta^{1,18}. \qquad (10)$$

Обозначения

μ, $\mu_в$, β — весовая расходная, весовая и объемная концентрации; τ — время теплообмена насадки в газовзвеси; Nu, Re — критерии Нуссельта и Рейнольдса; α — коэффициент теплоотдачи; $\alpha_б$, $\alpha_ц$ — угол наклона боковых и центральных тормозящих элементов к горизонту; λ — коэффициент теплопроводности; Δt — среднелогарифмический температурный напор; k_V — коэффициент аэродинамического торможения

насадки; $\gamma_т$, γ — удельный вес насадки и газа; $G_н^*$ — часовой расход насадки; $G_н$, $G_в$ — вес насадки и воздуха, одновременно находящегося в камере; $f_ж$ — живое сечение сеток; $D_{эк}$, $d_т$ — эквивалентный диаметр отверстия сетки и твердого компонента; H — шаг между тормозящими элементами; l — высота теплообменного участка; v — скорость газов (воздуха) в теплообменной камере; ΔP — потеря давления в теплообменной камере; $\xi_{общ}$ — общий коэффициент аэродинамического сопротивления всего сквозного дисперсного потока; $\xi^{ц}_{сеток}$, $\xi^{б}_{сеток}$ — коэффициенты сопротивления центральных и боковых тормозящих элементов; $\xi_т$ — коэффициент сопротивления движущейся насадки; ξ_l — коэффициент сопротивления по длине теплообменной камеры; n — число групп тормозящих элементов; V — объем теплообменной камеры; Φ, F — коэффициенты формы и поверхность насадки.

Индексы: гв — у величин, относящихся к свободной газовзвеси; тор — к торможенной газовзвеси; т — к твердому компоненту; V — к объему камеры; пр — приведенные величины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. В. Кузнецов. Рабочие процессы и вопросы усовершенствования конвективных поверхностей нагрева котельных агрегатов. ГЭИ. 1958.
2. З. Ф. Чуханов. Изв. АН СССР, ОТИ, № 10, 1947.
3. Г. И. Худяков. Изв. АН СССР, ОТИ, № 2, 1953.
4. Л. Кун. Процесс установки мелкозернистого теплообмена. Теплотехнический исследовательский институт. Венгрия, 1959.
5. З. Р. Горбис. Изв. АН СССР, ОТИ, № 9, 1958.
6. З. Р. Горбис. Изв. вузов (энергетика). № 10, 1958.
7. Г. И. Элькин. З. Р. Горбис. Сборник докладов «Тепло- и массоперенос». ГЭИ, 1963.
8. С. А. Круглов. А. И. Скобло. Химия и технология топлив и масел, № 3. Гостоптехиздат, 1958.
9. Д. Ф. Толкачев. Изв. Казанского филиала АН СССР, вып. 2, 1961.
10. З. Р. Горбис. Исследование конвективного теплообмена сквозных дисперсных потоков (докторская диссертация). ОТН АН БССР, Минск, 1963.

А. Л. ПАРНАС, С. С. ЗАБРОДСКИЙ

ДВИЖЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН ЧАСТИЦ В ВОСХОДЯЩЕМ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ПОТОКЕ ГАЗА

В настоящее время в промышленности широко применяются аппараты для сушки, нагрева, обжига (или других технологических операций) дисперсных материалов, движущихся в восходящем газовом потоке. Для уменьшения габаритов таких установок и повышения экономичности их работы представляют значительный интерес различного рода мероприятия по интенсификации процессов тепло- и массообмена, одним из которых может явиться создание пульсирующего движения газа [1, 2]. Можно полагать, что, несмотря на ряд принятых упрощающих допущений, излагаемые ниже результаты приближенных расчетов движения и теплообмена частиц в пульсирующем потоке окажутся полезными при дальнейших исследованиях. В частности, было принято:

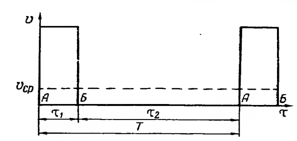


Рис. 1. График зависимости скорости потока от времени

1. Частица постоянной массы движется вертикально вверх, увлекаемая газовым потоком, скорость которого на участке периода пульсаций τ_1 равна $v = v_{ср}(1+m)$ и нулю на участке τ_2 (рис. 1).

2. Не учитываются соударения частицы со стенками трубы и с другими частицами.

3. Аэродинамическое сопротивление и теплообмен частицы квазистационарны, т. е. в каждый данный момент времени подчиняются закономерностям, полученным в стационарных условиях.

4. Коэффициент лобового сопротивления частицы не зависит от ориентации частицы и скорости воздуха. Последнее справедливо во многих представляющих практический интерес случаях (пневмогазовые зерносушилки и т. д.).

5. Удельный вес среды (газа) пренебрежимо мал по сравнению с удельным весом частицы.

При $v > u$ и постоянном значении скорости v решение задачи о движении частицы с учетом принятых допущений имеет вид [3]

$$u = \frac{[v(v - u_н) - v_в^2]\,\mathrm{th}\,\bar{\tau} + u_н v_в}{(v - u_н)\,\mathrm{th}\,\bar{\tau} + v_в}, \qquad (1)$$

где $\bar{\tau} = g\tau/v_в$ и $v_в = \sqrt{\dfrac{2g\omega\gamma_м}{\psi f \gamma_ж}}$ — величина постоянная. Соответственно при $v < u$

$$u = \frac{v_в u_н - [v(v - u_н) + v_в^2]\,\mathrm{tg}\,\bar{\tau}}{v_в - (v_в - u_н)\,\mathrm{tg}\,\bar{\tau}}. \qquad (2)$$

Интегрируя (1) и (2), можно получить соответствующие значения пути, пройденного частицей.

Рассматривая движение частицы в пульсирующем потоке последовательно (по участкам), с помощью уравнений (1) и (2) можно рассчитать движение (скорость и путь) частицы в аппарате для каждого момента времени. Но эти решения громоздки и зависят от ряда факторов, в том числе и начальной скорости ввода частицы в аппарат. Поэтому, чтобы получить результаты в достаточно обозримой форме, рассмотрим случай, когда движение частицы в каждый последующий период не отличается от движения в предыдущий период (так называемый стационарный участок). Непосредственными расчетами можно показать, что при этом условии и при наличии достаточного запаса по скорости газа с точки зрения надежности пневмотранспорта движение частицы на участке τ_2 происходит только вертикально вверх (без торможения до нулевой скорости и падения вниз). Тогда из (1) и (2) получается система уравнений, с помощью которой можно определить значение скорости u в характерные точки периода колебаний A и $Б$ (рис. 1):

$$u_Б = \frac{[v(v - u_A) - v_в^2]\,\mathrm{th}\,\bar{\tau}_1 + u_A v_в}{(v - u_A)\,\mathrm{th}\,\bar{\tau}_1 + v_в};$$

$$u_A = \frac{u_Б v_в - v_в^2\,\mathrm{tg}\,\bar{\tau}_2}{v_в + u_Б\,\mathrm{tg}\,\bar{\tau}_2}. \qquad (3)$$

В дальнейшем будем полагать, что период колебаний невелик и выполняется условие $\bar{T} = gT/v_в < 0{,}2$. Тогда $\mathrm{th}\,\bar{\tau}_1 = \bar{\tau}_1$, $\mathrm{tg}\,\bar{\tau}_2 = \bar{\tau}_2$ и решения уравнений (3) имеют вид:

$$\bar{u}_A = \Big[\bar{v}^2 m\bar{T} - 2m\bar{T} + 2\bar{v}(1 + m) - \sqrt{m^2\bar{T}^2(\bar{v}^4 + 4) + 4(\bar{v}^2 m - m^2 + 1)(1 + m)^2}\Big]\,[2(\bar{v}m\bar{T} - m^2 + 1)]^{-1}; \qquad (4)$$

$$\bar{u}_Б = \frac{\bar{u}_A + \bar{T}\dfrac{m}{1+m}}{1 - \bar{u}_A\bar{T}\dfrac{m}{1+m}},$$

где $\bar{u} = u/v_в$; $\bar{v} = v/v_в$.

Прежде чем производить дальнейшие вычисления, определим минимальную среднюю скорость потока, необходимую для транспортирования частицы в вертикальном направлении (аналог скорости $v_в$ при движении без пульсаций). Для этого необходимо решить систему уравнений несколько более сложную, чем уравнения (3), так как движение частицы на участке τ_2 будет сначала восходящим, а затем падающим. Скорость $(v_{ср})_{min}$ должна быть найдена из условия равенства нулю пути, пройденного частицей за весь период. Однако возможен и значительно более простой, приближенный способ определения этой скорости. Оценим величину минимальной скорости на участке τ_1 сверху. Для этого необходимо в равенствах (3) положить $u_A = 0$, что соответствует очень медленному перемещению частицы вверх и приводит к выражению

$$\bar{v}_{min} = \frac{1}{2}\left[\mathrm{tg}\,\bar{\tau}_2 + \sqrt{\mathrm{tg}^2\,\bar{\tau}_2 + 4\left(1 + \frac{\mathrm{tg}\,\bar{\tau}_2}{\mathrm{th}\,\bar{\tau}_1}\right)}\right]. \qquad (5)$$

Соответственно оценка снизу заключается в условии $u_Б = 0$ (очень медленное перемещение частицы вниз). Тогда, используя уравнение (1), получаем

$$\bar{v}_{min} = \frac{1}{2}\left[-\mathrm{th}\,\bar{\tau}_2 + \sqrt{\mathrm{th}^2\,\bar{\tau}_2 + 4\left(1 + \frac{\mathrm{th}\,\bar{\tau}_2}{\mathrm{th}\,\bar{\tau}_1}\right)}\right]. \qquad (6)$$

Если период колебаний мал ($\bar{T} \to 0$), уравнения (5) и (6) совпадают между собой и минимальная средняя скорость газа

$$(\bar{v}_{ср})_{min} = \frac{\bar{v}_{min}}{1 + m} = \frac{1}{\sqrt{1 + m}}. \qquad (7)$$

При сравнении с вычислениями по точным формулам установлено, что уравнение (7) применимо уже при значении $\bar{T} = 0{,}5$. Из (7) видно, что минимальная средняя скорость,

необходимая для пневмотранспорта частиц в вертикальном направлении, в случае пульсирующего движения зависит от отношения $m = \tau_2/\tau_1$ и может быть значительно меньше скорости $v_в$.

Анализ уравнений (4) показывает, что, как и при определении скорости $(v_{ср})_{min}$, с достаточной точностью (при условии $\overline{T} < 0{,}2$) в них можно положить $\overline{T} = 0$. Тогда уравнения (4) упрощаются:

$$\overline{u} = u_А = u_Б = \frac{\overline{v} - \sqrt{\overline{v}^2 m - m^2 + 1}}{1 - m}, \quad m \neq 1;$$
$$\overline{u} = \frac{\overline{v}^2 - 2}{2\overline{v}}, \quad m = 1. \qquad \textbf{(8)}$$

Воспользовавшись равенствами (7) и (8), определим теперь значение коэффициента теплообмена частицы при пульсациях. Пусть в каждый момент времени выполняется зависимость $\mathrm{Nu} \sim |v - u|^n$. Тогда среднее за период значение коэффициента теплообмена определяется из соотношения

$$\mathrm{Nu}_{ср} \sim \frac{1}{m+1}\,[(v - u)^n + m u^n]. \qquad (9)$$

Так как в потоке без пульсаций $\mathrm{Nu}_0 \sim v_в^n$, то

$$\frac{\mathrm{Nu}_{ср}}{\mathrm{Nu}_0} = \frac{1}{m+1}\,[(\overline{v} - \overline{u})^n + m\overline{u}^n]. \qquad (10)$$

В ряде случаев для оценки эффективности аппарата решающее значение играет не столько величина Nu, сколько количество переданного к частице (или отданного ею) тепла, пропорциональное значению $\mathrm{Nu}\,\tau_п$. Величина $\tau_п$ обратно пропорциональна скорости частицы, а последняя в случае пульсирующего потока определяется из (8). Так как в потоке без пульсаций скорость частицы на стационарном участке равна $v_0 - v_в$, нетрудно показать справедливость равенства

$$\frac{\tau_п}{\tau_{п_0}} = \frac{\overline{v}_0 - 1}{\overline{u}}. \qquad (11)$$

При сравнении теплообмена в пульсирующем и непульсирующем потоках необходимо задать дополнительное условие, связывающее между собой значения $v_{ср}$ и v_0. Нами такое сравнение выполнено для двух случаев: $v_{ср} = v_0$ (рис. 2, *а*) и $v_{ср} = v_0(1 + m)^{-1/2}$ (рис. 2, *б*). Второе равенство выражает условие одинакового запаса по скорости потока с точки зрения обеспечения надежного пневмотранспорта. В обоих случаях в формуле (10) было принято $n = 0{,}8$ и рассмотрены, по-видимому, практически наиболее интересные значения $\overline{v}_0 = 2$ и $\overline{v}_0 = 3$.

Из рассмотрения кривых на рис. 2, *а*, *б* видно, что значение коэффициента теплообмена в пульсирующем потоке возрастает по сравнению с соответствующим случаем в потоке без пульсаций. Однако время пребывания частицы в аппарате уменьшается (кроме случая $\overline{v}_0 = 3$, $\overline{v}_{ср} = 3(1 + m)^{-1/2}$ на рис. 2, *б*). Поэтому возрастание величины $\mathrm{Nu}\tau_п$ в пульсирующем потоке невелико (кроме отмеченного случая), и применение пульсаций при $\overline{v}_0 = 2$ не дает практически ощутимого

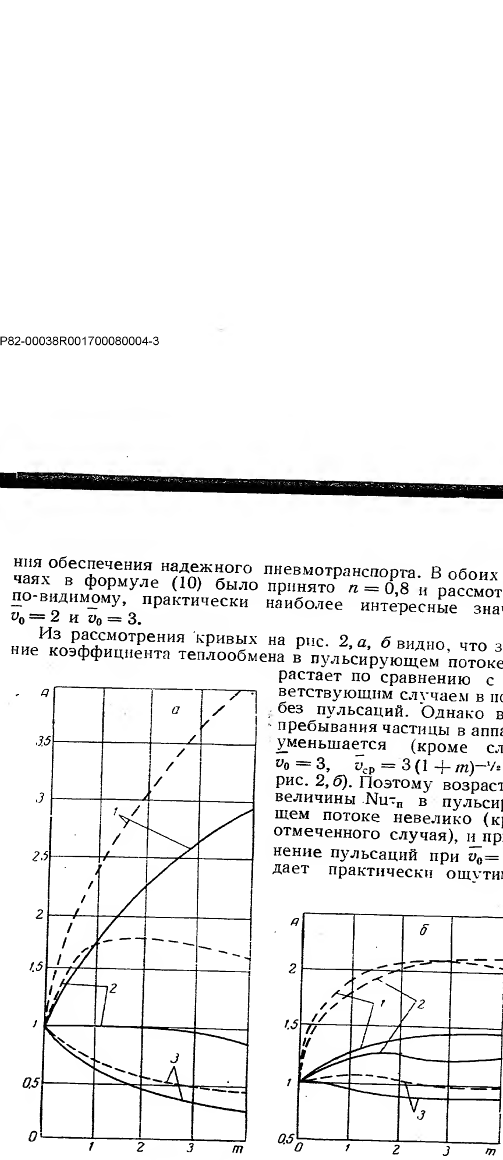


Рис. 2. Теплообмен и время пребывания частицы в аппарате с пульсирующим потоком воздуха на стационарном участке при $v_{ср} = v_0$ (*а*) и $v_{ср} = v_0(1+m)^{-1/2}$ (*б*) $\left(A - \frac{\mathrm{Nu}_{ср}\tau_п}{\mathrm{Nu}_0\tau_{п_0}},\ \frac{\mathrm{Nu}_{ср}}{\mathrm{Nu}_0},\ \frac{\tau_п}{\tau_{п_0}}\right)$:

1, 2, 3 — кривые $\mathrm{Nu}_{ср}/\mathrm{Nu}_0$, $\mathrm{Nu}_{ср}\tau_п/\mathrm{Nu}_0\tau_{п_0}$ и $\tau_п/\tau_{п_0}$; штриховые линии — $v_0/v_в = 3$; сплошные — $v_0/v_в = 2$

эффекта. В то же время при условии $\overline{v}_0 = 3$ применение пульсаций существенно увеличивает как значение Nu, так и величину $\mathrm{Nu}\,\tau_п$ (особенно при $v_{ср} = v_0(1 + m)^{-1/2}$).

Для того чтобы составить полное заключение об эффективности применения пульсаций, необходимо рассмотреть также теплообмен частицы в начале ее движения (на разгонном участке). Рассмотрим предельный случай $u_н = 0$, соответствующий началу движения частицы, вводимой в аппарат без начальной скорости. В этом случае нетрудно показать справедливость равенства

$$\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_0} = \frac{1}{m+1}\left(\frac{v}{v_0}\right)^n. \quad (12)$$

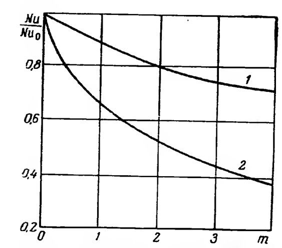


Рис. 3. Теплообмен частицы, имеющей нулевую скорость (в начале разгона): $1 - v_{ср} = v_0$; $2 - v_{ср} = v_0(1+m)^{-1/2}$

В случае $v_{ср} = v_0$ это приводит к уравнению

$$\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_0} = \frac{1}{(1+m)^{1-n}}, \quad (13)$$

а в случае $v_{ср} = v_0(1+m)^{-1/2}$

$$\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_0} = \frac{1}{(1+m)^{1-\frac{n}{2}}}. \quad (14)$$

Значения $\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_0$, построенные по уравнениям (13) и (14) для $n = 0{,}8$, приведены на рис. 3, из которого видно, что в случае нулевой начальной скорости частицы теплообмен ее в начале разгонного участка уменьшается по сравнению с теплообменом в потоке без пульсаций. Поэтому применение пульсирующего потока может оказаться целесообразным, если длина разгона частицы невелика по сравнению со стационарным участком.

Представляет интерес сравнить результаты расчета с опытными данными. Нам известна лишь одна экспериментальная работа в этой области с достаточно полными для сопоставления данными [1]. В этой работе изучался теплообмен зерен ржи ($v_в \approx 8{,}3$ *м/сек*) при пульсациях по закону $m = \tau_2/\tau_1 = 4$ и с частотой 3—20 *гц*, что соответствует значениям $\overline{T} = 0{,}06$—$0{,}4$ и достаточно большим значениям числа Re, чтобы можно было принять квадратичный закон сопротивления. Значение коэффициента теплообмена при пульсациях уменьшалось в 2—3 раза по сравнению с теплообменом без пульсаций. Вместе с тем время пребывания частиц в аппарате увеличивалось приблизительно в 10 раз.

Такое резкое отличие опытных данных от результатов приведенных выше расчетов объясняется различием режимов, которые изучались в [1] и рассмотрены нами. Опыты были проведены при значении $v_0/v_в \approx 1{,}2$, а величина $v_{ср}$, как показали проведенные совместно с автором работы [1] Г. Д. Рабиновичем дополнительные исследования, была в некоторых случаях меньше как скорости v_0, так и $v_в$ (заметим, что последнее, в частности, подтверждает полученный нами расчетным путем вывод о возможности пневмотранспорта восходящим пульсирующим потоком газа даже при значении $v_{ср} < v_в$). Кроме того, в опытах [1] разгонный участок занимал практически всю длину аппарата и время нахождения зерна в аппарате увеличивалось из-за направленной вниз начальной скорости ввода зерна в аппарат.

Эти особенности работы [1] были учтены в произведенном нами расчете движения частицы. Расчет производился в предположении $u_н = -1$ *м/сек* путем последовательного вычисления с помощью формул типа (4) скорости частицы и пройденного ею пути в характерных точках периода пульсаций *А* и *Б* (рис. 1). В расчетах было получено, что глубина опускания частиц в аппарате составляет 0,3—0,5 *м*, время пребывания их в аппарате равно 1—2 *сек*, а значение среднего коэффициента теплообмена при пульсациях уменьшается: $\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_0 = 0{,}4$—$0{,}5$. Это хорошо согласуется с опытными данными [1].

В заключение следует отметить, что в реальных установках форма пульсаций скорости, несомненно, отклоняется от прямоугольной. Тем не менее можно полагать (это подтверждает сравнение с данными [1]), что результаты, полученные с помощью использованной в данной работе методики расчета, будут правильно отражать основные особенности движения и теплообмена частиц в пульсирующем потоке и могут быть использованы при анализе рациональности режимов и схем аппаратов с пульсирующим потоком газа. По-видимому, аналогичные расчеты окажутся полезными и для ориентировочной оценки величины уноса в установках с пульсирующим слоем дисперсного материала [4].

Обозначения

g — ускорение земного тяготения; f и w — площадь миделевого сечения и объем частицы; $\gamma_ж$ и $\gamma_м$ — удельный вес жидкости и частицы; m — отношение времени закрытия пульсатора τ_2 ко времени его открытия τ_1 (рис. 1); T — период пульсаций; v — скорость газа (при пульсациях — скорость на участке τ_1); u — скорость частицы; $v_в$ — скорость витания, τ — время; $\tau_п$ — время пребывания частицы в аппарате на стационарном участке; ψ — коэффициент сопротивления.

Индексы: 0 — в потоке без пульсаций; ср — среднее за период; *А* и *Б* — значения в точках *А* и *Б* (рис. 1); н — начальное значение; min — значение на режиме, когда среднее за период перемещение частицы равно нулю; черта над буквой — безразмерная величина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Д. Рабинович, Г. Н. Слободич. ИФЖ, № 9, 1959.
2. И. Т. Эльперин. Авторское свидетельство № 169021 от 12.II 1951 г.
3. Г. Д. Рабинович. Труды Ин-та энергетики АН БССР, вып. IV. Минск, 1958.
4. L. Belik. Chemie-Ingenieur-Technik, № 4, 1960.

М. С. ЗАК, Н. И. ГЕЛЬПЕРИН

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЖЕКТОРА, ПОДАЮЩЕГО ДВУХФАЗНУЮ СМЕСЬ «ГАЗ — ТВЕРДОЕ» В АППАРАТ С КИПЯЩИМ СЛОЕМ

Осуществление процессов с псевдоожиженным слоем зернистого материала в многокамерных аппаратах возможно при наличии надежно работающих устройств и питателей для подачи зернистого материала под уровень слоя, а также для его перемещения из зон низкого давления в зоны более высокого давления. Во многих случаях, особенно при необходимости транспортировки легкоспекающихся материалов, таким устройством является эжектор, работающий на двухфазной смеси «газ — твердое».

Надежный метод расчета эжектора, работающего на двухфазной смеси «газ — твердое», до сих пор в литературе не опубликован. Формулы, предложенные в [1, 2], дают весьма приближенные результаты. Это объясняется, по-видимому, тем, что указанные формулы базируются на уравнении импульсов сил, требующем знания скоростей твердых частиц и газового потока в различных сечениях эжектора. Формулы для определения скорости твердых частиц применимы в узких пределах и дают ориентировочные значения. Расчет эжектора, подающего двухфазную смесь «газ — твердое» в аппарат с псевдоожиженным слоем, осложняется также пульсацией противодавления и плотности слоя в месте ввода материала в аппарат и периодическим поступлением материала в приемную камеру. Такие нестационарные условия работы объясняются свойствами псевдоожиженного слоя. При таких условиях целесообразно базировать расчет эжектора на экспериментальных данных.

Предварительные исследования, проведенные в Гинцветмете на холодной модели двухкамерной печи [3] и на горячей укрупненно-лабораторной двухкамерной печи для прямого восстановления пиритного огарка в псевдоожиженном слое, показали работоспособность переточного устройства с эжектором.

Величина коэффициента эжекции, являющаяся основной характеристикой работы эжектора, зависит от целого ряда

параметров и может быть выражена в виде следующей неявной функциональной зависимости:

$$K = f(P_{раб},\ P_{н},\ P_{сл},\ d_{с},\ d_{к.с},\ l_{с.к.с},\ \gamma_{г},\ \mu_{г},\ t,\ \gamma_{тв},\ d_{тв}).$$

На первом этапе исследований, результаты которых приводятся в данной статье, изучалось влияние параметров $P_{раб}$, $P_{сл}$, $P_{н}$, $d_{к.с}$ и $l_{с.к.с}$ на коэффициент эжекции при постоянных прочих параметрах. Опыты проводились на холодной модели двухкамерной печи (рис. 1). В качестве эжектирующего газа и псевдоожижающего агента использовался воздух, а в качестве псевдоожижаемого зернистого материала — песок диаметром частиц $< 0{,}6$ *мм* с удельным весом 2,2 *т/м³*. Эквивалентный диаметр частиц ($d_э$) колебался в пределах 0,18—0,24 *мм*. Периодически песок заменялся с целью поддержания стабильного гранулометрического состава. Число псевдоожижения составляло 4—5 при скорости псевдоожижающего воздуха 0,45—0,55 *м/сек*, что обеспечивало хорошее качество кипящего слоя. Испытываемый эжектор имел дозвуковое сопло и работал в закритической области ($P_н/P_{раб} < 0{,}528$). Таким образом, при всех давлениях эжектирующего воздуха его скорость на выходе из сопла была постоянна и равна скорости звука при данной температуре. Сопло эжектора диаметром 2 *мм* могло перемещаться относительно сменной камеры смешения.

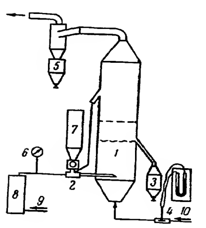


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 — холодная модель двухкамерной печи кипящего слоя, *2* — эжектор, *3* — разгрузочный бункер, *4* — расходомер воздуха на псевдоожижение, *5* — циклон, *6* — манометр для измерения давления эжектирующего воздуха, *7* — питатель с бункером для подачи зернистого материала, *8* — осушительная колонка, *9* — воздух на эжекцию, *10* — воздух на псевдоожижение

Обработка экспериментальных данных сводилась к установлению зависимостей коэффициента эжекции K от безразмерных параметров:

$$P = \frac{(P_{раб}/P_{н})^{\frac{k-1}{k}} - 1}{(P_{сл}/P_{н})^{\frac{k-1}{k}} - 1}; \quad F = \frac{F_{к.с}}{F_{с}}; \quad L = \frac{l_{с.к.с}}{d_{с}}.$$

Значение P определялось из предположения, что процесс истечения газа из сопла является адиабатическим, поэтому для воздуха было принято $k = 1{,}4$. Постоянными поддерживались противодавление $P_{сл} = 8 \div 8{,}7$ и $P_{н} = 10{,}17$ *н/см²*. Из-

менялось $P_{раб}$ от 9,8 до 21,6 *н/см²*; $d_{к.с} = 6 \div 9$ и $l_{с.к.с} = 5 \div 20$ *мм*.

В ходе эксперимента измерялись $P_{раб}$, $P_{сл}$, $P_{н}$ и t, вес зернистого материала g и время прохождения его через эжектор τ. По этим величинам определялись часовая производительность эжектора $G_{тв}$, *кг/час*, расход эжектирующего газа $G_{в}$, *кг/час* и коэффициент эжекции $K = \frac{G_{тв}}{G_{в}}$.

Для выяснения влияния переменных параметров и оценки точности опытов была использована методика дисперсного анализа [4].

Результаты анализа представлены в табл. 1, 2. σ_0^2 очень мала по величине, что дает основание пренебречь влиянием неучтенных факторов эксперимента. Уровень значимости для параметров P, F и L превышает 0,1%. Максимальное влияние на коэффициент эжекции оказывает параметр P, минимальное — L. Расчет средних значений K по уровням варьирования P и F показывает их значимость; для $L = 2{,}5$; 5,0 и 7,5

Таблица 1

Экспериментальные данные*

F	L	P: 11,388	15,000	18,166	21,055
9	2,5	6,5	6,96	7,37	7,74
	5,0	6,34	6,82	7,23	7,6
	7,5	5,46	5,84	6,18	6,5
	10	4,88	5,28	5,64	5,96
12,25	2,5	6,39	7,04	7,61	8,13
	5,0	6,64	7,26	7,82	8,32
	7,5	6,78	7,4	7,93	8,43
	10	5,7	6,31	6,83	7,32
16	2,5	6,29	6,86	7,36	7,82
	5,0	6,22	6,94	7,57	8,15
	7,5	6,28	7,35	8,28	9,16
	10	5,66	6,31	6,87	7,4
20,25	2,5	5,03	5,84	6,55	7,2
	5,0	5,1	5,74	6,31	6,83
	7,5	5,26	6,01	6,66	7,27
	10	4,95	5,67	6,3	6,87

* Приведены данные, полученные при обработке результатов эксперимента в виде зависимости $K = AP + B$.

Таблица 2

Результаты дисперсного анализа экспериментальных данных

Источники дисперсии	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средние квадратов
Между P	$p-1=3$	25,678	8,56
Между F	$f-1=3$	15,32	5,1
Между L	$l-1=3$	7,73	2,57
Взаимодействие PL	$(p-1)(l-1)=9$	0,117	0,013
Взаимодействие PF	$(p-1)(f-1)=9$	1,03	0,114
Взаимодействие FL	$(f-1)(l-1)=9$	6,396	0,71
Остаточная	$(p-1)(l-1)(f-1)=9$	0,56	0,021
Всего	$pfl-1=63$	56,83	

Источники дисперсии	Компоненты дисперсий	Дисперсии
Между P	$fl\,\sigma_p^2+f\,\sigma_{pl}^2+l\,\sigma_{pf}^2+\sigma_0^2$	$\sigma_p^2=0,527$
Между F	$pl\,\sigma_f^2+p\,\sigma_{fl}^2+l\,\sigma_{fp}^2+\sigma_0^2$	$\sigma_f^2=0,267$
Между L	$pf\,\sigma_l^2+p\,\sigma_{fl}^2+f\,\sigma_{pf}^2+\sigma_0^2$	$\sigma_l^2=0,116$
Взаимодействие PL	$f\,\sigma_{pl}^2+\sigma_0^2$	$\sigma_{pl}^2=0$
Взаимодействие PF	$l\,\sigma_{pf}^2+\sigma_0^2$	$\sigma_{pf}^2=0,024$
Взаимодействие FL	$p\,\sigma_{fl}^2+\sigma_0^2$	$\sigma_{fl}^2=0,173$
Остаточная	σ_0^2	$\sigma_0^2=0,019$

средние значения K близки и только при $L=10$ обнаруживается существенное отклонение.

Незначительное различие значений K для $L=2{,}5$; 5,0 и 7,5 объясняется, очевидно, тем, что в этих случаях конец начального участка эжектирующей струи находится внутри камеры смешения.

Дальнейшая обработка экспериментальных данных была направлена на отыскание зависимостей коэффициента эжекции и геометрических параметров эжектора от безразмерного давления P. Обработка опытных данных проводилась по способу наименьших квадратов [5].

Расчеты показали, что с коэффициентом корреляции $0{,}8\div0{,}9$ зависимость коэффициента эжекции K от безразмерного давления P может быть описана уравнением $K=AP+B$.

Для каждого значения L были построены графики (рис. 2) функций $(K)_{L,F}=AP+B$ и $(K)_{P,L}=f(F)$. Анализ этих графиков показывает, что функция $(K)_{P,L}=f(F)$ имеет характерный максимум, смещающийся в сторону увеличения F с ростом P. Наличие такого максимума отмечалось также при эжекции воды воздухом [6] и одной жидкости другой, не смешивающейся с нею [7]. Можно предполагать, что наличие такого максимума характерно для эжектора, работающего на двухфазной смеси, хотя в работе [8] при изучении эжекции воздуха водой явление четко не наблюдалось.

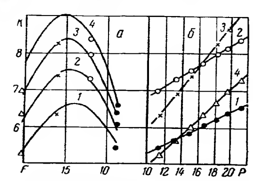


Рис. 2. Зависимость коэффициента эжекции K от параметров P и F при $L=7{,}5$:

а: 1—4—$P=11{,}39\div21{,}05$; б: 1—4—$F=9\div20{,}25$ (по табл. 1)

Для определения оптимального значения $F_{опт}$ при данном P были проведены расчеты, показавшие, что зависимость $(K)_{P,L}=f(F)$ может быть выражена либо уравнением квадратичной параболы вида AF^2+BF+C, либо кубической вида $A_1F^3+B_1F^2+C_1F+D$. Расхождение коэффициентов эжекции, рассчитанных по этим уравнениям, и экспериментальных не превышало 3—4%. По этим равенствам были определены значения $(F_{опт})_{P,L}$ и $(K_{max})_{P,L}$, которые линейно зависели от P (табл. 3).

Таблица 3

Уравнения $(K_{max})_L=f(P)$ и $(F_{опт})_L=f_1(P)$

L	$(K_{max})_L=f(P)$	$(F_{опт})_L=f_1(P)$
2,5	$K_{max}=0,153P+4,79$	$F_{опт}=0,183P+8,86$
5,0	$K_{max}=0,178P+4,56$	$F_{опт}=0,193P+9,56$
7,5	$K_{max}=0,24P+3,9$	$F_{опт}=0,112P+12,88$
10	$K_{max}=0,199P+3,43$	$F_{опт}=0,129P+13,22$

Путем дифференцирования уравнений параболы определены значения $L_{опт}$ для каждого P и K_{max}, соответствующие данному P и $L_{опт}$.

На рис. 3, *а* представлена зависимость $(F_{опт})_P=\varphi(L)$. Имея значения $(L_{опт})_P$, можно определить величины $F_{опт}$, соответствующие данным P и $L_{опт}$.

Полученные значения K_{max}, $F_{опт}$ и $L_{опт}$ оказались линейными функциями безразмерного давления P:

$$K_{max} = 0{,}22P + 4{,}18; \quad (1)$$

$$F_{опт} = 7{,}96 \lg P + 4{,}39; \quad (2)$$

$$L_{опт} = 4{,}45 \lg P + 1{,}25. \quad (3)$$

Уравнения (1)—(3) позволяют рассчитать максимальное для данного P значение коэффициента эжекции и геометрические размеры эжектора, необходимые для получения K_{max}.

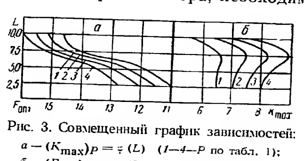


Рис. 3. Совмещенный график зависимостей:
$a - (K_{max})_P = \varphi(L)$ (1—4—P по табл. 1);
$б - (F_{опт})_P = \varphi_1(L)$ (1—4—F по табл. 1)

Чтобы проверить полученные уравнения, были проведены контрольные эксперименты при противодавлении $P_{сл} = 0{,}8$; 1,2; 1,6 $н/см^2$ (последние соответственно в 1,5 и 2 раза больше, чем в опытах, на основании которых были получены уравнения (1)—(3)). По результатам контрольных опытов были скорректированы уравнения (1) и (3), которые принимают следующий окончательный вид:

$$K_{max} = 0{,}23P + 3{,}7; \quad (4)$$

$$L_{опт} = 8{,}8 \lg P - 4{,}7. \quad (5)$$

K_{max} в опытах отличалось от K_{max} теоретического на 3—12% для всех значений P, а отклонение $L_{опт}$ в опытах (при K_{max}) составляло 20—50% и нарастало с уменьшением P.

Это объясняется, очевидно, тем, что осесимметричная газовая струя, эжектирующая твердые частицы, не является автомодельной. Геометрия струи, угол ее раскрытия зависят от противодавления и концентрации в ней твердых частиц.

Полученные эмпирические уравнения (2), (4), (5) позволяют ориентировочно рассчитать максимальный в данных условиях коэффициент эжекции и оптимальные геометрические размеры эжектора.

Обозначения

$P_{Раб}$ — давление эжектирующего газа; $P_н$ — давление в приемной камере эжектора; $P_{сл}$ — противодавление в псевдоожиженном слое; $d_с$ — диаметр сопла; $d_{к.с}$ — диаметр камеры смешения; $l_{с.к.с}$ — расстояние от сопла до камеры смешения; $\gamma_г$ — удельный вес эжектирующего газа; $\mu_г$ — вязкость эжектирующего газа; $\gamma_{тв}$ — удельный вес твердых частиц; $d_{тв}$ — диаметр твердых частиц; t — температура эжектирующего газа; $d_э$ — эквивалентный диаметр частиц; k — показатель политропы; $F_{к.с}$ — площадь сечения камеры смешения; $F_с$ — площадь сечения сопла; K — коэффициент эжекции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Я. Соколов, Н. М. Зингер. Струйные аппараты. Госэнергоиздат, 1960.
2. В. А. Успенский. Пневматический транспорт. Металлургиздат, 1959.
3. М. С. Зак, Г. Я. Лейзерович, Н. И. Гельперин. Химическое машиностроение, № 3, 1963.
4. К. А. Браунли. Статистические исследования в производстве. ИЛ, 1949.
5. А. М. Длин. Методы математической статистики в технике. Советская наука, 1958.
6. А. Г. Большаков, Н. Е. Моськан. Труды ОПИ, № 32, 1961.
7. Н. И. Гельперин и др. Хим. пром., № 4, 1960.
8. Л. Д. Берман и др. Теплоэнергетика, № 9, 1963.

Н. А. ФУКС, А. А. КИРШ

ВЛИЯНИЕ КОНДЕНСАЦИИ ПАРА НА ГРАНУЛАХ И ИСПАРЕНИЯ С ИХ ПОВЕРХНОСТИ НА ОСАЖДЕНИЕ АЭРОЗОЛЕЙ В ЗЕРНИСТЫХ ФИЛЬТРАХ

В некоторых технологических процессах пропускают запыленный горячий газ, содержащий конденсирующиеся пары, через насадочную колонну. На ней происходит при этом одновременно конденсация пара и осаждение аэрозольных частиц. Иногда запыленный газ пропускают через орошаемую водой насадку, при этом осаждение пыли происходит в обратных условиях — при испарении воды с насадки. В первом случае следует ожидать возрастания, а во втором — уменьшения осаждения пыли в колонне. Аналогичные явления происходят при сорбции и десорбции пара на гранулах. Насколько нам известно, эти явления до сего времени не исследованы количественно, что и привело к постановке настоящей работы.

Рассматривая осаждения аэрозоля на гранулах при сорбции (или конденсации) на них пара в отсутствие других механизмов осаждения, установлено следующее.

Скорость движения (диффузиофореза) аэрозольных частиц вблизи поверхности гранулы, на которой происходит сорбция, направлена к этой поверхности и равна

$$V = -KD \operatorname{grad} c_1. \tag{1}$$

Величина коэффициента K может быть точно вычислена теоретически лишь при $r \ll \lambda$ [1—3]. В этом случае при диффузии пара через неподвижный слой газа скорость частиц выражается формулой

$$V = -\frac{cm_1^{1/2}\delta_1 D \operatorname{grad} c_1}{c_2(c_1\delta_1 m_1^{1/2} + c_2\delta_2 m_2^{1/2})}. \tag{2}$$

Не делая заметной ошибки, можно принять $\delta_1 = \delta_2$; тогда для V получаем уравнение

$$V = -\frac{cm_1^{1/2} D \operatorname{grad} c_1}{c_2(c_1 m_1^{1/2} + c_2 m_2^{1/2})}. \tag{3}$$

Для частиц с $r \approx \lambda$ из опытов Шмитта [4] с капельками силиконового масла в диффундирующем через неподвижный

слой воздуха при пониженных давлениях водяном паре и значениях $r/\lambda = 1$—6 следует, что и в этой области формула (3) удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными, но коэффициент K очень медленно убывает с ростом r/λ. В опытах А. И. Сторожиловой [5] с частицами вазелинового масла и окиси магния получен тот же результат для $r/\lambda = 0{,}7$—2,0, но для больших значений r/λ скорость диффузиофореза приблизительно в 2 раза больше, чем по формуле (3).

При движении аэрозоля через зернистый фильтр на поверхности dS гранул, содержащихся в элементарном слое фильтра, сорбируется за время dt, необходимое для вытеснения аэрозоля из этого слоя, следующее количество пара:

$$\Delta\nu = \frac{c}{c_2} D\,|\operatorname{grad} c_1|\,dS\,dt \text{ молей пара}, \tag{4}$$

где $|\operatorname{grad} c_1|$ — абсолютная величина градиента. Фактор c/c_2 обусловлен тем, что пар диффундирует через неподвижный слой газа [6]. За счет сорбции пара концентрация его изменится при прохождении через слой на величину

$$\Delta c_1 = -\frac{cD\,|\operatorname{grad} c_1|\,dSdt}{c_2 dv}, \tag{5}$$

где dv — объем заполненного газом пространства в слое.

При уменьшении концентрации пара на Δc_1 относительное уменьшение объема аэрозоля составит $\Delta c_1/c$. При этом мы пренебрегаем перепадом давления в фильтре, т. е. считаем полную молярную концентрацию в парогазовой смеси c постоянной. За счет этого уменьшения объема концентрация пара изменится на величину

$$\delta c_1 = -\frac{c_1 \Delta c_1}{c}. \tag{6}$$

Полное изменение концентрации пара составит

$$dc_1 = \Delta c_1 + \delta c_1 = \Delta c_1\left(1 - \frac{c_1}{c}\right) = -D\,|\operatorname{grad} c_1|\,\frac{dSdt}{dv}. \tag{7}$$

Аналогично, согласно (3), в рассматриваемом слое осядет за счет диффузиофореза

$$\Delta N = \frac{ncm_1^{1/2}D\,|\operatorname{grad} c_1|\,dSdt}{c_2(c_1 m_1^{1/2} + c_2 m_2^{1/2})} \text{ частиц}, \tag{8}$$

благодаря чему счетная концентрация аэрозоля n изменится на

$$\Delta n = -\frac{ncm_1^{1/2}D\,|\operatorname{grad} c_1|\,dSdt}{c_2(c_1 m_1^{1/2} + c_2 m_2^{1/2})\,dv}. \tag{9}$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Указанное выше уменьшение объема аэрозоля вызовет изменение концентрации частиц на положительную величину

$$\delta n = -\frac{n\,\Delta c_1}{c} = \frac{nD\,|\operatorname{grad} c_1|\,dSdt}{c_2 dv}. \tag{10}$$

Полное изменение концентрации аэрозоля

$$dn = \Delta n + \delta n = \frac{nD\,|\operatorname{grad} c_1|\,(m_2^{1/2} - m_1^{1/2})\,dSdt}{(c_1 m_1^{1/2} + c_2 m_2^{1/2})}. \tag{11}$$

Зависимость между изменением концентрации пара и аэрозоля выражается уравнением

$$\frac{dn}{n} = \frac{(m_1^{1/2} - m_2^{1/2})\,dc_1}{c_1 m_1^{1/2} + c_2 m_2^{1/2}} = \frac{dc_1}{c_1 + \dfrac{c}{\beta}} \quad \left(\beta = \frac{m_1^{1/2} - m_2^{1/2}}{m_2^{1/2}}\right) \tag{12}$$

или после интегрирования

$$\ln n = \ln\left(c_1 + \frac{c}{\beta}\right) + \text{const}. \tag{13}$$

Отношение концентраций аэрозоля на выходе и на входе в фильтр в случае полного поглощения пара

$$\frac{n}{n_0} = \frac{c}{c + c_0\beta}. \tag{14}$$

Таким образом, при $m_1 > m_2$ концентрация аэрозоля при прохождении через фильтр уменьшается, а при $m_2 > m_1$ увеличивается. Для проскока аэрозоля, т. е. отношения числа частиц, выходящих из фильтра и поступающих в него, имеем

$$\frac{N}{N_0} = \frac{n(c - c_0)}{n_0 c} = \frac{1 - \dfrac{c_0}{c}}{1 + \dfrac{c_0\beta}{c}}. \tag{15}$$

Так как минимальное значение β равно -1, то N/N_0 всегда меньше 1. При этом предполагается (как обычно в теории фильтрации аэрозолей), что концентрация аэрозольных частиц у поверхности гранул равна средней концентрации в данном слое фильтра, т. е. при переходе аэрозоля из слоя в слой он перемешивается. Провести опыт, в котором аэрозоль осаждался бы на гранулах только под действием диффузиофореза, невозможно, так как одновременно действуют и другие механизмы осаждения и расчет суммарного эффекта чрезвычайно сложен. Поэтому в качестве первого приближения примем,

что эффекты диффузиофореза и всех других механизмов аддитивны, иными словами, в формуле (15) N/N_0 означает отношение проскока через фильтр при наличии и в отсутствие сорбции пара.

В случае испарения с поверхности гранул эффект будет обратным, т. е. проскок аэрозоля увеличится, и в том же предположении об аддитивности можно использовать формулу (15). Тогда N/N_0 будет больше единицы, и если в фильтр поступает аэрозоль, не содержащий пара, то c_0 означает взятую со знаком минус концентрацию пара в выходящем из фильтра аэрозоле.

При выборе условий опыта пользовались следующими соображениями.

Конденсация пара на гранулах в виде жидкой пленки могла существенно исказить условия фильтрации. Этого можно было избежать, работая лишь с сорбирующими пар гранулами. Для уменьшения «собственного» (не связанного с диффузиофорезом) поглощения аэрозоля фильтром следовало применять крупные гранулы и достаточно мелкие (порядка 0,1 *мк*) аэрозольные частицы. Для уменьшения разогревания шихты при сорбции, вызывающего термофоретическое отталкивание частиц от гранул, необходимо было пользоваться крупнопористым сорбентом. Для достижения заметной величины изучаемого эффекта отношение c_0/c не должно быть очень малым. Поэтому при комнатной температуре следовало работать с паром весьма летучей жидкости. Частицы аэрозоля не должны поглощать пар, так как это вызвало бы «диффузионную поляризацию» [7] частиц. Кроме того, в этом случае стало бы невозможным тиндаллиметрическое измерение проскока. По той же причине было неудобно работать с очень мелкими, слабо рассеивающими свет частицами.

С учетом изложенного опыты проводились с парами этилового эфира в шихте из крупнопористого силикагеля КСК с размером гранул ~ 4 *мм* и аэрозолями из селена с r=0,1 и 0,2 *мк*, получавшимися в генераторе типа Синклера-Ламера (рис. 1). Осушенный фильтрованный азот, содержавший ядра конденсации, образующиеся в дуговом разряде между платиновыми электродами, пропускался со скоростью 0,23 *л/мин* для r=0,1 *мк* и 0,8 *л/мин* для r=0,2 *мк* через U-образную трубку, содержащую расплавленный селен и находившуюся в воздушном термостате с температурой 220° С для r=0,1 *мк* и 260°С для r=0,2 *мк*, и поступал в воздушный холодильник, в котором происходило образование аэрозоля. Последний разбавлялся затем азотом, подававшимся со скоростью 1,2 *л/мин*. Размер частиц с r=0,2 *мк* определялся осцилляционным фотографическим методом с перезарядкой частиц [8] с точностью 5%. В случае r=0,1 *мк* аэрозоль осаждался на тончайших

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

волокнах фильтра ФП и размер частиц определялся по электронным микрофотографиям с точностью 20%. В обоих случаях аэрозоли были весьма монодисперсными.

Аэрозоль пропускался через две емкости объемом 20 и 50 *л*, которые служили для сглаживания толчков и выравнивания концентрации. Между емкостями помещался жидкостный маностат. Далее аэрозоль проходил над поверхностью

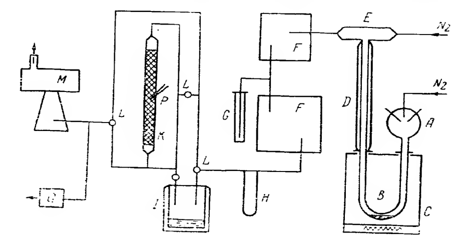


Рис. 1. Схема установки:

A — генератор ядер конденсации; *B* — трубка с селеном; *C* — воздушный термостат; *D* — воздушный холодильник; *E* — смеситель; *FF* — емкости; *G* — маностат; *H* — реометр; *I* — термостатированный сосуд с эфиром; *K* — колонка с силикагелем; *LL* — краны; *M* — нефелометр; *P* — термопара; *Q* — катарометр

эфира, находившегося в термостатированном (с точностью 0,05°) сосуде при температурах от 22 до 35° С. Небольшой объем аэрозоля пропускался через катарометр (термоанализатор), предварительно прокалиброванный по парам эфира для определения содержания последнего. За время опыта парциальное давление паров эфира, измерявшееся с точностью 267 *н/м²*, оставалось постоянным. Заметим, что при применявшихся в этих опытах весьма малых весовых концентрациях аэрозоля наличие дисперсной фазы не влияло на показания катарометра.

Основная масса аэрозоля поступала в фотоэлектрический нефелометр (ФЭН) либо непосредственно, либо пройдя колонку диаметром 3,4—3,8 *см* с высушенным силикагелем, и таким образом определялся проскок при наличии сорбции пара в гранулах. Скорость течения аэрозоля над шихтой 2,0—2,8 *см/сек*. Часть выходившего из колонки аэрозоля пропускалась через катарометр для контроля поглощения паров эфира и для определения момента проскока их через колонку. До этого проскока концентрация выходившего из колонки аэрозоля была строго постоянной. В контрольном опыте ана-

логично определялся проскок аэрозоля в отсутствие паров эфира (0,92 при $r=0,1$ *мк* и 0,88 при $r=0,2$ *мк*) и отсюда находилась величина отношения N/N_0 (см. формулу (15)). Для каждой величины N/N_0 делалось несколько измерений проскока с парами эфира и без них и брались средние значения. Точность определения N/N_0 составляла $\sim 2\%$. Следует заметить, что обычный способ работы с нефелометром ФЭИ-58 — пропускание узкой струи аэрозоля, обдуваемой фильтрованным воздухом, в данном случае оказался неудобным. Поэтому мы давали аэрозолю заполнить все сечение камеры нефелометра, на что требовалось несколько минут. В условиях этих опытов (счетной концентрации аэрозоля порядка $5 \cdot 10^4$ *см*$^{-3}$ и $r=0,1—0,2$ *мк*) степень коагуляции аэрозоля была незначительной, а показания нефелометра были строго пропорциональны концентрации аэрозоля. Максимальный разогрев шихты при сорбции эфира, измерявшийся термопарой, помещенной у оси колонки, составлял 22° С при $c_0/c=0,1$ и 17° С при $c_0/c=0,062$. Показания нефелометра, катарометра, термоэлемента и фотоэлемента, регистрировавшего интенсивность источника света в нефелометре, выводились на самопишущий потенциометр КВТ-6/ЕН.

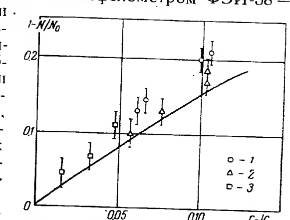


Рис. 2. Влияние сорбции паров эфира и его испарения на осаждение селеновых аэрозолей в колонке из силикагеля:

1 — сорбция, $r = 0,1$ *мк*; *2* — сорбция, $r = 0,2$ *мк*; *3* — испарение, $r = 0,1$ *мк*; c_0/c — мольная доля эфира. Сплошная линия проведена по формуле (15) с $\beta = 0,623$. Экспериментальные данные нанесены в виде отрезков с учетом точности определения N/N_0

Высота шихты в колонке (20 *см*) выбиралась с таким расчетом, чтобы поглощение паров эфира было полным и их проскок через колонку происходил бы не ранее чем через 10—15 *мин* после начала опыта для того, чтобы можно было продуть аэрозолем все коммуникации и камеру нефелометра и чтобы показания последнего приняли постоянную величину. Скорость течения аэрозоля в колонке несколько ($\leqslant 10\%$) убывала по мере поглощения паров эфира, однако было установлено, что такое изменение скорости не влияет на «собственное» осаждение аэрозоля в колонке. Перепад давления в колонке не превышал 200 *н/м²*.

Для исследования влияния испарения с поверхности гранул на осаждение аэрозоля колонка продувалась содержащим пары эфира аэрозолем до наступления равновесия, после чего проскок аэрозоля делался в точности равным про-

скоку в контрольных опытах (в отсутствие эфира), т. е. наличие эфира не сказывалось на «собственном» осаждении в колонке. При пропускании же не содержащего паров аэрозоля через насыщенную эфиром колонку проскок, как и следовало ожидать, несколько возрастал.

Как видно из рис. 2, наблюдавшийся эффект на ~ 20% выше теоретически вычисленного при $r=0{,}1$ *мк* и на ~ 10% при $r=0{,}2$ *мк*, несмотря на то что разогревание шихты должно было действовать в обратном направлении. Влияние размера частиц на величину эффекта согласуется с данными Шмитта. О причинах расхождения в настоящее время судить трудно. Во всяком случае формула (15) может служить для оценки величины эффекта. В частности, он может иметь практическое значение лишь при больших значениях молярной доли пара. Отсюда следует, что влияние влажности аэрозоля или шихты при обычных температурах должно быть весьма малым.

Обозначения

r — радиус аэрозольных частиц; λ — средняя длина свободного пути газовых молекул; D — коэффициент диффузии пара; c_1, c_2 — молярные концентрации; m_1, m_2 — молекулярные веса пара и газа; $c = c_1 + c_2$; $\beta = (m_1^{1/2} - m_2^{1/2})/m_2^{1/2}$; $\delta = 1 + \frac{\pi}{8}\alpha$; α — доля диффузно рассеянных поверхностью частицы газовых молекул; n_0 — начальная концентрация аэрозоля; N/N_0 — отношение проскоков аэрозоля через колонну при наличии и отсутствии диффузиофореза.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Баканов. Диссертация. Ин-т физ.-хим. АН СССР, 1957.
2. Б. В. Дерягин, С. П. Баканов. ДАН СССР, **117**, 959, 1957.
3. L. Waldmann. Z. Naturforsch., **14a**, 589, 1959.
4. K. Schmitt. Z. Naturforsch., **16a**, 144, 1961.
5. А. И. Сторожилова. ДАН СССР, **155**, 426, 1964.
6. Н. А. Фукс. Испарение и рост капель в газообразной среде. Изд. АН СССР, 1958.
7. Б. В Дерягин, С. С. Духин. ДАН СССР, **106**, 851, 1956.
8. Е. Н. Гладкова, Г. Л. Натансон. ЖФХ, **32**, 1160, 1958.

В. Е. ДАВИДСОН

ОБ УСКОРЕНИИ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ ПОТОКОМ ГАЗА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Движение газообразной и твердой фаз предполагается одномерным и установившимся.

Взаимодействие движущейся среды со стенками трубы и взаимодействие твердых частиц между собой не рассматриваются.

Начальным сечением трубы будем считать сечение, где вводятся в поток газа твердые частицы (рис. 1). Параметры среды в начальном сечении обозначим индексом 1. Твердые частицы будем считать одинаковыми кубами, крупность которых определяем стороной куба Δl.

Пусть $F_т$ — площадь, занятая в данном сечении трубы твердой фазой в какой-либо момент времени. При выборе достаточно большого периода осреднения τ среднее значение этой площади

$$F_э = \frac{1}{\tau}\int_{t}^{t+\tau} F_т(t)\,dt$$

будет постоянным для данного сечения трубы. Здесь $F_э$ — эффективная площадь твердой фазы.

Введение понятия эффективной площади твердой фазы дает возможность записать массу твердого вещества, переносимого в секунду через данное сечение, в «гидравлической» форме

$$m_т = \rho_1 F_э v_т.$$

Осредненный по времени расход твердой фазы $m_т$ один и тот же в любом сечении трубы, поскольку движение установившееся. Следовательно:

$$F_э = \frac{\text{const}}{v_т}.$$

Уменьшение эффективной площади (в нашей «квазинепрерывной» модели твердой фазы) с ростом скорости отражает

падение плотности содержания твердого вещества в пространстве по мере ускорения твердых частиц.

Применяя преобразование, предложенное Б. М. Киселевым [1], представим полный импульс газа в форме

$$m_г v_г + Fp = \frac{k+1}{2k} m_г a_{кр} z(\lambda_г), \qquad (1)$$

где

$$\lambda_г = \frac{v_г}{a_{кр}}; \; z(\lambda_г) = \lambda_г + \frac{1}{\lambda_г}.$$

Поскольку течение газа происходит с энергообменом, критическая скорость звука в (1) должна определяться местной температурой торможения газа.

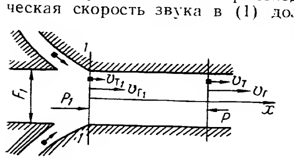


Рис. 1. Схема начального сечения трубы

Учитывая (1) и вводя обозначения

$$\frac{v_т}{a_{кр1}} = \lambda_т; \quad \frac{m_т}{m_г} = n;$$

$$\frac{a_{кр}}{a_{кр1}} = \sqrt{\frac{T_0}{T_{01}}} = \sqrt{\theta}; \qquad (2)$$

$$\frac{2k}{k+1} n = A_1; \quad z(\lambda_{г1}) + A_1 \lambda_{т1} = A_2,$$

запишем уравнение импульсов для газа, заключенного между начальным и произвольным сечениями трубы, так:

$$\sqrt{\theta}\, z(\lambda_г) + A_1 \lambda_т = A_2. \qquad (3)$$

Если передача энергии от газа к твердым частицам происходит только в механической форме, баланс переноса энергии получим, приравнивая уменьшение секундного переноса полной энергии газом приросту переноса кинетической энергии твердыми частицами:

$$\theta + A_3 \lambda_т^2 = A_1. \qquad (4)$$

где

$$A_3 = \frac{k-1}{k+1} n; \quad A_4 = 1 + A_3 \lambda_{т1}^2. \qquad (5)$$

Отношение местной температуры торможения к начальной температуре торможения газа (рис. 2) [1] показывает, какая часть полной энергии газа затрачена на сообщение твердой фазе данной скорости $\lambda_т$.

[1] Рис. 2, 3, 4 рассчитаны в предположении $\lambda_{т1}=0$; рис. 4—$n=1$.

Из системы уравнений (3) и (4) при известных параметрах $\lambda_{г1}$ $\lambda_{т1}$ и n определяется связь между безразмерными скоростями газообразной и твердой фаз:

$$z(\lambda_г) = \frac{A_2 - A_1 \lambda_т}{\sqrt{A_4 - A_3 \lambda_т^2}}. \qquad (6)$$

Дифференциальное уравнение движения одной из твердых частиц

$$\Delta m_т v_т \frac{dv_т}{dx} = c_x S_м \frac{\rho_г (v_г - v_т)^2}{2} \qquad (7)$$

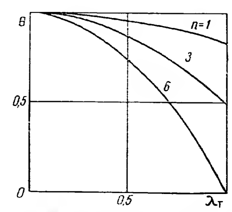


Рис. 2. Отношение местной температуры торможения к начальной температуре газа

позволяет связать скорости $\lambda_г$ и $\lambda_т$ с координатой x сечения трубы. В уравнении коэффициент сопротивления частицы считается постоянным. Однако это предположение не является принципиальным для развиваемого метода.

Чтобы уравнению (7) придать безразмерную форму, запишем его в виде

$$dx = d\frac{x}{\Delta l} = \frac{2}{c_x} \frac{\rho_т}{(\rho_г)_{01}} \times$$

$$\times \frac{\lambda_т d\lambda_т}{\frac{\rho_г}{(\rho_г)_0} \frac{(\rho_г)_0}{(\rho_г)_{01}} \left(\frac{v_г}{a_{кр1}} - \lambda_т\right)^2}, \qquad (8)$$

где

$$\frac{v_г}{a_{кр1}} = \lambda_г \sqrt{\theta}; \qquad (9)$$

$\frac{\rho_г}{(\rho_г)_0} = \varepsilon(\lambda_г)$ — известная табличная газодинамическая функция [2]; $\frac{(\rho_г)_0}{(\rho_г)_{01}}$ определяем, используя уравнение состояния газа в произвольном и начальном сечениях

$$\frac{(\rho_г)_0}{(\rho_г)_{01}} = \frac{p_0}{p_{01}} \frac{1}{\theta} \qquad (10)$$

и уравнение постоянства массового расхода в форме

$$\frac{p_0}{\sqrt{T_0}} (F_1 - F_э) q(\lambda_г) = \frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}} (F_1 - F_{э1}) q(\lambda_{г1}). \qquad (11)$$

Здесь $q(\lambda_г) = \frac{\rho_г v_г}{(\rho_г)_{кр} a_{кр}}$ — приведенный секундный расход газа, также является табличной функцией [2]. Из (11) находим коэффициент восстановления давления торможения

$$\frac{p_0}{p_{01}} = \sqrt{\theta}\,\frac{1 - \frac{F_{э1}}{F_1}}{1 - \frac{F_э}{F_1}}\,\frac{q(\lambda_{г1})}{q(\lambda_г)}, \tag{12}$$

после чего из (10)

$$\frac{(\rho_г)_0}{(\rho_г)_{01}} = \frac{1}{\sqrt{\theta}}\,\frac{1 - \frac{F_{э1}}{F_1}}{1 - \frac{F_э}{F_1}}\,\frac{q(\lambda_{г1})}{q(\lambda_г)}. \tag{13}$$

По определению $F_э = \frac{m_т}{\rho_т v_т}$. Следовательно:

$$\frac{F_э}{F_1} = \frac{\rho_т F_{э1} v_{т1}}{\rho_т F_1 v_т} = \varkappa\,\frac{\lambda_{т1}}{\lambda_т}, \tag{14}$$

где

$$\varkappa = \frac{F_{э1}}{F_1}$$

(заметим, что параметры n и $\varkappa$ не являются независимыми. Между ними имеется связь: $n = \frac{\rho_т}{\rho_{г1}}\,\frac{\varkappa}{1-\varkappa}\,\frac{v_{т1}}{v_{г1}}$).

Учитывая равенства (9), (13), (14), а также, что $\frac{z(\lambda_г)}{q(\lambda_г)} = \frac{1}{\lambda_г}\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$, получаем

$$\frac{\bar{x}}{A_5} = \int\limits_{\lambda_{т1}}^{\lambda_т} \frac{\lambda_г \sqrt{\theta}\,(\lambda_т - \varkappa\lambda_{т1})}{(\lambda_т \sqrt{\theta} - \lambda_т)^2}\, d\lambda_т. \tag{15}$$

Здесь постоянная

$$A_5 = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{2\,\frac{\rho_т}{(\rho_г)_{01}}}{c_x q(\lambda_{г1})(1-\varkappa)}.$$

Отличие формы частиц от кубической может быть учтено с помощью постоянного множителя в коэффициенте A_5.

Таким образом, задача об определении движения как твердой, так и газообразной фазы полностью решается с помощью уравнений (4), (6), (12) и (15). Они выявляют систему определяющих параметров зависимости $v_т(x)$: 1) начальные скорости газа и твердых частиц; 2) коэффициент расхода n; 3) соотношение плотностей $\frac{\rho_т}{(\rho_г)_{01}}$; 4) коэффициент сопротивления частиц.

Из (15) следует, что при данных определяющих параметрах длина трубы, необходимая для разгона твердых частиц от скорости $\lambda_{т1}$ до некоторой скорости $\lambda_т$, пропорциональна характерному размеру (крупности) ускоряемых частиц.

Изложенные результаты формально приложимы и к исследованию транспорта твердых частиц сверхзвуковым потоком. Однако, по нашему мнению, для решения вопроса о возможности их применения в этом случае необходимо экспериментально выяснить такие детали физического характера процесса, как вид ударных волн, условия запирания трубы и др. Так как (как показано выше) эффективная площадь твердой фазы обратно пропорциональна скорости твердых частиц, то площадь, остающаяся на долю газа, изменяется от сечения к сечению трубы. На газ в этих условиях как бы одновременно оказывают воздействия: механическое и геометрическое специального вида.

Рассмотрим зависимость знака приращения скорости газа от знака приращения скорости твердых частиц. Основой для заключения послужит уравнение (6), из которого

$$z(\lambda_г) - z(\lambda_{г1}) = \frac{z(\lambda_{г1})\left(1 - \sqrt{1 - A_3(\lambda_т^2 - \lambda_{т1}^2)}\right) - A_1(\lambda_т - \lambda_{т1})}{\sqrt{1 - A_3(\lambda_т^2 - \lambda_{т1}^2)}}. \tag{16}$$

Пусть $\lambda_{г1} < 1$ — поток дозвуковой и

$$\lambda_{г1} > \lambda_{т1}. \tag{17}$$

Неравенство (17) означает, что твердые частицы ускоряются.

Допустим, что, ускоряя твердые частицы, газ испытывает замедление

$$\lambda_г < \lambda_{г1}. \tag{18}$$

Тогда из характера зависимости $z(\lambda_г)$ можно заключить, что $z(\lambda_г) - z(\lambda_{г1}) > 0$, и из (16) следует

$$z(\lambda_{г1}) > \frac{A_1(\lambda_т - \lambda_{т1})}{1 - \sqrt{1 - A_3(\lambda_т^2 - \lambda_{т1}^2)}}. \tag{19}$$

Вблизи начального состояния, когда $\lambda_{т} \to \lambda_{т1}$, в правой части (19) получаем неопределенность, раскрывая которую и используя (2) и (5), имеем

$$\lambda_{г1} < \lambda_{т1}\left(\frac{k-1}{2k}\right)(\lambda_{г1}^2+1). \tag{20}$$

При любой начальной скорости газа $0 \leqslant \lambda_{г1} \leqslant 1$ множитель $\left(\frac{k-1}{2k}\right)(\lambda_{г1}^2+1)$ в неравенстве (20) меньше единицы, значит, $\lambda_{г1} < \lambda_{т1}$. Последнее противоречит (17). Следовательно, (18) несправедливо и дозвуковой поток газа ускоряется, ускоряя твердые частицы в цилиндрической трубе. Тем же приемом можно показать, что, замедляя движение твердых частиц (когда $\lambda_{т1} > \lambda_{г1}$), дозвуковой поток замедляется и воздействие твердой фазы на сверхзвуковой поток противоположно. Из этого следует также невозможность перехода газа через звуковую скорость под воздействием твердых частиц в цилиндрической трубе.

Таким образом, на рассматриваемую здесь задачу распространяется известная теорема Л. А. Вулиса [3] об обращении воздействий.

При исследовании возможных режимов ускорения твердых частиц дозвуковым потоком газа в цилиндрической трубе установлено следующее: скорость твердых частиц, сравнявшуюся по величине со скоростью газа, назовем предельной и параметры, соответствующие этой скорости, обозначим индексом п. Найдем в плоскости ($\lambda_{г}$, $\lambda_{т}$) кривую, на которой выполняется условие $v_{т} = v_{г}$. Имея в виду (9), получим на этой кривой условие $\lambda_{тп} = \lambda_{гп}\sqrt{b}$ или с учетом (4)

$$\lambda_{тп} = \lambda_{гп}\sqrt{A_4 - A_3\lambda_{тп}^2} \tag{21}$$

—уравнение предельной кривой. Форма предельной кривой через коэффициент A_4 зависит от начальной скорости твердых частиц и через коэффициенты A_3 и A_4 — от параметра n. В практических задачах влияние $\lambda_{т1}$ несущественно, так как

$$\frac{k-1}{k+1}\, n\lambda_{т1}^2 \ll 1.$$

Влияние коэффициента расхода на связь между $\lambda_{тп}$ и $\lambda_{гп}$ представлено на рис. 3.

На рис. 4 OA — предельная кривая. Кривые $B_i C_i$ изображают зависимость (6) при различных начальных скоростях газа, входящих в (6) через A_2.

Совместное решение уравнений (6) и (21) приводит к выражению предельной скорости через параметры в начальном сечении трубы и коэффициент расхода:

$$\lambda_{тп} = \frac{A_2 - \sqrt{A_2^2 - 4(n+1)A_4}}{2(n+1)}. \tag{22}$$

Из (22) видно, что $\lambda_{тп}$ имеет действительные значения при

$$A_2 \geqslant 2\sqrt{(n+1)A_4}. \tag{23}$$

Рис. 3. Зависимость $\lambda_{тп}$ от $\lambda_{гп}$ для разных коэффициентов расхода

Рис. 4. Зависимость $\lambda_{т}$ от $\lambda_{г}$ при разных начальных скоростях газа

Неравенство (23) не выполняется для достаточно больших начальных скоростей газа, а именно

$$\lambda_{г1} > \bar{\lambda}_{г1} = \left[\sqrt{(n+1)A_4} - \frac{A_1}{2}\lambda_{т1}\right] - \sqrt{\left(\sqrt{(n+1)A_4} - \frac{A_1}{2}\lambda_{т1}\right)^2 - 1}. \tag{24}$$

Кривая BC, соответствующая начальной скорости $\bar{\lambda}_{г1}$, в отличие от кривых, соответствующих меньшим начальным скоростям, не пересекается, а лишь касается предельной кривой OA.

При начальных скоростях $\lambda_{г1} \leqslant \bar{\lambda}_{г1}$ скорость газа не может стать равной величине скорости звука, а при $\lambda_{г1} > \bar{\lambda}_{г1}$ темп роста скорости газа столь велик, что скорость твердых частиц не успевает достигнуть предельной величины, в то время как скорость газа может при достаточной длине трубы достигать величины скорости звука.

Таким образом, кривая BC разграничивает две существенно различные группы режимов ускорения двухфазной среды; назовем ее граничной.

Пренебрегая величиной $\lambda_{т1}$, из (24) получаем приближенное равенство

$$\overline{\lambda_{г1}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}. \tag{25}$$

Согласно (25), $\overline{\lambda}_{г1} \underset{n \to 0}{\to} 1$ и $\overline{\lambda}_{г1} \underset{n \to \infty}{\to} 0$, т. е. переход от первой группы режимов ($\lambda_{г1} \leq \overline{\lambda}_{г1}$) ко второй ($\lambda_{г1} > \overline{\lambda}_{г1}$) наступает тем раньше, чем больше загрузка газового потока твердой фазой.

Оценка интеграла (15) для первой группы режимов показывает, что предельная скорость достигается твердыми частицами и газом лишь асимптотически в трубе бесконечной длины. Скорость твердой фазы на срезе трубы конечной длины определяется как верхний предел интеграла (15) по заданной величине $\frac{\overline{x}}{A_5}$, начальным скоростям и параметру n.

Кривые B_iC_i, характеризующие вторую группу режимов, лежат ниже предельной кривой OA и, следовательно, могут осуществляться в трубах конечной длины.

Подставив в (6) значение $z(\lambda_г) = 2$, соответствующее $\lambda_г = 1$ и $\lambda_{г1} > \overline{\lambda}_{г1}$, найдем скорость, которую твердые частицы получат к моменту достижения газом звуковой скорости:

$$\lambda_{т\,\max} = \frac{A_1A_2 - 2\sqrt{(A_1^2 + 4A_3)A_4 - A_3A_2^2}}{A_1^2 + 4A_3}. \tag{26}$$

Назовем ее максимальной скоростью второго режима, а значение интеграла (15) при $\overline{\lambda}_т = \lambda_{т\,\max}$ — максимальной длиной трубы.

Для второй группы режимов необходимо различать:

а) действительная длина трубы меньше максимальной. В этом случае скорость газа на срезе трубы дозвуковая. Скорость же твердых частиц на срезе трубы определяется как верхний предел интеграла (15) по заданной величине его;

б) действительная длина трубы равна максимальной. Скорость газа на срезе трубы звуковая, а скорость твердых частиц определяется из (26);

в) действительная длина трубы превышает максимальную. Установившийся процесс ускорения твердых частиц при данной начальной скорости газа невозможен. Течение в трубе должно перестроиться так, чтобы для новых параметров газа в начальном сечении действительная длина трубы стала максимальной. Необходимая в этом случае начальная скорость газа может быть найдена путем совместного решения уравнений (16) и (26) относительно A_2.

Обозначения

F_1 — площадь поперечного сечения трубы; v, p, ρ, m — скорость, давление, плотность и массовый секундный расход; t — время; k — показатель изоэнтропы газа; $a_{кр}$ — критическая скорость звука в газе; T_0 — местная температура торможения газа; c_x — коэффициент сопротивления частицы; $S_м$ — площадь миделя частицы; T_1 — начальная температура газа; $\theta = T_0 T_1$.

Индексы: г — газ, т — твердая фаза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Киселев. Расчет одномерных газовых течений. ПММ, X, вып. 1, 1947.
2. Г. Н. Абрамович. Прикладная газовая динамика. Гостехиздат, 1953.
3. Л. А. Вулис. ДАН СССР, 54, № 8, 1946.

С. И. ШАБАНОВ

ВЛИЯНИЕ СОУДАРЕНИЙ НА СКОРОСТЬ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ПОЛИФРАКЦИОННЫХ ЧАСТИЦ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ПОТОКЕ

Движение зернистых материалов в вертикальном потоке обычно рассчитывается как простая совокупность движения отдельно взятых частиц, скорость каждой из которых определяется только действием сил тяжести, инерции и сопротивления среды [1—3]. Влиянием взаимных соударений на скорость частиц как в монофракционных, так и в полифракционных системах всегда пренебрегается и в лучшем случае учитывается лишь тормозящее воздействие ударов о стенки.

Между тем если для монофракций пренебрежение соударениями можно оправдать некоторыми теоретическими соображениями и экспериментами [1, 2], то для широких полифракций, как свидетельствуют авторы [4—6], это является грубым допущением, особенно при высокой концентрации твердой фазы.

Чтобы учесть влияние столкновений частиц, некоторые авторы предлагают вводить опытные поправочные коэффициенты [4]. Известны работы и по прямому определению воздействия запыленного потока на единичную частицу [7]. Однако почти все авторы, например [4, 5], подчеркивают, что влияние соударений практически еще не изучено вследствие трудности исследования этого явления.

В настоящее время нам не известны работы, в которых решение уравнения движения полифракционных частиц проводилось бы с учетом перераспределения скоростей при соударениях, а также влияния концентрации и зерновой характеристики полифракции. Настоящая работа является попыткой теоретического решения такой задачи с помощью электронно-вычислительной машины для установившегося движения полифракционных сферических частиц с произвольной зерновой характеристикой по фракциям $y = f(\delta)$.

В дальнейшем пренебрегается тормозящим воздействием ударов о стенки и вращением частиц, а их соударения считаются абсолютно упругими. Аэродинамическое сопротивление рассчитывается по обычным формулам для неподвижного

шара, т. е. не учитывается изменение аэродинамики потока в условиях падающего слоя.

При таких допущениях скорость установившегося движения любой частички относительно среды без соударений определяется на основе обычного уравнения витания

$$\frac{\pi\delta^3(\gamma_т - \gamma_c)}{6} - \frac{C\pi\delta^2 W^2 \gamma_c}{8g} = 0. \qquad (1)$$

Соударения частиц в широкой полифракции должны приводить к возрастанию относительной скорости самых мелких и к снижению скорости наиболее крупных частиц по сравнению с их скоростью витания, определяемой из (1).

Следовательно, уравнение действующих сил для одной из мелких частиц можно представить в виде

$$\frac{\pi\delta_1^3(\gamma_т - \gamma_c)}{6} - \frac{C\pi\delta_1^2 W_1^2 \gamma}{8g} + P_1 = 0, \qquad (2)$$

а для одной из наиболее крупных

$$\frac{\pi\delta_2^3(\gamma_т - \gamma_c)}{6} - \frac{C\pi\delta_2^2 W_2^2 \gamma_c}{8g} - P_2 = 0. \qquad (3)$$

Здесь под W_1 и W_2 подразумеваются не мгновенные, а усредненные во времени вертикальные скорости частиц [1]. Соответственно под P_1 и P_2 понимаются абсолютные значения некоторых усредненных во времени сил, как бы постоянно действующих на частичку и заменяющих алгебраическую сумму сил ударов всех остальных частиц о рассматриваемую.

В соответствии с теоремой о среднем в промежутке между δ_1 и δ_2 должна существовать частица такого диаметра $\delta_э$, при котором сила $P = 0$, а, следовательно, относительная скорость $W_э$ этой частицы, именуемой в дальнейшем эквивалентной, будет равна скорости ее витания по уравнению (1). Вместе с тем скорость $W_э$ устанавливается в результате ударов частиц любого размера в эквивалентную частичку, только в данном случае силы ударов их взаимно уравновешиваются. Иначе говоря, именно $W_э$ является скоростью центра тяжести всех соударяющихся частиц, а произведение $W_э$ на общую массу частиц, заключенных в единице объема, по теории удара должно равняться их суммарному количеству движения в вертикальном направлении.

[1] Предполагается, что колебания скорости частиц около среднего значения не изменяют силы аэродинамического сопротивления.

Поэтому представляется допустимым воздействие всего многообразия полифракционных частиц на какую-либо рассматриваемую заменить воздействием на нее только эквивалентных частиц соответствующей массы, подобно тому как систему сил можно заменить их равнодействующей. Таким приемом сложная задача о соударениях в полифракции сводится к рассмотрению движения каждой данной частички в среде монофракционных частиц $\delta_э$, движущихся с постоянной скоростью $W_э$.

Рис. 1. Схема соударения сферических частиц

Из условия сохранения массы видно, что весовой расход эквивалентных частиц через единицу сечения потока всегда равен расходу полифракции:

$$Q_э = Q. \tag{4}$$

Вес твердой фазы в любом элементе объема также должен быть одинаков как для полифракции, так и для заменяющей ее эквивалентной монофракции, что можно выразить уравнением

$$\int_{\delta_0}^{\delta_э} \frac{Q}{[W_1+W_c]} f(\delta_1)\, d\delta_1 + \int_{\delta_э}^{\delta_{кр}} \frac{Q}{[W_2+W_c]} f(\delta_2)\, d\delta_2 = \frac{Q_э}{[W_э+W_c]}. \tag{5}$$

Квадратными скобками обозначены абсолютные значения абсолютных скоростей соответствующих частиц.

Из (4) и (5) следует также, что средняя концентрация твердой фазы в объеме потока равна

$$q = \frac{Q}{[W_э+W_c]}. \tag{6}$$

Чтобы определить силы P_1 и P_2, рассмотрим столкновения какой-либо одной частички, например δ_2, с эквивалентными. Реальную картину столкновения (левая часть рис. 1) заменим схемой на правой части рис. 1, считая, что масса m_2 распределена в частичке с диаметром $(\delta_2 + \delta_э)$, а массы эквивалентных частиц $m_э$ сосредоточены в их геометрических центрах.

При полной сферической симметричности соударяющихся тел и предполагаемом равномерном распределении частичек

$\delta_э$ в объеме горизонтальные составляющие сил всех ударов взаимно уравновешиваются и не оказывают влияния на вертикальную скорость частицы δ_2, а соответствующая часть энергии рассеивается на трение с окружающей средой.

Поэтому можно ограничиться рассмотрением лишь вертикальных проекций скоростей и сил, действующих на частичку δ_2. К столкновению с ней каждый раз приходят все новые эквивалентные частички, имеющие скорость $W_э$. Сама же частица δ_2 в промежутке между ударами под действием силы, противодействующей P_2, движется равноускоренно и имеет вертикальные скорости перед ударом $W_{21} > W_2$, а после удара $W_{22} < W_2$, причем

$$W_2 = \frac{W_{21} + W_{22}}{2}. \tag{7}$$

Разлагая векторы W_{21} и $W_э$ на центральные составляющие $V_{1ц} = W_{21}\cos\varphi$ и $U_{1ц} = W_э\cos\varphi$ и на неизменяющиеся касательные скорости $V_к$ и $U_к$, получим обычные уравнения сохранения количества движения и энергии при косом ударе:

$$m_2V_{1ц} + m_эU_{1ц} = m_2V_{2ц} + m_эU_{2ц}; \tag{8}$$

$$m_2V_{1ц}^2 + m_эU_{1ц}^2 = m_2V_{2ц}^2 + m_эU_{2ц}^2. \tag{9}$$

Из решения этой системы следует, что изменение количества движения в направлении между центрами частичек при одиночном ударе равно

$$m_2(V_{1ц} - V_{2ц}) = \frac{2m_эm_2}{m_2 + m_э}\cos\varphi\,(W_{21} - W_э). \tag{10}$$

Число ударов, приходящихся за время $\Delta\tau$ на шаровой пояс, описываемый дугой $d\varphi$ при вращении ее вокруг оси Z, составляет с учетом (6)

$$dN = \frac{Q}{gm_э[W_э+W_c]}\,\frac{(W_2 - W_э)\,\Delta\tau\pi(\delta_2+\delta_э)^2}{2}\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi, \tag{11}$$

а полное число ударов в частичку δ_2 за то же время $\Delta\tau$ равно

$$N = \frac{Q}{4gm_э[W_э+W_c]}(W_2 - W_э)\,\Delta\tau\pi(\delta_2+\delta_э)^2. \tag{12}$$

Суммируя проекции изменения количества движения (10) на вертикальную ось от всех dN и разделив эту сумму на общее число ударов N, найдем, что для некоторого усреднен-

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

ного удара изменение количества движения в вертикальном направлении равно

$$m_2(W_{21}-W_{22})=\frac{4m_э m_2}{m_2+m_э}(W_{21}-W_э)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\times$$

$$\times\cos^3\varphi\sin\varphi\,d\varphi=\frac{m_э m_2}{m_2+m_э}(W_{21}-W_э). \qquad (13)$$

Используя (7), можно выразить (13) через среднюю скорость W_2:

$$m_2(W_{21}-W_{22})=\frac{2m_э m_2}{2m_2+m_э}(W_2-W_э). \qquad (14)$$

Умножив (14) на полное число ударов (12) и приравняв полученное изменение количества движения к импульсу силы P_2, получим для последней следующее выражение:

$$P_2=\frac{\pi Q}{2g\,[W_э+W_c]}\,\frac{m_2}{2m_2+m_э}(W_2-W_э)^2(\delta_2+\delta_э)^2. \qquad (15)$$

Тем же методом можно найти аналогичное выражение для силы P_1.

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к отысканию такого значения $\delta_э$, при котором удовлетворяется равенство (5), причем $W_э$ определяется по $\delta_э$ из (1), а текущие значения W_1 и W_2 являются корнями уравнений:

$$\frac{\pi\delta_1^3(\gamma_т-\gamma_c)}{6}-\frac{C\pi\delta_1^2W_1^2\gamma_c}{8g}+\frac{\pi Q}{2g\,[W_э+W_c]}\times$$

$$\times\frac{m_1}{2m_1+m_э}(W_э-W_1)^2(\delta_1+\delta_э)^2=0; \qquad (16)$$

$$\frac{\pi\delta_2^3(\gamma_т-\gamma_c)}{6}-\frac{C\pi\delta_2^2W_2^2\gamma_c}{8g}-\frac{\pi Q}{2g\,[W_э+W_c]}\times$$

$$\times\frac{m_2}{2m_2+m_э}(W_2-W_э)^2(\delta_2+\delta_э)^2=0. \qquad (17)$$

Решение задачи проводилось на электронной вычислительной машине методом проб с помощью последовательного деления пополам интервалов возможных значений скоростей и $\delta_э$. Допустимая погрешность при решении уравнений (16) и (17) принята равной $1\cdot10^{-8}$ *мк*, а при решении уравнения (5) — 0,2%.

Значения коэффициента сопротивления шара для $\mathrm{Re}<0{,}044$ вычислялись по обычному выражению $C=\frac{24}{\mathrm{Re}}$, а в интервале Re от 0,044 до 20000 — по формуле

$$C=\exp[6{,}217-7{,}133\sin(0{,}4214+0{,}1387\ln\mathrm{Re})]. \qquad (18)$$

при помощи которой нам удалось аппроксимировать известную опытную зависимость [8] с точностью до 4—5% от C [9].

Вычисления проведены применительно к движению топливных частиц в дымовых газах при $t=1200°$ C, в соответствии с чем приняты следующие значения констант: $\gamma_т=1200$ *кг/м*³, $\gamma_c=0{,}232$ *кг/м*³, $\nu=218\cdot10^{-6}$ *м*²*/сек*.

Чтобы упростить анализ результатов, рассматривалось движение лишь «равномерных» полифракций, имеющих зерновую характеристику по фракциям

$$y=f(\delta)=\mathrm{const}=\frac{1}{\delta_{кр}-\delta_0}.$$

Рис. 2. Абсолютные скорости движения частиц в вертикальном потоке с учетом соударений для двух полифракций: I—VI—W_c, 1—5—$Q\cdot10^{-3}$ (см. таблицу)

Результаты расчетов для двух полифракций разной ширины представлены на рис. 2. Часть данных сведена в таблицу. Относительно скорости витания (рис. 2, кривые *1*) скорость крупных частиц в результате соударений сокращается больше, чем возрастает скорость мелких, так как концентрация последних и сопротивление их движению всегда выше, чем у крупных частиц.

Особенно высока концентрация твердой фазы q и прежде всего самых мелких частиц при $W_c=0$. Поэтому влияние соударений здесь наибольшее, а $\delta_э$ и $W_э$ имеют минимальные значения.

Увеличение восходящей или нисходящей скорости среды приводит к резкому снижению q и уменьшению влияния соударений на скорость частиц, а также к значительному возрастанию $\delta_э$ и $W_э$.

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Таблица

Результаты расчетов

Обозначения к рис. 2		W_c, м/сек	$Q \cdot 10^{-3}$, кг/м²·час	Полифракция 200 — 1000 мк			Полифракция 10 — 1000 мк		
				$\delta_э$, мк	$W_э$, м/сек	q, кг/м³	$\delta_э$, мк	$W_э$, м/сек	q, кг/м³
I	1	—15	0	634	3,14	—	559	2,64	—
	2		2	629	3,11	0,0467	547	2,55	0,0446
	3		4	624	3,08	0,0932	541	2,51	0,0890
	4		8	614	3,01	0,185	529	2,43	0,177
	5		16	614	3,01	0,371	511	2,31	0,350
II	1	—10	0	659	3,31	—	590	2,84	—
	2		2	644	3,21	0,0818	571	2,72	0,0763
	3		4	639	3,18	0,163	556	2,62	0,151
	4		8	629	3,11	0,323	535	2,47	0,295
	5		16	614	3,01	0,636	417	2,35	0,581
III	1	0	0	456	1,95	—	91,3	0,108	—
	2		2	473	2,07	0,269	94,7	0,116	4,79
	3		4	484	2,14	0,520	99,6	0,128	8,67
	4		8	497	2,22	1,002	109	0,152	14,61
	5		16	509	2,30	1,933	124	0,196	22,62
IV	1	— 5	0	560	2,64	—	462	1,99	—
	2		2	560	2,64	0,0727	450	1,91	0,0804
	3		4	560	2,64	0,1454	444	1,87	0,162
	4		8	555	2,61	0,292	432	1,80	0,327
	5		16	555	2,61	0,584	426	1,76	0,658
V	1	+10	0	580	2,78	—	486	2,15	—
	2		2	575	2,74	0,0436	480	2,11	0,0458
	3		4	575	2,74	0,0872	474	2,07	0,0921
	4		8	575	2,74	0,174	462	1,99	0,185
	5		16	565	2,68	0,351	450	1,91	0,373
VI	1	+15	0	585	2,81	—	498	2,23	—
	2		2	585	2,81	0,0312	486	2,15	0,0324
	3		4	585	2,81	0,0624	486	2,15	0,0648
	4		8	585	2,81	0,125	474	2,07	0,130
	5		16	575	2,74	0,251	462	1,99	0,262

Примечание. $\gamma_т = 1200$ кг/м³, $\gamma_c = 0,232$ кг/м³, $\nu = 218 \cdot 10^{-6}$ м²/сек, $y = \dfrac{1}{\delta_{кр} - \delta_0}$.

Концентрация q в восходящем потоке всегда выше, а влияние столкновений относительно сильнее, чем в нисходящем потоке.

При $Q \to 0$ концентрация q также стремится к нулю, столкновения отсутствуют, относительные скорости частиц равны скорости витания. С ростом Q во всех случаях возрастает и q.

влияние соударений увеличивается, скорости частиц разных размеров изменяются в сторону выравнивания. Однако зависимость q от Q отклоняется от линейной, так как одновременно с Q изменяется $\delta_э$ и средняя скорость полифракции $W_э$, входящая в формулу (6).

Интересно отметить, что в большинстве случаев, как видно из таблицы, возрастание Q сопровождается уменьшением $\delta_э$ и $W_э$, но при $W_c = 0$ имеет место обратная зависимость.

Уменьшение средней скорости полифракции $W_э$ с увеличением Q легко объяснить тем, что при возрастании числа столкновений скорость крупных частиц снижается больше, чем увеличивается скорость мелких.

Однако при $W_c = 0$, когда абсолютная скорость самых мелких частиц ничтожна, а потому концентрация их чрезвычайно высока, даже небольшое повышение скорости мелких частиц в результате соударений, по-видимому, снижает общую концентрацию твердой фазы больше, чем она возрастает за счет сокращения скорости крупных частиц. Поэтому увеличение Q сопровождается здесь возрастанием $W_э$ и $\delta_э$. Иначе говоря, в этом случае преобладающее влияние оказывает взаимное отталкивание частиц при участвовавших столкновениях, вследствие чего появляется тенденция к росту порозности и, следовательно, $W_э$.

Как и следовало ожидать, влияние столкновений тем сильнее, чем шире полифракция. При этом расширение в сторону мелких частиц способствует более быстрому росту q, а потому увеличивает влияние столкновений больше, чем расширение полифракции в сторону крупных частиц.

По-видимому, так же должно сказываться и изменение зерновой характеристики, т. е. изменение доли мелких и крупных частиц в полифракции.

Таким образом, предложенный расчетный метод хотя и не является строгим, однако позволяет оценить влияние упругих соударений на перераспределение скоростей установившегося движения сферических частиц и на концентрацию твердой фазы при любых скоростях потока, расходах и зерновых характеристиках полифракции.

Введением коэффициента восстановления скорости, вероятно, окажется возможным модифицировать метод и для случая не вполне упругого соударения частиц.

Полученные закономерности в первом приближении можно распространить и на движение частиц неправильной формы, особенно если с помощью фактора формы или специальной опытной зависимости скорректировать закон аэродинамического сопротивления.

По-видимому, неупругость ударов, неправильность формы, вращение и пульсации частиц должны уменьшать взаимодей-

ствие частиц при столкновениях, а потому результаты настоящей работы следует рассматривать как предельный случай влияния соударений.

Обозначения

$\gamma_т$ и $\gamma_с$ — удельный вес соответственно твердой фазы и среды; C — коэффициент аэродинамического сопротивления шара; δ — диаметр частиц; δ_0 и $\delta_{кр}$ — предельные размеры частиц в полифракции; $W_с$ — вертикальная скорость среды; τ — время; N — число ударов в частичку; ν — вязкость среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. З. Ф. Чуханов, Н. Г. Худяков. ДАН СССР, LXXVIII, № 4, 1951.
2. Н. Г. Худяков. Изв. АН СССР, ОТН, № 7, 1953.
3. С. А. Каганович. Изв. ВТИ, № 11, 1951.
4. А. В. Лыков. Тепло- и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.
5. А. В. Чечеткин. Высокотемпературные теплоносители. Госэнергоиздат, 1957.
6. В. А. Успенский. Пневмотранспорт материалов во взвешенном состоянии. Металлургиздат, 1952.
7. T. Gillespie, A. W. Gunter. Paper. Amer. Soc. Mech. Eng., NAPM-14, 1959.
8. Э. Р. Эккерт, Р. М. Дрейк. Теория тепло- и массообмена. Госэнергоиздат, 1961.

Д. М. ГАЛЕРШТЕЙН, И. А. ЛЕПЕШИНСКИЙ

О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРОВ СТРУЙНОГО ОСАДИТЕЛЯ

Большинство установок, в которых используется двухфазный поток типа газ — твердые частицы, оборудовано различного рода осадителями. Для ряда случаев перспективным является струйный осадитель как по своему к. п. д., так и по простоте конструкции и сравнительно низкому гидравлическому сопротивлению [1].

Схема осадителя показана на рис. 1. Твердые частицы, движущиеся в газовом потоке, разгоняются в трубопроводе *А* до определенной скорости. На выходе из трубы газовзвесь разделяется: твердые частицы по инерции пролетают в камеру *Б* через окно, диаметр которого $d_{отв}$ несколько больше диаметра трубы d. Чистый газ вытекает через зазор H и затем удаляется через отверстие *Г*. Некоторая часть частиц осаждается в бункере *В*. Из обоих бункеров частицы выводятся через шлюзовые затворы.

При анализе рабочего процесса будем полагать, что газ несжимаем и скорость газа по сечению трубы на выходе постоянная, т. е. $dw_0/dy=0$; если частица данного диаметра $d_ч$, движущаяся вблизи стенки, т. е. самая «крайняя» в потоке, попадает в камеру *Б*, то все остальные частицы, большего диаметра или лежащие ближе к оси трубы, также будут осаждаться.

Очевидно, нас будет интересовать минимальный размер частиц, которые еще будут улавливаться. Поэтому достаточно рассмотреть частицы, лежащие в стоксовой области, для которых $c_f = a\mathrm{Re}^{-1}$. При этом в конце разгонного участка трубы (на срезе), очевидно, выполняется условие $w_{ч0}=bw_0$, $b<1$. Для мелких частиц можно полагать $b\simeq 1$.

Эти допущения позволяют выбрать для теоретического исследования следующую модель. Будем рассматривать частицу, движущуюся вдоль стенки трубы. В зазоре H на частицу, летящую в направлении оси x (рис. 1), действует сносящий поток, вектор скорости которого направлен вдоль оси y, причем $\frac{dw}{dx}=0$, а величина скорости может быть определена из урав-

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

нения неразрывности в предположении равномерного поля скоростей в сечении ox. В действительности направление векторов скоростей может отличаться от принятого, но это отличие при решении задачи пойдет в запас.

Уравнение движения частицы, если пренебречь силами тяжести, центробежными и кориолисовыми, примет вид

$$m \frac{d\omega_ч}{d\tau} = c_f \frac{(\omega - \omega_ч)^2 \rho}{2} F_ч. \qquad (1)$$

С учетом того, что $F_ч = \frac{1}{4} \pi d_ч^2$, $m = \frac{1}{6} \rho_ч \pi d_ч^3$, $c_f = a \mathrm{Re}^{-1}$, $\mathrm{Re} = (\omega - \omega_ч) d_ч \nu^{-1}$, из (1) получаем

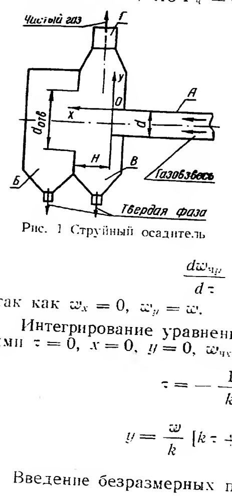


Рис. 1 Струйный осадитель

$$\frac{d\omega_ч}{d\tau} = k (\omega - \omega_ч), \qquad (2)$$

где

$$k = \frac{3a\nu}{4d_ч^2}.$$

В проекциях на координатные оси уравнение (2) запишется в виде:

$$\frac{d\omega_{чx}}{d\tau} = -k\omega_{чx}; \qquad (3)$$

$$\frac{d\omega_{чy}}{d\tau} = k(\omega - \omega_{чy}), \qquad (4)$$

так как $\omega_x = 0$, $\omega_y = \omega$.

Интегрирование уравнений (3) и (4) с начальными условиями $\tau = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $\omega_{чx} = \omega_{ч0}$, $\omega_{чy} = 0$ дает:

$$\tau = -\frac{1}{k} \ln\left(1 - \frac{kx}{\omega_{ч0}}\right); \qquad (5)$$

$$y = \frac{\omega}{k} \left[k\tau + \exp(-k\tau) - 1\right]. \qquad (6)$$

Введение безразмерных параметров

$$L_x = \frac{kx}{\omega_{ч0}}; \qquad (7)$$

$$L_y = \frac{ky}{\omega} \qquad (8)$$

позволяет преобразовать уравнения (5) и (6) к безразмерному виду

$$L_y = \ln(1 - L_x)^{-1} - L_x. \qquad (9)$$

Если в (7) и (8) положить $x = H$, $y = y_{отв} = 0{,}5\,(d_{отв} - d)$, то уравнение (9) будет условием осаждения частицы в безразмерной форме.

Используя уравнение неразрывности, записанное для кольцевой поверхности в зазоре H и трубы A, можно получить дополнительное соотношение для расчета характеристик и выбора параметров осадителя:

$$L_y = 2\left(\frac{d_{отв}}{d} - 1\right) L_x. \qquad (10)$$

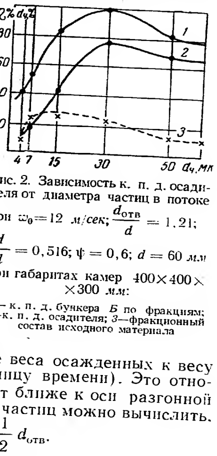


Рис. 2. Зависимость к. п. д. осадителя от диаметра частиц в потоке при $\omega_0 = 12$ *м/сек*; $\frac{d_{отв}}{d} = 1{,}21$; $\frac{H}{d} = 0{,}516$; $\psi = 0{,}6$; $d = 60$ *мм* при габаритах камер $400 \times 400 \times 300$ *мм*:

1 — к. п. д. бункера *Б* по фракциям; 2 — к. п. д. осадителя; 3 — фракционный состав исходного материала

Нетрудно видеть, что если задан диаметр минимальной улавливаемой частицы, ее плотность, расход газа и его параметры, то по (9) и (10) можно выбрать геометрические и режимные параметры осадителя.

Следует заметить, что струйный осадитель будет улавливать и частицы с диаметром, меньшим расчетного, но с меньшим значением коэффициента полезного действия. (Под коэффициентом полезного действия будем понимать отношение веса осажденных к весу поступающих в аппарат частиц в единицу времени). Это относится к тем частицам, которые лежат ближе к оси разгонной трубы. Размер самых мелких из этих частиц можно вычислить, если полагать $L_y = y' k/\omega$, где $y' = \frac{1}{2} d_{отв}$.

Может оказаться, что при выбранных параметрах более крупные частицы, начиная с некоторого размера, не будут улавливаться, так как скорость, достигаемая такими частицами на срезе разгонного трубопровода, окажется недостаточной для улавливания. Поэтому к. п. д. при улавливании таких частиц также будет уменьшаться с ростом размера частиц.

Из сказанного следует, что осадитель должен обладать избирательностью, причем диапазон этой избирательности может изменяться в зависимости от параметров осадителя.

Экспериментальные исследования подтвердили наше пред-

положение об избирательности струйного осадителя. На рис. 2 показаны результаты одного из типичных опытов на холодном воздухе с частицами песка. Всего было проведено 34 опыта в следующем диапазоне конструктивных и режимных параметров: $w_0 = 12 \div 35$ *м/сек*; $H/d = 0{,}258 \div 0{,}758$; $d_{отв}/d = 1{,}05 \div 1{,}45$.

На рис. 3 приведено сопоставление расчетных и экспериментальных данных для бункера *Б* (см. рис. 1) в виде зависимости $d_{ч\min} = f(H/d)$. При построении графика за диаметр наименьшей осажденной частицы принимался диаметр частиц, к. п. д. осаждения которых оказывался максимальным. Сравнение показывает удовлетворительное согласование теории с опытом в диапазоне $H/d = 0{,}5 \div 0{,}8$ при прочих равных условиях. Ухудшение улавливания частиц при $H/d < 0{,}5$ можно объяснить образованием в бункере *Б* обратных токов, которые выносят обратно часть уловленных частиц.

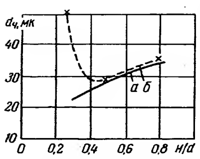


Рис. 3. Зависимость $d_{ч\min} = f\left(\frac{H}{d}\right)$ при $w_0 = 25$ *м/сек*; $\frac{d_{отв}}{d} = 1{,}21$; $\psi = 0{,}58$:

а — расчетная зависимость; *б* — экспериментальная

Проведенные исследования показали, что для материалов с $\rho_ч > 2000$ *кг/м³* и при размере частиц $d_ч > 30$ *мк* струйный осадитель обеспечивает практически такой же к. п. д. улавливания, как и циклон при коэффициенте сопротивления $\zeta = 1{,}3$ против $\zeta = 3 \div 7$ у циклона [2].

Обозначения

F — площадь; w — скорость; d — диаметр; τ — время; ρ — плотность; m — масса; ν — вязкость газа; c_f — коэффициент сопротивления частицы; k — коэффициенты; L — параметр; η — коэффициент полезного действия; ψ — расходная концентрация твердых частиц в газовом потоке; a, b — константы.

Индексы: ч — относится к частице; 0 — начальное сечение (на срезе трубы); параметры без индекса относятся к газу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. М. Галерштейн. Промышленность Белоруссии, № 5, 1961.
2. М. П. Калинушкин. Вентиляторные установки. М., 1962.

И. Н. ФИКЛИСТОВ, Г. А. АКСЕЛЬРУД

КИНЕТИКА МАССООБМЕНА ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ, ВЗВЕШЕННЫХ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ, ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ КОЛОННЫ

В [1, 2] исследовалась кинетика массообмена в системе жидкость — твердое тело, когда последнее закреплялось на стержне и совершало гармонические колебания в неподвижной или движущейся жидкости.

В данном сообщении рассматривается кинетика взаимодействия твердого тела с жидкостью в условиях, когда: 1) твердые частицы взвешены в вертикальном потоке жидкости; 2) жидкость совершает колебательные движения с заданной амплитудой и частотой в направлении, перпендикулярном направлению потока.

Кинетика массообмена твердых частиц, взвешенных потоком жидкости, была изложена в [3, 4], где предложено следующее критериальное уравнение, позволяющее определить коэффициент массоотдачи:

$$\mathrm{Nu} = A\sqrt[3]{\mathrm{Pr}}\,\sqrt[3]{\mathrm{Ar}}. \qquad (1)$$

Здесь Nu, Pr и Ar соответственно диффузионные критерии Нуссельта, Прандтля и критерий Архимеда; A — константа, зависящая от формы частиц.

Кинетика массообмена в значительной степени определяется скоростью обтекания твердого тела жидкостью. С увеличением этой скорости увеличивается скорость массообмена.

С возникновением колебательного движения твердые взвешенные частицы будут подвергаться динамическому воздействию жидкости. Возникает скорость обтекания, направленная перпендикулярно к потоку жидкости, зависящая как от параметров колебательного процесса, так и от инерционных свойств твердой частицы. Это должно привести к интенсификации массообмена в сравнении с условиями простого взвешивания.

Теоретические представления, которые будут изложены в настоящей статье, являются приближенными.

Итак, в общем случае уравнение кинетики массообмена описывается критериальным уравнением

$$\mathrm{Nu} = A\,\mathrm{Pr}^m\,\mathrm{Re}^n. \qquad (2)$$

В первом приближении это уравнение можно считать справедливым независимо от того, каким способом образуется скорость обтекания. Для двух процессов массообмена, отличающихся друг от друга способом образования скорости обтекания, можно написать соответственно

$$\begin{cases} \mathrm{Nu} = A\,\mathrm{Pr}^m\,\mathrm{Re}^n, \\ \mathrm{Nu}_0 = A\,\mathrm{Pr}^m\,\mathrm{Re}_0^n\,; \end{cases} \tag{3}$$

откуда непосредственно следует

$$\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_0} = \left(\frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{Re}_0}\right)^n. \tag{4}$$

Пусть два сопоставляемых процесса отличаются друг от друга тем, что первый из них является процессом массообмена, когда имеют место колебания взвешенных частиц в жидкости, а второй — когда отсутствуют колебания и частицы лишь взвешены в жидкости.

В первом случае скорость обтекания определяется как геометрическая сумма двух векторов, взаимно перпендикулярных друг другу, где W_g' — скорость взвешивания в условиях колебания жидкости; W_i —скорость обтекания в горизонтальном направлении. Результирующая скорость определится как

$$\sqrt{(W_g')^2 + (W_i)^2}.$$

Во втором случае скорость обтекания равна скорости взвешивания твердых частиц в потоке жидкости W_g.

Если считать, что

$$W_g' = \varepsilon_1 W_g,$$

то

$$\varepsilon_1 = \frac{W_g'}{W_g} \leqslant 1\,.$$

Очевидно, величина ε_1 должна учитывать уменьшение скорости взвешивания частиц при колебаниях потока жидкости, когда турбулентная вязкость последнего возрастает.

Таким образом, уравнение (4) преобразуется так:

$$\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_0} = \left(\frac{\sqrt{(\varepsilon_1 W_g)^2 + (W_i)^2}}{W_g}\right)^n = \left(\varepsilon_1^2 + \frac{W_i^2}{W_g^2}\right)^{\frac{n}{2}}. \tag{5}$$

Переходя к оценке W_i, укажем на простое соотношение

$$W_i = \varepsilon_2\,\omega\,A, \tag{6}$$

вытекающее из соображений размерности. Величина ε_2 может рассматриваться как некоторая константа, тесно связанная с инерционными свойствами частиц. С увеличением этих свойств ε_2 увеличивается, а при отсутствии их $\varepsilon_2=0$.

Окончательное выражение для уравнения кинетики в условиях колебательного движения взвешенных частиц имеет вид

$$\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_0} = \left[\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2\left(\frac{\omega A}{W_g}\right)^2\right]^{\frac{n}{2}}. \tag{7}$$

Уравнение (7) качественно хорошо согласуется с результатами экспериментов.

Опыты проводились на экспериментальной установке (рис. 1), которая состоит из трех основных узлов: проточной трубы с подвижным участком, колебательного механизма и системы подачи и нагрева дистиллированной воды.

Проточная стеклянная трубка диаметром 26—36 *мм* расположена строго вертикально и состоит из двух неподвижных участков *1* и *2*, жестко закрепленных зажимами *3* и *4* на неподвижной плите *5*, установленной на раме *6*. Нижний участок проточной трубы имеет патрубки *7* для подачи в трубку дистиллированной воды, верхний участок имеет увеличенный диаметр и заканчивается приемником *8* для свободного слива воды. Третий подвижный участок трубы *9* упругими резиновыми кольцами *10* соединен с верхним и нижним участками трубы и с помощью зажима *11* — с колебательным механизмом. Таким образом, трубка *9* может совершать возвратно-поступательные движения, нормальные к продольной оси проточной трубы.

Для замера амплитуды колебания трубки установлен микрометрический измеритель *12*. Колебательный механизм состоит из электродвигателя *13*, на котором установлен ступенчатый шкив *14* клиноременной передачи *15* и регулируемого эксцентрикового устройства *16*, которое преобразовывает вращательное движение в возвратно-поступательное, сообщаемое шатуну *17*. Последний шарнирно соединен со штоком *18*, который благодаря направляющим *19* получает строго направленные колебательные движения в горизонтальной плоскости и передает их подвижной трубе *9*.

Регулируемое эксцентриковое устройство дает возможность менять амплитуду от 0,5 до 4 *мм*. Число оборотов, а следовательно, и частота колебаний изменялись с помощью ступенчатого и сменных шкивов и измерялись тахометром *20*. Величина амплитуды также контролировалась по ходу штока с помощью микрометра.

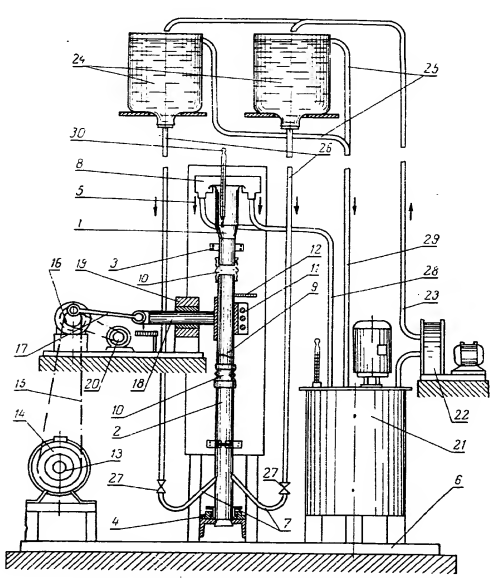


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Дистиллированная вода подогревалась в термостате *21* и с помощью насоса *22* по стеклянному трубопроводу *23* подавалась в расходные сосуды *24*, где с помощью сливных трубок *25* поддерживался постоянный уровень. Из расходных сосудов по трубам *26* вода поступает в проточную трубу. Расход воды регулируется кранами *27*. Отработанная вода и избыток из сосудов по трубопроводам *28* и *29* поступают обратно в термостат. Для контроля температуры в проточной трубе установлен термометр.

Методика проведения опытов заключалась в следующем. Образцы в виде шарообразных частиц из гипсового камня определенного диаметра или частицы дисперсной фазы произвольной формы вводились в третий участок подвижной проточной трубки *9* и взвешивались потоком воды при открытых кранах *27*. Одновременно включался привод колебательного механизма, и трубка *9* приводилась в колебательное движение с нужной частотой и амплитудой. Время опыта фиксировалось секундомером. Растворение частиц гипса производилось в дистиллированной воде при температуре 298° K, постоянство которой поддерживалось с помощью термостатов. Количество вещества, перешедшего в раствор, определялось весовым методом. Перед взвешиванием образцы смачивались в воде, обезвоживались в спирте, а затем высушивались в сушильном шкафу при температуре 328° K. Значение коэффициента диффузии $CaSO_4$ в воде принято равным $D = 1{,}5 \cdot 10^{-9}$ *м²/сек* [5]. Концентрация насыщения гипса $c_s = 2{,}05$ *кг/м³*.

Одна серия опытов проводилась с индивидуальными шарообразными частицами из гипса диаметром 5,6—1,6 *мм*. Для проведения второй серии опытов образовывались суспензии; частицы произвольной формы, близкие по размерам, выделенные из смеси путем рассева, подавались в начальный момент опыта в проточную трубу *9*. Размеры частиц менялись в пределах 1,7—0,85 *мм*.

Коэффициент массоотдачи для частиц, у которых потеря веса по отношению к начальному весу была невелика, определялся по формуле

$$k = \frac{\Delta G}{tF\Delta c}.$$

Для частиц, убыль веса которых составляла значительную долю их первоначального веса, k определяли по [3]:

$$k = \frac{d_0 - d_1}{2t} \frac{\gamma}{c_s}.$$

Результаты эксперимента (рис. 2) по кинетике растворения гипса в условиях взвешивания, но при отсутствии колебаний обобщены в виде зависимости

$$\mathrm{Nu}_0 = f(\mathrm{Ar}).$$

Полученная зависимость полностью согласуется с уравнением (1). Однако коэффициент A здесь может принимать несколько иное значение, что объясняется влиянием чистоты растворяемого материала и растворителя [6]. Уравнение (7) указывает, каким путем можно обобщить полученные результаты опытов.

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

В соответствии с этим уравнением должна существовать одна и та же зависимость между $\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_0}$ и $\frac{\omega A}{W_g}$ (рис. 3).

Из рассмотрения зависимости, показанной на рис. 3, видно, что при малых значениях $\frac{\omega A}{W_g}$ колебательный процесс не оказывает почти никакого влияния на кинетику. Это влияние тем больше, чем меньше размеры частиц (W_g).

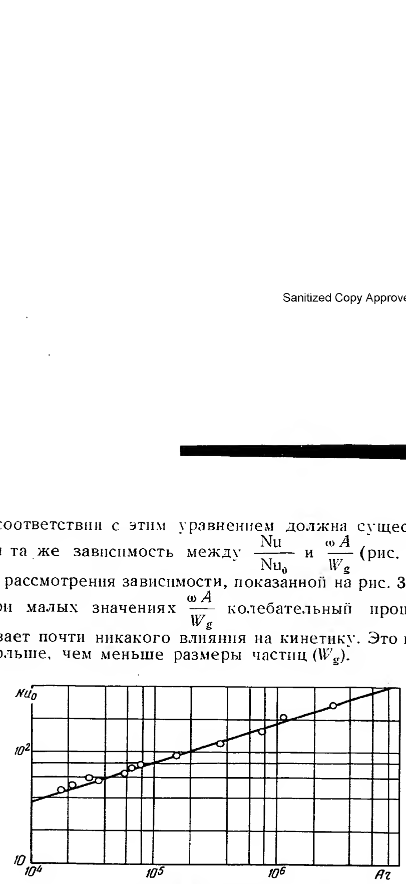


Рис. 2. Кинетика растворения частиц гипса, взвешенных в потоке жидкости

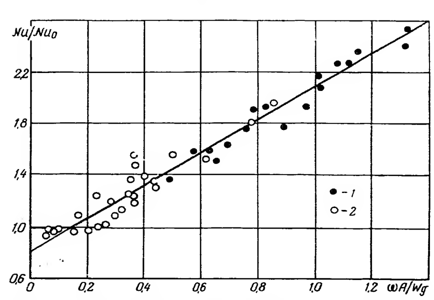


Рис. 3. Кинетика массообмена твердых частиц, взвешенных в потоке жидкости, при колебании колонны (обобщенная зависимость):

1—суспензия $\frac{d}{A}$ = 0,25 –0,42; 2—отдельные шарообразные частицы $\frac{d}{A}$ = =0,42—1,5 (ω=0—35 1/сек; A=0—0,4 см; d=0,1—0,6 см)

При анализе причин разброса точек на рис. 3 не обнаружено каких-либо закономерных отклонений, связанных с различным отношением $\frac{d}{A}$ =0.25—1.5. Таким образом, не сделано никаких выводов в отношении величины ε_2 в (7). Методом наименьших квадратов установлено уравнение прямой линии, наилучшим образом совпадающей с экспериментальными данными при $\frac{\omega A}{W_g} > 0.15$. Оно имеет вид

$$\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_0} = 0.81 + 1,3\,\frac{\omega A}{W_g}\,.$$

Следует также сделать вывод о возможности дальнейшей интенсификации массообмена, на что указывает характер зависимости, представленной на рис. 3.

Обозначения

d — диаметр твердой частицы; D — коэффициент диффузии $CaSO_4$ в воде; g — ускорение силы тяжести; ω — частота колебаний; A — амплитуда колебаний; k — коэффициент массоотдачи в условиях колебательного движения твердого тела; ΔG — потеря веса растворяющегося твердого тела; t — время растворения; F — поверхность растворения твердого тела; Δc — разность между концентрацией насыщения и концентрацией в основной массе раствора; d_0 — эквивалентный диаметр частицы до опыта; d_1 — эквивалентный диаметр частицы после опыта; c_s — концентрация насыщения гипса; γ — удельный вес гипса.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Н. Фиклистов, Г. А. Аксельруд. Доклады ЛПИ, серия химия и химическая технология, т. V, вып. I—II. Изд. Госуниверситета. Львов, 1963.
2. И. Н. Фиклистов, Г. А. Аксельруд. ИФЖ, VII, № 1, 1964.
3. Г. А. Аксельруд. ЖФХ, 28, 1726, 1954.
4. А. Б. Здановский. Кинетика растворения природных солей в условиях вынужденной конвекции. Госхимиздат, 1956.
5. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплоотдача в химической кинетике. Изд. АН СССР, 1947.
6. D. N. Chosh, D. D. Perlmutter. A. J. Ch. E. J., 9, 474, 1963.

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

А. Л. МОССЭ

О ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ КОКСОВЫХ ЧАСТИЦ В ПОТОКЕ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Опубликованные до сих пор результаты определения кинетических констант процесса горения и газификации твердых топлив были получены главным образом в стационарных условиях процесса на частицах топлива крупного размера и в области температур до 1300—1700° К [3]. Исследований по определению этих констант в области более высоких температур и конкретных характеристик массообмена в потоке реагирующего твердого топлива еще не достаточно.

В работе [1] был рассмотрен один из процессов такого рода, а именно процесс горения и газификации кокса фрезерного торфа в области температур 900—2100° К при коэффициентах избытка окислителя $\alpha < 1$.

На основании усредненного уравнения выгорания и экспериментально установленных характеристик газообразования и температуры по длине одномерного потока горящих частиц были получены расчетные соотношения для определения основных параметров процесса, главными из которых являются конкретные характеристики массопереноса в потоке и кинетические константы взаимодействия газовой среды с пылевзвесью.

Нами излагаются результаты определения расчетных параметров процесса горения пылевзвеси кокса фрезерного торфа в области температур от 900 до 2100° К при коэффициентах избытка кислорода в интервале 0,3—0,5.

Рассматривая нестационарный процесс при больших скоростях потока, когда подвод кислорода к реагирующей поверхности частиц топлива и отвод газообразных продуктов реакции осуществляются главным образом посредством конвективной диффузии, следует учитывать также влияние ряда аэродинамических факторов, таких, как величина и форма частичек топлива, скорость потока газовой среды, условия смесеобразования в потоке и т. д. Такое положение, усложняя все явления гетерогенного горения в целом, сильно затрудняет определение посредством опыта реакционных характеристик исследуемого твердого топлива, так как для нахождения последних необходимо уметь достаточно точно рассчитать интенсивность подвода кислорода к поверхности горящих топливных частиц в потоке.

Основной экспериментальной характеристикой процесса является величина суммарной константы скорости процесса K^*, выражением для которой, как следует из [1], является

$$K^* = \frac{-d\,O_2/d\tau}{O_2\,S_i^{н}} = \frac{\varphi}{O_2 S_i^{н}}\ см/сек. \qquad (1)$$

Расчет значений K^* на основании полученных в работе [1] экспериментальных данных (рис. 1, *а* и *б*) был выполнен с учетом величины действительной поверхности реагирующих коксовых частиц в потоке $S_i^{н}$, которая, как видно из [2], для условий неустановившегося движения частиц в период их разгона значительно превышает расчетную, обычно определяемую для случая $Nu^{P_2}_{диф} = 2$.

Из рассмотрения представленных на рис. 1, *а*, *б* зависимостей для кривых *А* следует, что в опытном интервале температур от 900 до 2100° К охватываются все три известные области реагирования — кинетическая, переходная и диффузионная, которые, согласно [4], можно характеризовать известным критерием Sm (Семенова) или критерием режима $R = \frac{1}{1 + Sm} = \frac{1}{1 + \frac{\beta}{\alpha}}$. Принято, что при $R < 0{,}1$ практически можно говорить о кинетическом режиме, при $R > 0{,}9$ — о диффузионном. Соответственно указанным значениям критерия R для обоих зависимостей оказывается, что до температуры 1210—1230° К имеет место кинетическая область реагирования, а начиная примерно со значения 1600° К и выше находится диффузионная область.

Следующим этапом обработки экспериментальных данных являлось нахождение величин, определяющих суммарную константу скорости процесса K^*. Выражением для константы K^*, как известно, является

$$K^* = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}}, \qquad (2)$$

где α — коэффициент реакционного газообмена, а β — коэффициент массообмена.

В пределе, в области высоких температур, суммарная константа скорости процесса и коэффициент массообмена практически равны. Соответственно этому величина характеристи-

ки переноса высокотемпературной области процесса может определяться уравнением

$$\beta = \frac{D}{d}\,\mathrm{Nu}^{O_2}_{\text{диф}} \qquad (3)$$

при условии, что $\beta \simeq K^*$.

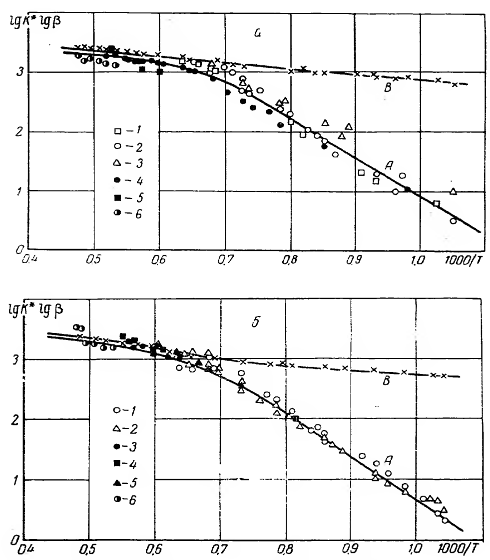


Рис. 1 Зависимость K^* для кривой A и β для B:

a — при $d_{\text{экв}} = 125$ *мк* ($1 - \alpha = 0{,}3$; $2 - 0{,}4$; $3 - 0{,}5$ при $O_2^0 = 21\%$; $4 - 0{,}4$; $5 - 0{,}5$ при $O_2^0 = 27\%$; $6 - 0{,}4$ при $O_2^0 = 35\%$);

$б$ — при $d_{\text{экв}} = 200$ *мк* ($1 - \alpha = 0{,}4$; $2 - 0{,}5$ при $O_2^0 = 21\%$; $3 - 0{,}4$ при $O_2^0 = 27\%$; $4 - 0{,}45$ при $O_2^0 = 27\%$; $5 - 0{,}5$ при $O_2^0 = 30\%$; $6 - 0{,}4$ при $O_2^0 = 35\%$)

В расчетах принимали, что коэффициент диффузии D зависит от температуры по закону

$$D = 0{,}198\left(\frac{T}{273}\right)^2.$$

Для расчета кинетической константы, т. е. в данном случае коэффициента реакционного газообмена α во всем интервале исследованных температур, необходимо знать конк-

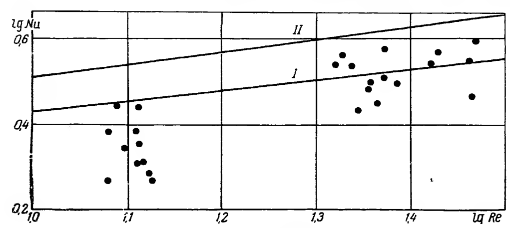


Рис. 2. Зависимость $\lg \mathrm{Nu}^{O_2}_{\text{диф}} = f(\lg \mathrm{Re})$:

I — по формуле (4); II — $\mathrm{Nu}^{O_2}_{\text{диф}} = \dfrac{0{,}70\sqrt{\mathrm{Re}}}{1 - e^{-0{,}35\sqrt{\mathrm{Re}}}}$, точки — по данным опытов

ретные величины $\mathrm{Nu}^{O_2}_{\text{диф}}$ или конкретный вид связи между характеристикой $\mathrm{Nu}^{O_2}_{\text{диф}}$ и числом Re. Последний устанавливался на основании различных экспериментальных данных (самих же опытов по горению) или с помощью моделирующих процессов (теплообмена и диффузии).

На основании полученного в работе [1] экспериментального материала в высокотемпературной области оказалось, что конкретный вид зависимости $\mathrm{Nu}^{O_2}_{\text{диф}} = f(\mathrm{Re})$, представленный на рис. 2 в логарифмической системе координат для области чисел Re от 10 до 30, довольно удовлетворительно аппроксимируется кривой I. Соответствующее аппроксимирующее выражение может быть принято в виде

$$\mathrm{Nu}^{O_2}_{\text{диф}} = 2 + 0{,}16\,\mathrm{Re}^{2/3}, \qquad (4)$$

которое было получено Сокольским из опытов по испарению для области чисел Re от 0 до 100. Приведенные данные получены для частиц торфяного кокса с эквивалентным размером 125 и 200 *мк*. Следует отметить, что для частиц

размером 125 *мк* принятое аппроксимационное выражение дает несколько завышенные значения $Nu^{O_2}_{диф}$. Строго говоря, соответственно полученным экспериментальным точкам для частиц 125 *мк* кривая *1* должна идти несколько круче. Однако полученный для этого размера частиц разброс экспериментальных точек, а также малый набор варьируемых

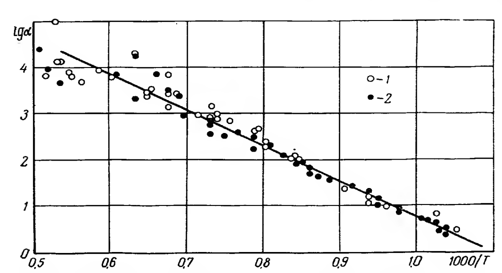


Рис. 3. Зависимость коэффициента реакционного газообмена lg α от температуры:

1 — $d_{экв}$=125 *мк*; *2* — 200 *мк*

в опытах фракций частиц не позволили уточнить (4) для условий проведенных опытов.

Используя зависимость (4) и данные по числам Re с учетом значений относительной скорости частиц в потоке, конкретное выражение для расчета характеристики переноса $Nu^{O_2}_{диф}$ было получено в таком виде:

$$Nu^{O_2}_{диф} = 2 + 0{,}16 \frac{w_0 d}{\nu} \left[1 - 0{,}2 (\chi)^{-2/3}\right], \qquad (4^1)$$

где

$$\chi = 20{,}2 \frac{\nu}{d^2} \frac{\gamma}{\gamma_r} \frac{x}{w_0} .$$

Результат расчета коэффициента массообмена β для описанных в [1] опытов по горению показан на рис. 1, *а*, *б* — кривые *B*.

Эти кривые являются предельными по диффузионной способности для рассматриваемого процесса горения пылевидных коксовых частиц в потоке газа.

Имея эти данные, по (1) для K^* можно получить величину коэффициента реакционного газообмена α в системе координат $\lg \alpha - \frac{1}{T°K}$ (рис. 3), удобной для суждения о применимости в данном случае закона Аррениуса. Представленные данные показывают линейный ход зависимости и могут быть описаны выражением вида

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\frac{E}{RT}} . \qquad (5)$$

Определение энергии активации E и предэкспоненциального множителя α_0 дает соответственно значения $E = 1{,}49 \cdot 10^5$ *кдж/моль* и $\alpha_0 = 3{,}55 \cdot 10^8$, которые наиболее четко характеризуют область температур 900—1600° K.

В результате для температурной зависимости коэффициента реакционного газообмена процесса горения торфяного кокса имеем следующее кинетическое уравнение:

$$\alpha = 3{,}55 \cdot 10^8 \exp\left[-\frac{1{,}49 \cdot 10^5}{RT}\right] . \qquad (6)$$

Обозначения

K^* — суммарная константа скорости процесса; O_2 — концентрация кислорода; φ — скорость процесса; $S_i^{п}$ — поверхность частиц в потоке; $Nu^{O_2}_{диф}$ — характеристика переноса; **β** — коэффициент массообмена; D — коэффициент диффузии; $d_{экв}$ — эквивалентный диаметр частиц; α — коэффициент реакционного газообмена; w_0 — скорость потока; ν — кинематическая вязкость среды; χ — безразмерный критерий; E — энергия активации; α_0 — предэкспоненциальный множитель; T — температура.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Моссэ, Л. Н. Хитрин. ИФЖ, № 8, 1963.
2. А. Л. Моссэ. Диссертация. ИТМО АН БССР. Минск, 1964.
3. А. С. Предводителев, Л. Н. Хитрин, О. А. Цуханова, Х. И. Колодцев, М. К. Гродзовский. Горение углерода. Изд. АН СССР, 1949.
4. Л. Н. Хитрин. Физика горения и взрыва. Изд. МГУ, 1957

М. Ф. КАЗАНСКИЙ, Р. В. ЛУЦЫК, В. М. КАЗАНСКИЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМ СВЯЗИ ВЛАГИ С ДИСПЕРСНЫМИ ТЕЛАМИ ПО МЕТОДУ ТЕРМОГРАММ СУШКИ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ТЕМПЕРАТУР

В работах [1, 2] показана возможность анализа влаги, поглощенной дисперсным телом, с помощью термограмм сушки [1].

Учитывая важность изучения дифференциальных водопоглощающих свойств термолабильных дисперсных тел, возникает необходимость в расширении возможностей применения термографического метода анализа форм связи влаги в сторону меньших температур. В связи с этим представляет интерес изучить влияние давления воздуха на форму получаемой термограммы сушки и положение на ней критических точек.

Опыт по сушке проводится в вакуумном термостате *I* (рис. 1), разрежение в котором создается форвакуумным насосом *VII*. Конструкция термостата обеспечивала возможность изменения давления в пределах от атмосферного до 666 $н/м^2$.

Для определения влажности образец помещался в кювету. Кювета подвешивалась к чашке автоматических фотоэлектрических весов *II* [2]. Чувствительность записи веса можно было изменять в пределах от $3{,}9 \cdot 10^{-6}$ до $147 \cdot 10^{-6}$ *н* на 1 *мм* шкалы самопишущего потенциометра.

Запись изменения температуры образца (термограммы) производилась с помощью медного термометра сопротивления величиной около 70 *ом* при 20° С, подклеенного к днищу кюветы. Термометр сопротивления является плечом обычной мостовой схемы *III*, с диагонали которой напряжение подается на вход самопишущего потенциометра. Изменяя ток питания моста, можно менять масштаб записи термограммы. При чувствительности самопишущего потенциометра порядка 10 *мв* на всю шкалу и равенстве всех плеч моста нелинейность записи температуры оказывается меньше 1%, что не выходит за пределы погрешности опыта [4]. Таким образом, показания самопишущего потенциометра оказываются практически пропорциональными температуре образца.

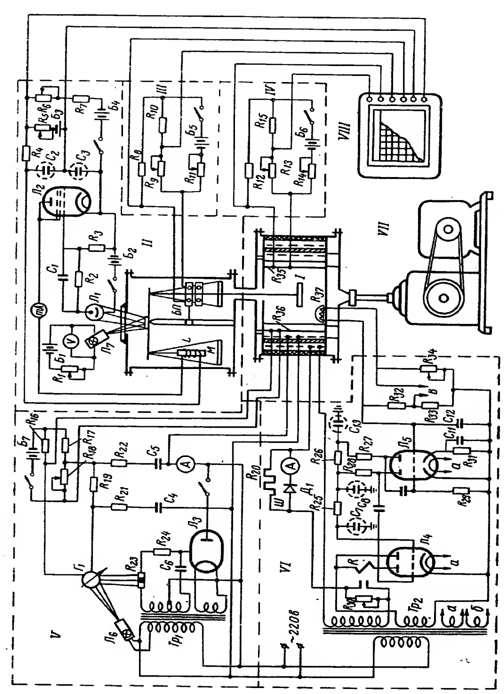


Рис. 1. Схема установки

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

Постоянство температуры воздуха в термостате поддерживается с помощью двух независимых регуляторов. Регулирование температуры воздуха в термостате осуществлялось с помощью релейного регулятора *VI* с термистором R_{37}. Более строгое термостатирование вблизи кюветы с исследуемым образцом, находящейся в охранном сосуде термостата, осуществляется с точностью до сотых долей градуса с помощью фототиратронного пропорционального регулятора *V*, подключенного к нагревателю, расположенному в охранном сосуде. Датчиком температуры для этого регулятора служит термометр сопротивления R_{36}.

Температура воздуха в охранном сосуде термостата непрерывно измеряется дополнительным медным термометром сопротивления R_{35}, включенным в несбалансированную мостовую схему *IV*, и записывается в виде контрольной кривой на ленте того же самопишущего потенциометра. Для поглощения влаги, удаляемой при сушке, на дне охранного сосуда устанавливается водопоглотитель.

Типичным капиллярнопористым телом с развитой тонкой пористой структурой в наших опытах служил силикагель КСМ. Капиллярнопористые коллоидные тела с нежесткой пористой структурой были представлены пыжевским бентонитом. В качестве типичного коллоидного тела была выбрана желатина, а примером термолабильного дисперсного тела служил картофельный нативный крахмал, структура и физические свойства которого изменяются при нагревании (в водной среде) выше 40° С. Дифференциальные водоудерживающие свойства всех взятых образцов достаточно подробно изучены с помощью различных физико-химических методов [5, 6], что дает возможность проверить достоверность результатов термографического анализа.

Опыты по записи термограмм сушки и соответствующих им кривых веса проводились при температуре воздуха термостата 30° С и давлении воздуха около 0,53 $н/см^2$. Для сравнения были записаны также термограммы и кривые веса при температуре воздуха 110° С и атмосферном давлении, т. е. в условиях, при которых обычно проводится исследование образцов по методу термограмм сушки (рис. 2).

Из сравнения термограмм сушки силикагеля КСМ (см. рис. 2, *а* и *б*) видно, что форма термограммы, характерная для данного типа дисперсного тела, и количество точек перегиба на ней не изменяются при изменении температуры и давления воздуха в сравнительно широких пределах. Точно так же сохраняется при изменении давления и температуры и форма термограммы пыжевского бентонита (рис. 2, *в* и *г*), хотя термограмма пыжевского бентонита по виду существенно отличается от термограммы силикагеля. При этом понижение

давления воздуха (при одновременном понижении температуры) несколько больше увеличивает высоту термограммы (и соответственно скорость сушки) в области испарения слабо связанной влаги и меньше — в области испарения интенсивно связанной (адсорбированной) влаги.

Таким образом, из рис. 2 видно, что форма термограммы характеризует пористую структуру и гидрофильные свойства

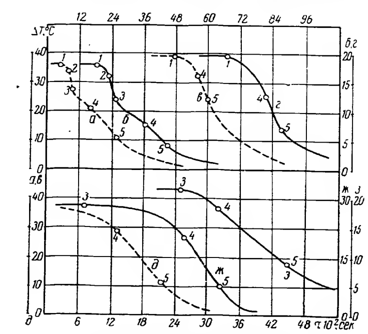


Рис. 2. Термограммы сушки:

а, *б* — силикагель КСМ; *в*, *г* — пыжевский бентонит; *д*, *ж* — желатина; *з* — крахмал при 110 и —30° С: *1*—*5* — точки перегиба кривой

дисперсных тел и сравнительно мало зависит от температуры и давления воздуха при сушке образца. В то же время понижение давления воздуха в термостате позволяет ускорить испарение влаги из тела настолько, что становится возможным проводить термографический анализ при комнатных температурах с высокой точностью.

Термограммы сушки желатины, записанные при температуре воздуха 110 и 30° С (рис. 2, *д* и *ж*), в своей начальной части существенно отличаются друг от друга. Это связано с тем, что при 20—30° С желатина представляет собой ограниченно набухающий гель [3], для которого характерна *s*-образная форма термограммы с горизонтальным начальным участком. При более высокой температуре желатина переходит в неограниченно набухающий гель (коллоидный раствор) [3], скорость испарения влаги из которого непрерывно умень-

шается по мере увеличения его концентрации. В соответствии с этим на термограмме, записанной при температуре воздуха 110° C (температура желатины при этом изменялась от 70 до 110° C), начальный горизонтальный участок отсутствует.

Термограмма сушки крахмала (рис. 2, *з*), имеющая характерный *s*-образный вид, была записана только при 30° C, так как при более высокой температуре в водном растворе крахмала происходят необратимые изменения (клейстеризация).

Путем проектирования критических точек термограмм на кривые веса были определены дифференциальные водоудерживающие свойства образцов. Эти данные собраны в таблице, где для сравнения приведены также данные, заимствованные из литературных источников [1, 5, 6]. Из таблицы видно,

Таблица

Дифференциальное влагосодержание, %

Материал и температурные условия, °C	Полная влагоемкость	Граница стыковой влаги песка	Количество гигроскопической влаги	Количество адсорбированной влаги	
				полное	монослой
Силикагель КСМ (песок)					
при $t = 110$	39,0	32,0	28,7	14,2	6,4
$t = 30$	41,6	28,7	25,0	13,0	7,9
		—	29,1*	14,5*	—
Пыжевский бентонит					
при $t = 110$	77,0	—	—	21,6	12,9
$t = 30$	86,5	—	—	21,0	11,0
	83,7*	—	—	19,8*	—
Картофельный нативный крахмал при $t = 30$	80,2	—	—	31,8	19,9
	—	—	68,7*	32,9*	—
Желатина при $t = 30$	627,0	—	—	42,6	26,0
	—	—	92,4*	37,9*	—

* Средние по литературным данным [1, 5, 6].

что количества влаги разных форм связи, определенные при 30° C в условиях пониженного давления воздуха, достаточно близки к данным, полученным при 110° C, и данным литературных источников. Небольшие расхождения связаны, повидимому, с погрешностью некоторых измерений, а также с зависимостью гидрофильности исследованных образцов от температуры.

Таким образом, кривые рис. 2, а также данные таблицы наглядно демонстрируют возможности предлагаемой установки по термографическому исследованию дисперсных тел в широком диапазоне температур, что особенно важно для термолабильных дисперсных тел, а также тел, свойства которых меняются с температурой.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Ф. Казанский. ДАН СССР, **130**, № 5, 1960.
2. М. Ф. Казанский. Сб. «Бентонитовые глины Украины», вып. 11, 1959.
3. С. М. Липатов. Физико-химия коллоидов. Госхимиздат, 1948.
4. А. М. Туричин. Электрические измерения неэлектрических величин. ГЭИ, 1959.
5. Ф. Д. Овчаренко. Гидрофильность глин и глинистых минералов. Изд. АН УССР, 1958.
6. В. М. Казанский. ДАН УССР, № 2, 1964.

М. В. ВЕНЕДИКТОВ, Н. М. РУДНЫЙ

МЕТОД И УСТРОЙСТВО ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАЛЫХ ВЛАГОСОДЕРЖАНИЙ В ПОРОШКООБРАЗНЫХ МАТЕРИАЛАХ

Производство многих продуктов современной химии и металлургии связано с использованием или получением порошкообразных материалов с влажностью порядка десятых и сотых долей процента.

Большое значение имеет контроль малой влажности в технологическом потоке, причем время контроля должно быть настолько малым, чтобы результат контроля мог быть использован для корректировки технологических процессов. Широко применяемые в настоящее время электрические методы измерения, химический метод К. Фишера и весовой метод оказываются практически непригодными для измерения очень малых влажностей: первый — из-за непостоянства электрических свойств воды при изменении формы ее связи с материалом, остальные — из-за длительности и сложности эксперимента.

Предлагаемый метод основан на микрокалориметрическом определении удельной энтальпии влажного материала в процессе десорбции и позволяет определять малые влагосодержания как в водорастворимых, так и в воднонерастворимых веществах за время, соизмеримое с временем протекания технологического процесса.

При физической адсорбции паров воды на воднонерастворимых и водорастворимых материалах образование монослоя сопровождается выделением теплоты, величина которой сравнима с теплотой конденсации:

$$dQ = (H_м + H')\,dM'. \tag{1}$$

Образование полислоев для воднонерастворимых адсорбентов сопровождается выделением меньшего количества теплоты, так как энергия связи молекул с удалением от поверхности адсорбента падает. Полимолекулярная адсорбция на водорастворимых адсорбентах приводит к возникновению насыщенного раствора. При этом выделяется (поглощается) теплота $q_р$, называемая теплотой растворения, знак которой

зависит от характера изменения растворимости c_0 вещества с температурой [1]:

$$q_р = kT^2 \frac{1}{c_0} \frac{\partial c_0}{\partial T}. \tag{2}$$

Выделяющаяся при адсорбции и растворении теплота равна изменению энтальпии влажного вещества:

$$dQ = d(E + pV) - (H_м \pm H_р + H')\,dM' - H_в\,dM_в. \tag{3}$$

Изменение температуры всего материала вследствие десорбции воздуха при вакуумировании может быть компенсировано специальным выбором схемы измерения. Рассчитанная таким образом энтальпия влажного материала

$$dQ = -\left(H_м \pm H_р + H' + H_в \frac{dM_в}{dH'}\right) dM' + d(E + pV) = -H_1 dM' + dH_2. \tag{4}$$

При десорбции теплота тоже будет характеризоваться изменением энтальпии, но знак теплоты будет противоположным.

Если тонкий слой влажного материала с температурой t_0 поместить в вакуум и подвергнуть десорбции, то вследствие испарения влаги внутри материала возникает некоторое распределение температур. Это аналогично случаю, когда внутри слоя имеет место переменный источник тепла мощностью $q_0 \frac{dW}{d\tau}$ [2].

Например, дана трехсоставная неограниченная пластина с начальной температурой $t_0 = 0$. Теплофизические коэффициенты центральной пластины λ_1, c_1, γ_1, боковых λ_2, c_2, γ_2. Внутри центральной пластины действует источник тепла мощностью $q_0 \frac{dW}{d\tau}$. Высота пластины значительно меньше ширины, и ею можно пренебречь. Выбирая начало координат в середине центральной пластины, дифференциальные уравнения теплопроводности, граничные и начальные условия для симметричной задачи будут иметь вид:

$$\frac{dt_1}{d\tau} = a_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} + \frac{q_0}{c_1 \gamma_1} \frac{dW}{d\tau}; \quad \frac{\partial t_2}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2};$$

$$t_1(x, 0) = t_2(x, 0) = 0; \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{\partial t_1(r, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial t_2(r, \tau)}{\partial x}; \tag{5}$$

$$\frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial x} = 0; \; t_1(r, \tau) = t_2(r, \tau); \; t_2(\infty, \tau) = 0.$$

Вначале положим, что $q_0 = \Delta H$ и не зависит от W. В самом общем виде $\frac{dW}{d\tau}$ может быть представлено рядом, значения коэффициентов которого определяются экспериментально:

$$\frac{dW}{d\tau} = W_0 \sum_{m=0}^{S} \alpha_m \tau^m. \tag{6}$$

Тогда дифференциальное уравнение теплопроводности будет иметь вид

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} + \frac{\Delta H W_0}{c_1 \gamma_1} \sum_{m=0}^{S} \alpha_m \tau^m. \tag{7}$$

Применяя операционный метод, получаем решение для распределения температур в центральной пластине:

$$t_1(x, \tau) = \frac{q_0 W_0}{c_1 \gamma_1} \tau \sum_{m=1}^{S} \frac{\alpha_{m-1}}{m} \tau^m - \frac{q_0 W_0}{c_1 \gamma_1} \frac{1}{1 + k_\varepsilon} \sum_{m=1}^{S} \sum_{n=1}^{\infty} (4\tau)^n (-h)^{n-1} \times$$

$$\times \left[i^{2m} \operatorname{erfc} \frac{(2n-1)\, r + x}{2\sqrt{a_1 \tau}} + i^{2m} \operatorname{erfc} \frac{(2n-1)\, r - x}{2\sqrt{a_1 \tau}} \right], \tag{8}$$

где

$$k_\varepsilon = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_1}} \text{ и } h = \frac{1 - k_\varepsilon}{1 + k_\varepsilon}.$$

Если в середину пластины поместить датчик температуры (термометр сопротивления), он будет измерять среднюю температуру. Изменение сопротивления датчика

$$\Delta R = R_0 \beta \left[t_1(r, \tau) - t_1(0, \tau) \right]. \tag{9}$$

После некоторых преобразований получаем

$$\Delta R(\tau) = R_0 \beta \frac{q_0 W_0}{c_1 \gamma_1} \left\{ \sum_{m=1}^{S} \tau^m \left(\frac{\alpha_{m-1}}{m} - \frac{1}{1 + k_\varepsilon} \frac{1}{2^{m-1} \Pi \left(\frac{m-1}{2} \right)} \right) + \right.$$

$$+ \sum_{m=1}^{S} \sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{(4\tau)^m}{1 + k_\varepsilon} (-h)^{n-1} \left[i^{2m} \operatorname{erfc} \frac{2n-1}{2} \frac{1}{\sqrt{F_0}} + \right.$$

$$\left. \left. - \frac{4\tau h - 1}{2} i^{2m} \operatorname{erfc} \frac{n}{\sqrt{F_0}} \right] \right\}. \tag{10}$$

Если датчик сопротивления включен в плечо моста сопротивлений, величина напряжения на выходе моста в квазиуравновешенном режиме

$$\Delta U(\tau) = \frac{E_{\text{и}}}{Z_{\text{об}}} R_0 \Delta R(\tau). \tag{11}$$

Для малых значений критерия Фурье ($F_0 < 0{,}25$) величиной двойной суммы можно пренебречь, тогда величина напряжения на выходе моста

$$\Delta U(\tau) = -\frac{E_{\text{и}} R_0^2}{Z_{\text{об}}} \beta \frac{2W_0}{c_1 \gamma_1} \times$$

$$\sum_{m=1}^{S} \tau^m \left(\frac{\alpha_{m-1}}{m} - \frac{1}{1 + k_\varepsilon} \frac{1}{2^{m-1} \Pi \left(\frac{m-1}{2} \right)} \right). \tag{12}$$

Таким образом, величина разбаланса моста является функцией времени; максимальное значение разбаланса

$$\Delta U_{\max} = -\frac{W_0 q_0}{c_1 \gamma_1} \Theta \sum_{m=1}^{s} \tau_{\max}^m A(\alpha_{m-1}), \tag{13}$$

где $\tau_{\max} = \text{const}$ определяется только законами массообмена при десорбции влаги в вакууме. Отсюда

$$\frac{\Delta U_{\max}}{W_0} = -c q_0 = c \Delta H. \tag{14}$$

Таким образом, можно получить определенную зависимость между величиной разбаланса моста сопротивлений, измеряющего среднюю температуру материала при десорбции в вакууме, и начальной влажностью материала. Если изменение удельной энтальпии в интервале влажностей от W_1 до W_2 постоянно, то эта зависимость будет линейной. Формула (14) легла в основу конструирования устройства для определения влажности порошковых материалов. Условия изобарно-изоэнтропического сопряжения сравнительно легко осуществляются при десорбции материала в вакууме. Неизменность внешнего давления достигается постоянством скорости откачки вакуумной камеры; отсутствие внешнего теплообмена обусловлено низкой теплопроводностью воздуха при давлениях порядка 10^{-3} *мм* рт. ст., а также специальным выбором материала и особенностями конструкции чувствительного элемента.

Устройство для определения малых влагосодержаний состоит из датчика (рис. 1) и вторичного прибора.

Чувствительный элемент представляет собой тонкостенную кювету из плексигласа высотой 4 *мм*. Дно кюветы заклеено тонкой (0,02 *мм*) алюминиевой фольгой, к которой подклеен термометр сопротивлений (медный провод диаметром 0,05 *мм*). Полная теплоемкость датчика на один порядок меньше теплоемкости влажного материала, вносимого в датчик. Это обеспечивает в первом приближении независимость результатов измерения от количества материала в датчике. Уменьшение теплового потока вдоль торцов кюветы достигнуто специальной проточкой.

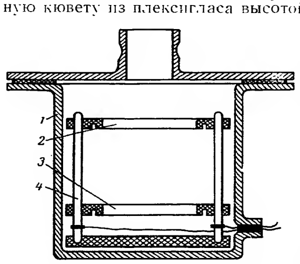


Рис. 1. Схема датчика влагосодержания:

1 — вакуумная камера; *2* — чувствительный элемент; *3* — компенсатор; *4* — держатель

Внутри вакуумной камеры помещались два одинаковых чувствительных элемента: в один из них (верхний) засыпался влажный материал, в другой (нижний) — сухой. Термометры сопротивления чувствительных элементов введены в соседние плечи измерительного моста. Такая дифференциальная система подключения чувствительных элементов разрешает исключить влияние десорбции воздуха, гранулометрического состава и наличия химических примесей.

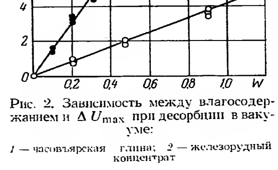


Рис. 2. Зависимость между влагосодержанием и ΔU_{max} при десорбции в вакууме:

1 — часовъярская глина; *2* — железорудный концентрат

Вторичный прибор представляет собой высокочувствительный мост постоянного тока. В качестве усилителя применен фотоэлектрический усилитель, индикатором равновесия моста служит полуавтоматический потенциометр.

Устройство использовалось для получения зависимости между ΔU_{max} и начальным влагосодержанием материала как для водонерастворимых, так и для водорастворимых веществ (рис. 2). В качестве водонерастворимых веществ брались часовъярская глина и железорудный концентрат Fe_3O_4.

Количество адсорбционно-связанной воды для часовъярской глины по измерениям различных авторов колеблется от 6,4 до 6,8% [3], поэтому тепловой эффект, измеренный нами и представленный на рис. 2, в интервале влажностей от 0 до 1,5% относился к мономолекулярной адсорбции. Линейный характер зависимости ΔU_{max} и W_0 подтверждает справедливость формулы $\Delta U_{max} = c \Delta H W_0$ и указывает на постоянство ΔH при образовании монослоя.

Количество адсорбционно-связанной воды для порошкообразного Fe_3O_4 из литературных данных неизвестно, поэтому оно было определено по изотермам адсорбции. Расчет показывает, что образование монослоя воды заканчивается при влагосодержаниях порядка 0,4—0,5%. Зависимость ΔU_{max} от влагосодержания для Fe_3O_4 в интервале влажностей от 0 до 0,35% линейна, что говорит о постоянстве ΔH; при больших влагосодержаниях идет образование полислоя, оно сопровождается убыванием удельной энтальпии.

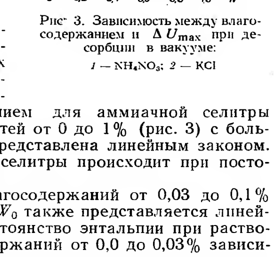


Рис. 3. Зависимость между влагосодержанием и ΔU_{max} при десорбции в вакууме:

1 — NH_4NO_3; *2* — KCl

Водорастворимые вещества при влагосодержаниях, превышающих несколько десятых процента, образуют насыщенный раствор. Зависимость между ΔU_{max} и влагосодержанием для аммиачной селитры NH_4NO_3 в интервале влажностей от 0 до 1% (рис. 3) с большой точностью может быть представлена линейным законом. Таким образом, растворение селитры происходит при постоянном ΔH.

Для KCl в интервале влагосодержаний от 0,03 до 0,1% зависимость между ΔU_{max} и W_0 также представляется линейным законом и выражает постоянство энтальпии при растворении. В интервале влагосодержаний от 0,0 до 0,03% зависимость ΔU_{max} от влагосодержания сложна и имеет хорошо выраженный минимум: эффект образования монослоя сопровождается выделением тепла. При возникновении полислоев воды в начале растворения знак теплового эффекта изменяется на

противоположный. В интервале влагосодержаний от 0,015 до 0,030% имеет место одновременное существование областей мономолекулярной адсорбции и областей насыщенного раствора, при этом ΔH меняется скачком. Подобный характер зависимости $\Delta U_{\max}$ от W для малых влагосодержаний был получен и на других материалах. Значения влагосодержаний в экстремальных точках как для водорастворимых, так и воднонерастворимых веществ дают возможность рассчитать величину удельной поверхности адсорбента. Экспериментально полученные зависимости между $\Delta U_{\max}$ и начальным влагосодержанием положены в основу метода определения малых возможностей. Описанное в работе влагомерное устройство прошло успешно лабораторные и промышленные испытания.

Обозначения

H' — энтальпия свободной воды; $H_м$ — энтальпия воды в монослое; $H_р$ — энтальпия раствора; $H_в$ — энтальпия сухого воздуха; dM' — изменение массы жидкости; $dM_в$ — изменение массы воздуха; W — влагосодержание; W_0 — начальное влагосодержание; q_0 — теплота, выделяющаяся при десорбции; $2r$ — ширина центральной пластины; m, n, s — индексы; R_0 — начальное сопротивление датчика температуры; β — температурный коэффициент сопротивления; U — напряжение на выходе измерителя сопротивления; $E_и$ — электродвижущая сила источника питания измерителя сопротивления; $Z_{об}$ — обобщенное сопротивление измерителя сопротивления; Θ, c, $A(\alpha_{m-1})$ — постоянные величины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. ГИТТЛ. 1951.
2. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. ГИТТЛ, 1951.
3. Ф. Д. Овчаренко. Гидрофильность глин и глинистых минералов. Изд. АН УССР, Киев, 1961.

П. П. ОЛОДОВСКИЙ

МЕТОД РАСЧЕТА МАКСИМАЛЬНОЙ АДСОРБЦИОННОЙ ВЛАГОЕМКОСТИ ПОЧВ И ГРУНТОВ

Известно, что в результате взаимодействий воды с поверхностью твердой фазы дисперсных систем часть воды адсорбируется на поверхности и приобретает отличные от свободной воды свойства.

Эта часть влаги связана силами притяжения, исходящими от поверхности почвенных частиц, обладающих электростатически ненасыщенными ионами, силами Ван-дер-Ваальса, а также силами притяжения между сорбированными и свободными молекулами воды.

При ориентации молекул воды у твердой поверхности происходит их более плотная упаковка, так что плотность связанной воды значительно выше, чем свободной.

А. Раковский и П. Полянский [5] определили плотность связанной воды крахмала исходя из предположения, что при сжатии системы крахмал + вода сжимается только вода. Плотность принималась для свободной воды 0,9991, а для крахмала 1,4362, плотность связанной воды вычислена от 1,23 до 2,45 *г/см*³.

Авторы полагали, что изменения свободной воды при переходе ее в связанную не являются чисто физическими, а представляют собой распад полигидролей и упорядоченное, возможно кристаллическое, распределение молекул воды в пространстве.

Ван-Лаар [7] подсчитал, что реакция $(H_2O)_2 \to 2H_2O$ сопровождается сжатием, равным 8,44 *см*³ на 18 *г*, увеличивающим плотность воды до 1,71 *г/см*³.

По подсчетам П. И. Андрианова [3] при диаметре молекул воды в $26{,}4 \cdot 10^{-9}$ *см* плотность одномолекулярного слоя равна 1,6 *г/см*³.

М. В. Чапек [6] для исследования плотности адсорбированной почвой воды воспользовался пикнометрическим методом. Полученные им данные для двух почв и послужили отправным пунктом излагаемого ниже расчета.

По данным М. В. Чапека нами была построена эмпирическая зависимость между усредненной плотностью всего объема связанной воды и ее количеством в виде

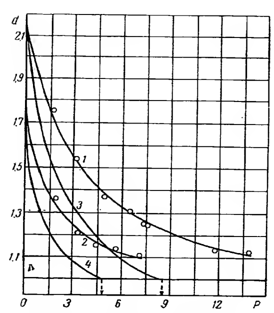
$$d_н = A\exp(-mP^n) + 1. \quad (1)$$

Для каменно-степного чернозема формула (1) принимает вид

$$d_н = 1{,}186\exp(-0{,}322P^{0{,}75}) + 1, \quad (2)$$

а для аллювиального суглинка (Московская область) —

$$d_н = 1 + 0{,}733 \times$$
$$\times\exp(-0{,}481P^{0{,}75}). \quad (3)$$



Зависимость плотности связанной воды от ее содержания P:

усредненная плотность адсорбированной воды $d = d_н$: 1 — каменно-степной чернозем [6], 2 — аллювиальный суглинок [6]; плотность прочно связанной воды $d = \frac{dP}{dV}$: 3 — каменно-степной чернозем, 4 — аллювиальный суглинок

На рисунке представлены указанные зависимости (1) и опытные данные М. В. Чапека. Отклонение экспериментальных точек не превышало $\pm 1{,}5\%$.

Объем адсорбированной влаги находим из соотношения

$$V = \frac{P}{d_н} = \frac{P}{A\exp(-mP^n) + 1}.$$

Продифференцировав обе части уравнения, получим

$$dV = \frac{\exp(mP^n)[A + AmnP^n + \exp(mP^n)]}{[A + \exp(mP^n)]^2}\, dP$$

или

$$\frac{dP}{dV} = \frac{[A + \exp(mP^n)]^2}{\exp(mP^n)[A + AmnP^n + \exp(mP^n)]}. \quad (4)$$

Формула (4) указывает на зависимость плотности прочно связанной воды (dP/dV) в предельно малом ее объеме от количества адсорбированной воды (P), предшествующего образованию объема dV; зависимость справедлива только для диффузного слоя связанной воды.

Положив в уравнении (4) значение $dP/dV = 1$ *г/см*³, получим выражение для соответствующей максимальной адсорбционной влагоемкости, являющейся границей, отделяющей прочно связанную воду от рыхло связанной:

$$A = \exp(mP_м^n)(mnP_м^n - 1). \quad (5)$$

Отсюда найдем, что для каменно-степного чернозема $P_м = 8{,}7\%$, а для аллювиального суглинка $P_м = 4{,}7\%$.

В настоящее время отсутствуют какие-либо данные измерений плотности в предельно малом объеме адсорбированной воды для почв и грунтов.

По этой причине полученные нами кривые требуют в дальнейшем экспериментального подтверждения. Косвенным подтверждением надежности зависимостей является их удовлетворительное совпадение с результатами А. А. Роде и С. И. Долгова. Максимальная адсорбционная влагоемкость каменно-степного чернозема по подсчетам А. А. Роде [2] составила 7,5%, а по данным С. И. Долгова [1], пользовавшегося методом нерастворяющего объема с применением сахарных растворов различных концентраций, эта величина колебалась между 8,16 и 11%.

Усредненную плотность адсорбированной воды в зависимости от ее содержания в различных почвах и грунтах можно определять по следующей методике.

Пикнометры с навесками почвы помещаются в сушильный шкаф, обезвоживаются при температуре 379—378° К и давлении паровоздушной смеси 1400—1450 *н/м*².

После окончания процесса сушки пикнометры заполняются неадсорбирующей жидкостью (толуол, бензол). Защемленный воздух из пор навесок удаляется вакуум-насосом. Удельный вес абсолютно сухой почвы измеряется по формуле

$$d_0'' = P_1[V_1 - P_2d_0^{-1}]^{-1}.$$

Высушенные навески в пикнометрах увлажняются до известного водосодержания по весу, наполняются неадсорбированной жидкостью, удаляется защемленный воздух из пор адсорбента и измеряется усредненная плотность адсорбированной воды следующим образом:

$$d_н = P\left[V_1 - \frac{P_1}{d_0''} - \frac{P_2'}{d_0}\right]^{-1}.$$

Обозначения

$d_н$ — усредненная плотность связанной воды; P — вес адсорбированной воды; V — объем адсорбированной воды; A, m, n —

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

коэффициенты, определяющиеся минералогическим и химическим составом почвогрунта; d_0'' — удельный вес абсолютно сухой почвы; P_1 — вес сухой навески; V_1 — объем пикнометра; P_2 — вес неадсорбированной жидкости; d_0 — плотность неадсорбированной жидкости; P_2' — вес неадсорбированной жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Роде. Почвенная влага. Изд. АН СССР, 1952.
2. А. А. Роде. Водный режим почв и его регулирование. Изд. АН СССР, 1963.
3. П. И. Андрианов. Связанная вода почв и грунтов. Труды Ин-та мерзлотоведения, т. III, 1946.
4. Б. В. Дерягин. Упругие свойства тонких слоев жидкости. ЖФХ, № 3, 1932.
5. А. И. Раковский и П. К. Полянский. Определение удельного веса порошкообразных веществ. ЖФХ, № 2, 1931.
6. М. В. Чапек. Сб. «Физика почв СССР». Сельхозгиз, 1936.
7. V. Laar. Zt. Phys. Ch., № 1, 1899.

В. М. КАЗАНСКИЙ

УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТА ИСПАРЕНИЯ ВЛАГИ ИЗ ГЛИНИСТЫХ МИНЕРАЛОВ

Глины, состоящие из различных минералов, широко применяются в народном хозяйстве. Они являются типичными коллоидными капиллярнопористыми телами, способными удерживать большие количества как адсорбированной и гигроскопической влаги, так и осмотически связанной воды. Поэтому определение удельной теплоты испарения влаги из различных глин представляет значительный научный и практический интерес.

В качестве объектов исследования были выбраны пыжевский бентонит, черкасский палыгорскит, часовъярская монотермитная глина и михаловецкий галлуазит (табл. 1).

Таблица 1

Характеристика исследованных глин по [1—5]

Образец	Дифференциальное влагосодержание, %			
	влага набухания	количество гигроскопической влаги	количество адсорбированной влаги: общее	количество адсорбированной влаги: монослой
Пыжевский бентонит	83,8	46,6	20,3	14,0
Черкасский палыгорскит	92,0	49,6	14,1	8,1
Часовъярская глина	51,4	15,0	7,0	3,5
Михаловецкий галлуазит	37,7	9,8	4,5	2,1

Из табл. 1 видно, что водоудерживающие свойства выбранных глин значительно отличаются.

Определение удельных теплот испарения влаги из глин (рис. 1) было проведено при температуре 61,5° С по методике [6].

У всех исследованных глин с начала сушки до максимального влагосодержания набухания происходит испарение избытка свободной воды. Затем до влагосодержания, близкого

к максимальному гигроскопическому, испаряются иммобилизованная вода и осмотически связанная влага. Удельная теплота испарения этой влаги в пределах погрешности опытов (около 1%) остается равной теплоте испарения свободной воды. Этот результат, полученный ранее для двух глин [7], а также для крахмала и желатины [8], хорошо согласуется с представлениями об энтропийном характере осмотической связи влаги [9]. От влагосодержания, близкого к максимальному гигроскопическому, удельная теплота испарения влаги начинает возрастать с уменьшением влагосодержания, что свидетельствует об изменении физического состояния системы: двухфазная система глина — вода переходит в трехфазную систему глина—вода—воздух. В этих условиях испарение влаги происходит с поверхности вогнутых менисков, кривизна которых непрерывно возрастает в связи с продолжающимся при сушке сжатием системы и уменьшением ее влагосодержания. Таким образом, участки кривых рис. 1, ограниченные вертикальными штриховыми линиями *2* и *3*, соответствуют испарению влаги из микрокапилляров пористой структуры глин.

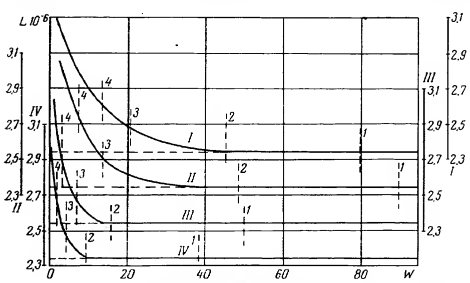


Рис. 1. Зависимость удельной теплоты испарения влаги L из глин от влагосодержания W, %:

I — пыжевский бентонит; *II* — черкасский палыгорскит; *III* — часовъярская глина, *IV* — михаловецкий галлуазит. Вертикальные штрихи — максимальные влагоемкости: *1* — намокания; *2* — гигроскопической влаги; *3* — адсорбированной влаги; *4* — адсорбированной влаги монослоя. Горизонтальные штрихи — теплота испарения свободной воды

В [10] показана возможность аналитического расчета удельной теплоты испарения влаги из капилляров хрупких гелей на основании данных об их пористой структуре. Для расчета удельной теплоты испарения влаги из глин, пористая структура которых изменяется при сушке и увлажнении, необходимо учесть не только изменение удельной поверхности жидкости в капиллярах и изменение давления пара и жидкости, как это было сделано в [10], но также и изменение давления твердой фазы глин в процессе испарения влаги.

С учетом изложенного изменение внутренней энергии dE системы при испарении dm_2 влаги:

$$dE = (u_1 - u_2)\,dm_2 + m_2\left(\frac{\partial u_2}{\partial p_2}\right)dp_2 + \sigma(1 - T\gamma)\,d\omega + m_3\left(\frac{\partial u_3}{\partial p_3}\right)dp_3. \qquad (1)$$

Соответственно удельная теплота испарения

$$L = u_2 - u_1 - m_2\left(\frac{\partial u_2}{\partial p_2}\right)\frac{dp_2}{dm_2} - \sigma(1 - T\gamma)\frac{d\omega}{dm_2} - m_3\left(\frac{\partial u_3}{\partial p_3}\right)\frac{dp_3}{dm_2}. \qquad (2)$$

Уравнение (2) отличается от соответствующего уравнения в [10] только наличием последнего члена, учитывающего изменение внутренней энергии твердой фазы с изменением давления, которое возникает в связи с сжатием эластичных капилляров коллоидного капиллярнопористого тела при сушке.

Чтобы привести (2) к удобному для расчетов виду, его необходимо преобразовать. Для этого нужно связать массу подвергаемой сжатию твердой фазы и давление ее с влагосодержанием и пористой структурой тела.

Коллоидное капиллярнопористое тело с поглощенной влагой при всех влагосодержаниях находится в механическом равновесии с окружающей средой. Это возможно только при условии, что давление растягивающих сил, действующих на жидкость со стороны вогнутых менисков, уравновешивается давлением, сжимающим твердую фазу тела, т. е.

$$p_3 = -p_2. \qquad (3)$$

Величина массы твердой фазы, подвергаемой сжатию, зависит от влагосодержания тела. В начале испарения, когда все микрокапилляры заполнены влагой, что соответствует полной влагоемкости гигроскопического состояния тела, сжатию подвергается вся твердая фаза тела. Затем в связи с углублением зоны испарения и уменьшением объема влаги количество сжимаемой твердой фазы уменьшается. В первом

приближении можно принять, что ее величина пропорциональна количеству поглощенной телом влаги, т. е.

$$m_3 = \frac{W}{W_г} m_0 . \qquad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (2), после ряда преобразований, изложенных в [10], получаем

$$L = L_0 - \frac{2v_2\sigma}{r}\left(T\alpha_2 + \frac{2\sigma\beta_2}{r}\right) +$$

$$+ \left(T\alpha_2 + \frac{2\sigma\beta_2}{r}\right)\frac{2v_2\sigma(W - W_м)}{r^2}\frac{dr}{dW} +$$

$$+ (1 - T\gamma)\frac{2v_2\sigma}{r} - \left(T\alpha_3 + \frac{2\sigma\beta_3}{r}\right) \times$$

$$\times \frac{2v_3\sigma(W - W_м)}{W_г r^2}\frac{dr}{dW} = L_0 - \Delta_1 L + \Delta_2 L + \Delta_3 L + \Delta_4 L. \qquad (5)$$

Первое слагаемое L_0 представляет собой теплоту испарения свободной воды; четвертое выражает прирост удельной теплоты испарения, вызванный увеличением удельной поверхности жидкости в капиллярах; второе и третье слагаемые представляют собой часть удельной теплоты испарения, которая зависит от изменения давления жидкости и пара в капиллярах. И, наконец, последнее выражает прирост удельной теплоты испарения, вызванный сжатием твердой фазы тела с изменением его влагосодержания. Таким образом, формула (5) отличается от соответствующей формулы в [10] для хрупких гелей наличием последнего члена, учитывающего деформацию пористой структуры коллоидных капиллярнопористых тел в процессе их сушки.

По (5) была рассчитана удельная теплота испарения влаги из эластичных капилляров исследованных глин при разных влагосодержаниях их. Все величины, характеризующие свойства воды и твердой фазы глин, были взяты из [11, 12]. Радиусы кривизны менисков влаги, характеризующие меняющуюся в процессе сушки пористую структуру глин, находились по изотермам десорбции паров воды с помощью формулы Томсона. Изотермы десорбции были заимствованы из [2, 3]. Результаты расчетов представлены на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что рассчитанные и измеренные величины удельной теплоты испарения влаги достаточно хорошо совпадают между собой.

Прирост удельной теплоты испарения влаги (табл. 2) определяется в основном увеличением удельной поверхности жидкости в капиллярах (четвертое слагаемое (5)). Прирост теплоты испарения, связанный с изменением давления жидкости и пара (второе и третье слагаемые), пропорционален скорости изменения радиусов кривизны менисков влаги с влагосодержанием d_2/dW и обратно пропорционален квадрату ра-

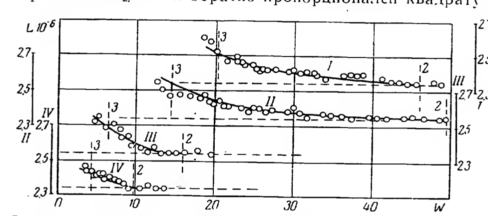


Рис. 2. Зависимость удельной теплоты испарения влаги L из микрокапилляров глин от влагосодержания W, % (штриховые линии — экспериментальные данные; сплошные — рассчитанные значения). Обозначения те же, что и на рис. 1

диуса кривизны менисков влаги. В начале испарения влаги из микрокапилляров величина $1/r^2$ мала, вследствие чего мал и соответствующий прирост удельной теплоты испарения. При уменьшении влагосодержания $1/r^2$ возрастает, но одновременно уменьшаются dr/dW и количество влаги, подвергаемой растяжению. Поэтому соответствующий прирост теплоты испарения

Таблица 2

Удельная теплота испарения (10^{-3} *дж/кг*) влаги из микрокапилляров черкасского палыгорскита (5)

W, %	$r \cdot 10^{10}$, м	$\frac{dr}{dW} \cdot 10^8$, м	$\Delta_1 L$	$\Delta_3 L$	$\Delta_4 L$	$\sum_{1,3,4} \Delta L$
40	530,0	46,8	3	6	0	9
35	184,0	21,0	4	17	0	21
30	104,0	11,0	4	30	1	35
28	85,0	9,0	5	36	1	42
26	67,0	7,2	5	46	1	52
24	55,0	5,8	5	57	1	63
22	46,5	5,2	6	67	2	75
20	36,7	4,2	7	85	3	95
18	29,0	4,2	9	109	4	122
16	20,8	3,8	10	150	5	165
14	14,6	3,0	15	213	7	235

на всем интервале влагосодержаний остается малым по сравнению с приростом, определяемым четвертым слагаемым. Величина пятого слагаемого, характеризующего теплоту, затрачиваемую на деформацию твердой фазы тела, еще меньше.

Для других исследованных (рис. 3) глин соотношение между отдельными членами формулы (5) носит такой же характер. Оно, как и результирующая монотонная кривая зависимости теплоты испарения от влагосодержания, является типичным для разнороднопористых тел, к числу которых относятся и глины [2].

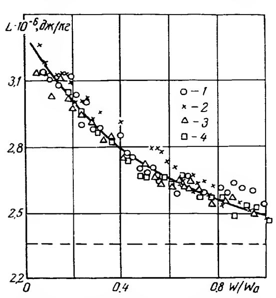


Рис. 3. Зависимость удельной теплоты испарения адсорбированной влаги L от относительного влагосодержания W/W_a:

1 — пыжевский бентонит; 2 — черкасский палыгорскит; 3 — часовъярская глина; 4 — михаловецкий галлуазит. Горизонтальные штрихи — теплота испарения свободной воды

Из рис. 3 видно, что экспериментальные точки для всех глин достаточно хорошо ложатся на одну кривую. Несколько худшее совпадение данных для черкасского палыгорскита, по-видимому, связано с наличием в его структуре цеолитной влаги [13], испарение которой требует дополнительной затраты тепла.

Следует отметить, что такое совпадение кривых дает возможность приближенно рассчитать удельную теплоту испарения адсорбированной влаги для других глин. Для этого необходилимо лишь знать максимальное количество адсорбированной влаги, поглощаемое глиной (ее гидрофильность).

Обозначения

L — удельная теплота испарения влаги; L_0 — удельная теплота испарения свободной воды; u — удельная внутренняя энергия; m_2 — масса жидкости; m_3 — масса твердой фазы тела, подвергаемой сжатию; m_0 — полная масса твердой фазы тела; p — давление; σ — поверхностное натяжение; ω — поверхность жидкости; T — абсолютная температура; α — температурный коэффициент расширения; β — изотермическая сжимаемость; γ — температурный коэффициент поверхностного натяжения;

v — удельный объем; r — радиус кривизны менисков влаги; W — влагосодержание; $W_м$ — максимальное количество адсорбированной влаги монослоя; $W_г$ — максимальное количество гигроскопической влаги тела.

Индексы: *1* относится к пару; 2 — к жидкости; *3* — к твердой фазе тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Ф. Казанский. ДАН СССР, **130**, 1059, 1960.
2. Ф. Д. Овчаренко. Гидрофильность глин и глинистых минералов. Изд. АН УССР, 1961.
3. А. А. Панасевич. Влияние обменных ионов на гидрофильность палыгорскита и галлуазита. Автореферат диссертации. Киев, 1963.
4. М. Ф. Казанский. Коллоидн. журн., **21**, 577, 1959.
5. В. Б. Черногоренко. ИФЖ, **3**, № 6, 17, 1960.
6. В. М. Казанский. ИФЖ, **4**, № 8, 36, 1961.
7. В. М. Казанский. ДАН СССР, **146**, 860, 1962.
8. В. М. Казанский. ДАН УССР, № 2, 226, 1964.
9. П. А. Ребиндер. Доклад на Всесоюзном совещании по интенсификации сушки. Профиздат, 1958.
10. В. М. Казанский. ИФЖ, **6**, № 11, 56, 1963.
11. Д. Кэй, Т. Лэби. Справочник физика-экспериментатора. ИЛ, 1949.
12. Теплофизические свойства веществ. Справочник. ГЭИ, 1956.
13. Ф. Д. Овчаренко и др. Коллоидная химия палыгорскита. Изд. АН УССР, 1963.

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

В. Д. ДУНСКИЙ, А. И. ТАМАРИН

О ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ЗАСЫПКИ ДИСПЕРСНОГО МАТЕРИАЛА В ВАКУУМЕ

В последние годы внимание исследователей привлекают теплоизоляционные засыпки из мелкодисперсных материалов под вакуумом. Накоплено большое количество экспериментальных данных [1—3] и предложены приближенные зависимости для расчета теплопроводности засыпки порошкообразных материалов под вакуумом [4]. Последние справедливы для диапазона давлений, когда большая часть теплового потока переносится газом.

В работе рассматриваются теплоизоляционные свойства засыпки при достаточно глубоком вакууме, когда молекулярная теплопроводность газа невелика [5] и ею можно пренебречь. В этом случае теплопроводность засыпки будет определяться только двумя факторами: теплопроводностью «скелета», образуемого мелкодисперсными частицами, и лучистым переносом тепла.

С целью анализа сложного явления переноса тепла теплопроводностью через «скелет» частиц рассмотрим идеализированную модель. Вертикальная засыпка состоит из абсолютно гладких упругих шариков одинакового размера, находящихся между параллельными поверхностями. Толщина засыпки значительно меньше ее высоты и длины, и тепловой поток стационарен.

Вследствие относительно высокой теплопроводности твердых частиц основное термическое сопротивление сосредоточено в местах контактов и определяется площадью соприкосновения отдельных частиц. Площадь контакта двух сферических гладких частиц зависит от силы давления и имеет форму круга радиусом [6]

$$a = 0{,}725\sqrt[3]{\eta P r}, \qquad \eta = \frac{2(1-\mu^2)}{E}. \tag{1}$$

Очевидно, в случае реальных сферических частиц, поверхность которых является шероховатой, площадь соприкосновения двух частиц будет также зависеть от характера шероховатости.

В засыпке горизонтальная составляющая силы давления, отнесенная к единице вертикальной плоскости [7]:

$$p = \frac{R_э \gamma}{f_1}\left[1 - \exp\left(-\frac{n' h f_1}{R_э}\right)\right]. \tag{2}$$

При соотношении толщины засыпки из стеклянных шариков, например, к высоте, равном 0,1, вторым слагаемым в квадратных скобках можно пренебречь. После подстановки значения $R_э = l/2$ (для тонких засыпок) получим

$$p = l\gamma/2f_1. \tag{3}$$

Вносимая этим погрешность не превышает 10%. Для засыпок высотой более 10 l, которые обычно имеют место, погрешность будет меньшей. Если для засыпки применены материалы, характеризуемые такими значениями f_1 и n', что вторым членом в квадратных скобках пренебрегать нельзя, то при вычислении среднего давления частиц друг на друга следует использовать (2).

Количество частиц, приходящихся на единицу вертикальной плоскости, равно $1/br^2$. Коэффициент b зависит от характера укладки частиц. В реальных засыпках его величина будет в интервале значений 4 (кубическая укладка) и $2\sqrt{3}$ (наиболее плотная, октаэдрическая укладка).

Разделив (3) на число частиц, определим силу прижатия отдельной частицы к соседней в горизонтальном направлении:

$$P = l\gamma br^2/2f_1. \tag{4}$$

Теперь из (4) и (1) определим радиус пятна касания частиц между собой

$$a = 0{,}725\, r\sqrt[3]{\frac{l\gamma b\eta}{2f_1}} = 0{,}575\, r\sqrt[3]{\frac{l\gamma b\eta}{f_1}}. \tag{5}$$

На рис. 1 даны две соприкасающиеся между собой частицы и нанесены изотермические поверхности. Последние представляют собой концентрические сферы радиуса r_1. Заметный градиент температур наблюдается только вблизи места контакта частиц. Уже на расстоянии 10 a градиент температур практически отсутствует [8]. Это дает возможность заменить частицы двумя полуограниченными телами и рассмотреть стационарный поток тепла через такую систему.

Поток тепла через изотермическую сферическую поверхность в пределах одной частицы

$$q = \lambda \frac{dT}{dr_1} 2\pi r_1^2 \tag{6}$$

и

$$\frac{dT}{q} = dR = \frac{dr_1}{r_1^2} \frac{1}{2\pi\lambda}. \tag{7}$$

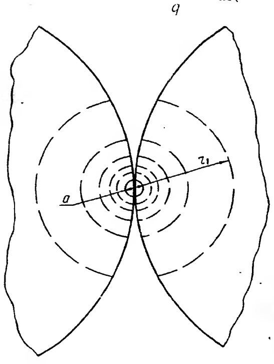


Рис. 1. Схема теплового контакта

В пределах одной частицы изменение температуры невелико, поэтому можно принять, что теплопроводность последней постоянна. Тогда полное термическое сопротивление частицы в точке контакта

$$R = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_a^\infty \frac{dr_1}{r_1^2} = \frac{1}{2\pi a \lambda}. \tag{8}$$

Для определения полного термического сопротивления засыпки заданной толщины необходимо просуммировать термические сопротивления всех точек контакта в объеме засыпки. Следовательно, термическое сопротивление засыпки, отнесенное к 1 $м^2$ площади:

$$\sum_1^N \sum_1^n R\lambda = \frac{1}{2\pi a} br^2 \frac{l}{r}. \tag{9}$$

где $N = 1/br^2$ — число контактов в 1 $м^2$ вертикальной поверхности; $n = l/r$ — количество контактов по горизонтали (удвоенное число рядов частиц).

Подставляя значение a из уравнения (5), окончательно находим тепловой поток через теплоизоляцию, обусловленный контактной проводимостью засыпки:

$$q_{к.з} = 1{,}15\, \pi\lambda_{ср} \sqrt[3]{\frac{\gamma\gamma_l}{f_1 l^2 b^2}}\, \Delta T. \tag{10}$$

Из (10) следует, что тепловой поток через засыпку гладких сферических частиц (их контакты) определяется физическими параметрами материала, порозностью и геометрическими размерами засыпки и не зависит от размера частиц.

Лучистый теплообмен в слое дисперсного материала может быть вычислен, если рассматривать засыпку как систему вертикальных экранов. Количество экранов равно $2l/br$. Доля площади вертикальной плоскости, экранируемой отдельными частицами (экраном), составит π/b. Отсюда удельный радиационный тепловой поток через вертикальную засыпку

$$q_{л.з} = \frac{b^2 \varepsilon_п C_0 r \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]}{2\pi l}. \tag{11}$$

Соотношение лучистого и контактного теплообмена в засыпке может быть представлено зависимостью

$$\beta = \frac{q_{л.з} + q_{к.з}}{q_{к.з}} = 1 + \frac{b^2 \varepsilon_п C_0 r}{2{,}3\pi^2 \sqrt[3]{\frac{\gamma\gamma_l l}{f_1 b^2}}} A, \tag{12}$$

где

$$A = \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{(T_1 - T_2)\lambda_{ср}} = \frac{(4T_{ср}^2 + \Delta T^2) T_{ср}}{10^8 \lambda_{ср}}. \tag{13}$$

Уравнение (12) представлено графически на рис. 2 для засыпки толщиной 20 *мм* из стеклянных шариков. В правой части рисунка приведена зависимость комплекса A от средней температуры засыпки при нескольких значениях температурной разности между стенками засыпки. Крайняя верхняя ветвь кривой соответствует условию, что разность температур максимальна: $\Delta T = 2T_{ср}$. Нижняя ветвь кривой отражает второй предельный случай, когда разность температур невелика: $T_{ср} < 100°$ К. Построенный слева график дает представление о соотношении радиационной и контактной теплопроводности в рассматриваемой системе в зависимости от радиуса частиц и величины комплекса A.

Из рис. 2 видно, что в области низких значений $T_{ср}$ (до 200° К) теплообмен в основном определяется контактной проводимостью $\beta < 2$ и уменьшение размера частиц, начиная от $r = 0{,}1$ *мм*, на суммарном теплообмене практически не сказывается. Так, например, при $T_{ср} = 200°$ К и $\Delta T = 100°$ К, уменьшении размера частиц от $r = 0{,}2$ *мм* до $r = 0{,}01$ *мм* суммарный тепловой поток уменьшится от 1,1 до 1,01, т. е. в 1,09 раза, а при $T_{ср} = 500°$ К и $\Delta T = 100°$ К такое же уменьшение размера частиц приведет к уменьшению суммарного теплового потока в 2,41 раза.

Приведенный пример показывает, что снижение размера частиц и переход к очень мелким порошкам дает возможность значительно улучшить качество теплоизоляции в области высоких температур ($T_{ср} > 400°$ K). Это объясняется тем, что основной перенос тепла в системе осуществляется радиацией и уменьшение размера частиц вызывает рост числа экранов, приводя к снижению общего теплового потока.

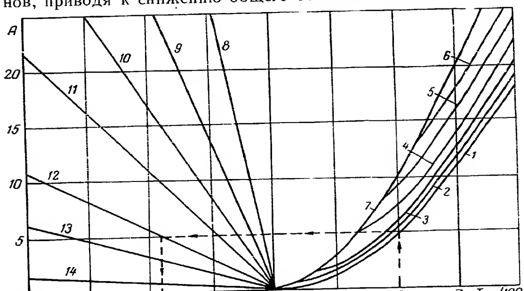


Рис. 2. Зависимость (12) доли лучистой составляющей переноса тепла в засыпке от T_1 и T_2. Материал засыпки — стеклянные шарики ($\lambda = 0{,}425 + 0{,}0012 \cdot T$ *вт/м°К*; $\gamma = 24500$ *н/м*^{3}; $\mu = 0{,}25$; $E = 5{,}49 \cdot 10^{10}$ *н/м*^{2}; $\varepsilon = 0{,}93$; $f_1 = 0{,}3$). Расстояние между стенками $l = 0{,}02$ *м*:

1—6 — $\Delta T = 100$; 300; 500; 700; 900; 1100° K; *7* — $\Delta T = 2T_{ср}$; *8 — 14* — $r = 0{,}01$; 0,02; 0,03; 0,05; 0,1; 0,2; 1 *мм*

В области низких температур радиационный поток тепла через засыпку относительно невелик по сравнению с контактным переносом. Последний от размера частиц не зависит, что видно из уравнения (10). Поэтому переход к более мелким порошкам и увеличение числа экранов (рядов частиц) мало изменит теплопроводность изоляционной засыпки под вакуумом.

Это подтверждается экспериментами. Теплопроводность засыпки из стеклянных шариков в диапазоне давлений от 13 до 1,3 *н/м*^{2} и средней температуры около 300° K оставалась почти одинаковой при изменении размера частиц от $r = 14$ *мк* до $r = 230$ *мк* [3].

Представляет также интерес определение условий, при которых засыпки не дают преимуществ по сравнению с вакуумной изоляцией без засыпки. Что касается лучистой составляющей теплообмена, то она при наличии засыпки всегда меньше, чем при отсутствии засыпки (экранов). Поскольку контактная проводимость при низких средних температурах превышает лучистую, то, очевидно, можно ограничиться сравнением при низких температурах контактной проводимости и лучистого теплообмена без засыпки.

Соотношение между тепловым потоком при отсутствии засыпки и контактной проводимостью засыпки может быть представлено в следующем виде:

$$\beta' = \frac{q_л}{q_{к.з}} =$$

$$= \frac{\varepsilon_п C_0 l^{2/3}}{1{,}15\pi} \left(\frac{\gamma \eta_l}{f_1 b^2}\right)^{-\frac{1}{3}} A. \quad (14)$$

Как видно из уравнения (14), отношение $q_л/q_{к.з}$ в основном зависит от толщины теплоизоляции (l) и температурного уровня (комплекса A). Формула (14) в области невысоких температур для засыпки из стеклянных шариков представлена на рис. 3, где одновременно показана и зависимость (13).

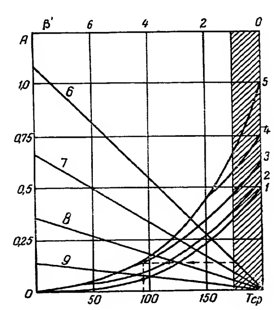


Рис. 3. Сравнение лучистого теплообмена между поверхностями (без засыпки) и контактного теплопереноса в слое засыпки (14). Материал стенок — сталь ($\varepsilon_п = 0{,}66$). Характеристика материала засыпки та же, что и на рис. 2:

1 — 4 — $\Delta T = 10$; 100; 200, 300° K; *5* — $\Delta T = 2T_{ср}$; *6 — 9* — $l = 10$; 20; 50; 100 *мм*

Из рисунка видно, что при данном значении комплекса A с увеличением толщины изоляции отношение тепловых потоков $q_л/q_{к.з}$ возрастает. Вертикальная линия соответствует условию $q_{к.з} = q_л$. Справа от нее лежит заштрихованная область, где обычная вакуумная теплоизоляция более эффективна, чем засыпка. Слева находится участок, в котором $q_л > q_{к.з}$ и применение теплоизоляционной засыпки под вакуумом целесообразно. Даже для очень тонких засыпок (толщиною 10 *мм*) уже при величине комплекса A выше 0,14 ($T_{ср} > 94°$ K) контактный теплоперенос через засыпку меньше радиационного потока тепла через вакуумную теплоизоляцию. При A, равном 0,4 ($T_{ср} = 148°$ K), контактный поток тепла через засыпку толщиной 10 *мм* почти в 3 раза меньше, чем теплопотери через обычную вакуумную теплоизоляцию без засыпки, а при $l = 20$ *мм* $q_л = 4{,}8\ q_{к.з}$.

Приведенный пример показывает, что при низких температурах ($T_{ср} < 100°$ K) применение теплоизоляционной засыпки под вакуумом нецелесообразно. В диапазоне температур $100 < T_{ср} < 200°$ K можно рекомендовать засыпки из относительно крупных частиц и применение мелких частиц не оправдано. Для области повышенных температур ($T_{ср} > 200°$ K) применение засыпки из мелкодисперсных материалов под вакуумом весьма перспективно и дает возможность создать высокоэффективную теплоизоляцию.

Обозначения

a — радиус пятна касания сферических частиц; μ — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга; p — давление частиц в вертикальной плоскости; $R_э$ — эквивалентный радиус полости засыпки; γ — удельный вес материала засыпки; f — коэффициент внутреннего трения; h — высота засыпки; l — толщина засыпки; P — сила прижатия отдельной частицы к соседней; r — радиус частиц засыпки; q — тепловой поток; T — температура; r_1 — радиус изотермических поверхностей внутри частиц; R — термическое сопротивление; λ — коэффициент теплопроводности материала засыпки; $\lambda_{ср}$ — то же, при средней температуре теплоизоляции; ε — степень черноты материала засыпки; C_0 — коэффициент лучеиспускания абсолютно черного тела; $\Delta T = T_1 - T_2$ — перепад температур; $T_{ср} = 0{,}5\,(T_1 + T_2)$ — средняя температура засыпки; $q_{к.з}$ — тепловой поток, обязанный контактной проводимости; $q_{л.з}$ — тепловой поток, обязанный лучеиспусканию через засыпку; $q_л$ — лучистый тепловой поток; $\varepsilon_п$ — приведенная степень черноты стенок вакуумной полости; n' — коэффициент бокового давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Л. Мительман, Я. И. Панова. ИФЖ, № 4, 1963.
2. P. E. Glaser. International Developments in Heat Transfer, p. II, 1961.
3. Masamune Shinobu, I. M. Smith. Industr. and Engng. Chem. Fundament, 2, № 3, 1963.
4. В. М. Костылев. Теплофизика высоких температур, 2, № 1, 1964.
5. В. Д. Дунский. ИФЖ, № 2, 1964.
6. Расчеты на прочность в машиностроении, II. Машгиз, 1958.
7. К. В. Алферов, Р. Л. Зенков. Бункерные установки. Машгиз, 1955.
8. Ю. П. Шлыков, Е. А. Ганин. Контактный теплообмен. ГЭИ, 1963.

Г. Н. МОРОЗОВ

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ, ПОДЛЕЖАЩЕМ СУШКЕ С ПРОДУВКОЙ ГАЗА ЧЕРЕЗ СЛОЙ

В текстильной промышленности широкое применение получают процессы мокрой обработки и последующей сушки, в которых вода или воздух пронизывают неподвижный цилиндрический слой перекрещивающихся нитей. Геометрические размеры паковок с нитями выбираются исходя из требований основных технологических процессов (рис. 1).

Чтобы обеспечить близкие значения проницаемости одновременно обрабатываемых цилиндрических паковок, установлены узкие и трудно осуществимые пределы как для среднего объемного веса всего слоя, так и для отдельных прослоек. Но при этом совершенно упускается из виду тот факт, что паковки изготовляются с неодинаковым распределением материала в радиальном направлении, а это влечет за собой недопустимо большие колебания их проницаемости, неравномерность и значительное увеличение длительности сушки, весьма существенное снижение прочности и других качественных показателей нитей. В связи с этим практический интерес представляет выявление такого распределения материала в радиальном направлении, при котором сопротивление слоя на воздухе окажется наименьшим и различия проницаемости паковок из-за неизбежных погрешностей при выполнении их — минимальными.

Нити состоят из отдельных волокон, между которыми остаются видимые при небольшом увеличении зазоры, а ворсистая поверхность создает многочисленные пересечения свободных каналов между нитями. Все это приводит к тому, что воздух омывает не только нити, но и отдельные волокна, составляющие нить. Волокна имеют ничтожно малое поперечное сечение и весьма развитую поверхность соприкосновения с движущейся средой; процесс сушки при таких условиях протекает с высокой интенсивностью.

Опыты по сушке текстильных материалов с продувкой газа через слой [1] показали, что процессы тепло- и массообмена с изменением влагосодержания и температуры материала на-

блюдаются лишь в весьма тонкой прослойке, не превышающей 7% от толщины продуваемого слоя. До этой прослойки воздух и материал характеризуются температурой T_1, после прослойки—T_2. Процесс сушки нитей лимитируется процессами тепло- и массообмена между влажным материалом и газообразной средой, которые определяются воздухопроницаемостью слоя.

В опытах автора по продувке холодного воздуха через слой перекрещивающихся нитей установлено, что линейная зависимость между скоростью фильтрации и сопротивлением слоя сохраняется в более широких пределах (Re=1,2—6,0 по скорости фильтрации), чем это требуется для практических целей.

С учетом изложенного можно воспользоваться законом Дарси для установившегося двумерного радиального течения несжимаемой жидкости через слой

$$dp = -\frac{\mu V}{2\pi K h}\,\frac{dr}{r}. \qquad (1)$$

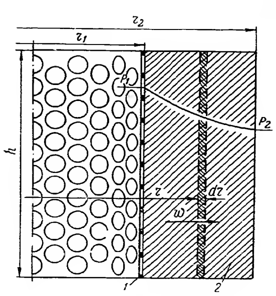


Рис. 1. Схема цилиндрической пористой паковки:

1 — перфорированный патрон; 2 — пористый слой; r_1—внутренний радиус паковки, 45 *мм*; r_2 — наружный, 90 *мм*; h — высота паковки, 145 *мм*; W — скорость фильтрации

При изотермической продувке параметры воздуха в слое не меняются. В случае сушки слой считается состоящим из одного или двух прослоек с постоянными параметрами воздуха в пределах каждой прослойки. В результате решения (1) при постоянном значении K получается общеизвестное уравнение (17), которое было использовано для опытного определения коэффициентов проницаемости сухого слоя. При этом цилиндрический слой продувался холодным воздухом и замерялись геометрические размеры и вес прослоек, а также перепад давления в прослойках. В опытах применялись текстильные материалы различных переплетений и нити с перекрестным расположением в слое. Плотность паковок менялась подбором материала и изменением натяжения при наматывании. Опытная зависимость коэффициента проницаемости от пористости слоя

$$\lg K = (\lg a)\, m_v - (11 + \lg c). \qquad (2)$$

где

$$m_v = 1 - \frac{\delta}{\gamma}. \qquad (2a)$$

Из-за особенностей строения слоя текстильных нитей коэффициенты проницаемости оказались более низкими, чем у гладких нитей (2), и наблюдалось необычно резкое снижение величины K с уменьшением пористости слоя m_v. Кроме того, при малом отношении радиусов r_2/r_1 (меньше 2) градиент давления меняется по радиусу весьма быстро и незначительное увеличение или уменьшение объемного веса внутренних прослоек существенно влияет на проницаемость всего слоя.

Чтобы выяснить, при каком распределении материала в радиальном направлении сопротивление паковки определенного веса и принятых геометрических размеров становится минимальным, необходимо поставленную задачу решать в виде степенной зависимости

$$10^{11} K = b r^n \qquad (3)$$

($n = \mathrm{const}$ для всех слоев принятой паковки; $b = \mathrm{const}$ при заданных весе и показателе степени n).

Из уравнений (2) и (3) имеем

$$m_v = \alpha' + \beta' \lg r, \qquad (4)$$

где

$$\alpha' = \frac{\lg b + \lg c}{\lg a}; \quad \beta' = \frac{n}{\lg a}.$$

Подставляя в (2*a*) значения величин из уравнения (4), имеем

$$\delta = \alpha + \beta \lg r, \qquad (5)$$

где

$$\alpha = (1 - \alpha')\,\gamma; \ \beta = -\gamma\beta'.$$

В рассматриваемой паковке $\alpha = \mathrm{const}$ и $\beta = \mathrm{const}$.

Выразим постоянную величину b в (3) через вес паковки и показатель степени n. Для этого найдем вес элементарного кольца dG (рис. 1):

$$dG = 2\pi r\, dr\, h\, \delta. \qquad (6)$$

Размер h для всех слоев принят одинаковым. Учитывая (5), получаем

$$dG = 2\pi h r (\alpha + \beta \lg r)\, dr. \qquad (7)$$

Интегрируя уравнение (7) от r_1 до r_2, получаем вес паковки

$$G = A\alpha + B\beta, \qquad (8)$$

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3

где

$$A = \pi h (r_2^2 - r_1^2); \; B = \frac{\pi h}{2{,}3}\left[r_2^2\left(\ln r_2 - \frac{1}{2}\right) - r_1^2\left(\ln r_1 - \frac{1}{2}\right)\right].$$

Подставляя в (8) вместо α и β их значения, получаем

$$b = \exp(8{,}54 - 1{,}93n - 6{,}24 \cdot 10^{-3} G). \tag{9}$$

В уравнении (1) заменяем величину K его значением из (3):

$$-dp = \frac{10^{11}\mu V}{2\pi hb}\,\frac{dr}{r^{n+1}}. \tag{10}$$

Граничными условиями являются:

$$\left.\begin{array}{l} \text{при } r = r_1 \; p = p_1 \\ \text{при } r = r_2 \; p = p_2 \end{array}\right\}. \tag{11}$$

Решая (10) и подставляя граничные условия (11), имеем

$$p_1 - p_2 = \Delta p = \frac{10^{11}\mu V}{2\pi hb}\,\frac{1}{n}\left[\frac{1}{r_1^n} - \frac{1}{r_2^n}\right]. \tag{12}$$

Учитывая (9), получаем

$$\Delta p = \frac{10^{11}\mu V}{2\pi h \exp(8{,}54 - 1{,}93n - 6{,}24\cdot 10^{-3}G)} \times$$

$$\times \frac{1}{n}\left[\frac{1}{r_1^n} - \frac{1}{r_2^n}\right]. \tag{13}$$

Для стабильного производства геометрические размеры паковок и их вес должны быть постоянными. При таких условиях (12) перепишем в следующем виде:

$$\Delta p = \frac{10^9}{2\pi h}\,\mu VR, \tag{14}$$

где

$$R = \frac{10^2}{bn}\left[\frac{1}{r_1^n} - \frac{1}{r_2^n}\right].$$

Первый сомножитель уравнения (14) является постоянной величиной, μV зависит от расхода воздуха и его вязкости, а R определяется распределением материала в радиальном направлении паковки (величиной n). При постоянных значениях μ и V сопротивление слоя оказывается пропорциональным величине R, которой можно характеризовать изме-

нение сопротивления паковки. Показатель степени n для всех слоев принятой паковки — величина постоянная; у других паковок она может быть иной, но также постоянной.

Найдем, при каком значении n сопротивление паковки определенного веса и принятых геометрических размеров оказывается минимальным:

$$\frac{\partial(\Delta p)}{\partial n} = \frac{1}{r_1^n}\left[1{,}93 - \frac{1}{n} - \ln r_1\right] -$$

$$- \frac{1}{r_2^n}\left[1{,}93 - \frac{1}{n} - \ln r_2\right] = 0. \tag{15}$$

Подставляя размеры паковки, имеем

$$2^n(0{,}43n - 1) + (0{,}27n + 1) = 0. \tag{16}$$

Кроме очевидного корня $n_1 = 0$*, уравнению (16) удовлетворяет второй корень $n_2 = -1{,}9$. На рис. 2 представлена за-

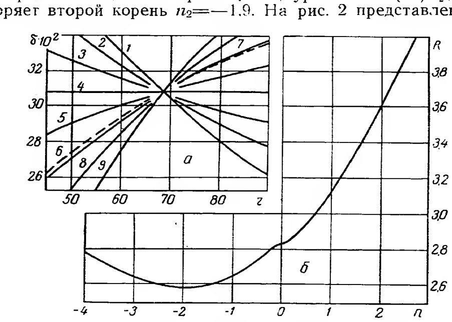


Рис. 2. Кривые (а) распределения плотности δ ($г/см^3$) по радиусу паковки r ($мм$) при значениях:

1 — $n = 3$; 2 — 2; 3 — 1; 4 — 0; 5 — 1; 6 — −1,9; 7 — −2; 8 — −3; 9 — −4 и зависимость (б) величины R от показателя степени n

* При $n = 0$ уравнения (12), (13) и (14) получают неопределенную форму, раскрытие которой приводит к общеизвестному решению уравнения Дарси с постоянным значением K:

$$\Delta p = \frac{\mu V}{2\pi Kh}\ln\frac{r_2}{r_1}. \tag{17}$$

Ограничения в отношении практического применения этого уравнения, изложенные в [3], в данном случае отпадают.

висимость величины R от показателя степени n, из которой видно, что минимальное значение R, а следовательно и сопротивление слоя, соответствует $n_2 = -1{,}9$, а также значению плотности слоя, найденного по уравнению (5) при различных значениях n.

Из сопоставления кривых следует, что при $n < -0{,}5$ даже значительные погрешности в распределении материала в радиальном направлении почти не влияют на проницаемость слоя. Но при $n > 0$ перераспределение нитей по слоям влечет за собой значительное изменение проницаемости.

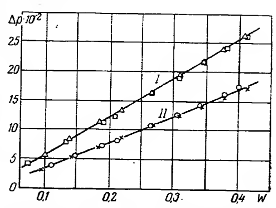


Рис 3. Зависимость сопротивления цилиндрического слоя Δp ($н/м^2$) от скорости фильтрации W ($м/сек$), отнесенной к внутренней поверхности материала:

I — тип *A*; *II* — тип *B*

Практически основная масса паковок характеризуется $n > 0$, поэтому колебания проницаемости их при наличии погрешностей при наматывании достигают недопустимо больших размеров.

Если перейти от распределения материала с $n > 0$ на $n < 0$, то при постоянной проницаемости вес слоя увеличится. Так, сухая паковка весом 900 *г* и характеризующаяся $n = -1{,}9$ не отличается по проницаемости от паковки весом 850 *г* и намотанной с $n = +1{,}5$. Если одинаковыми окажутся весовые показатели, то у слоя с $n < 0$ сопротивление будет меньшим, чем у варианта с $n > 0$.

Последний вывод проверялся опытным путем на паковках со ступенчатым изменением плотности в радиальном направлении. Во всех опытах этой серии использовался один комплект тканых материалов, а каждый материал наматывался с одной и той же плотностью. В паковках типа *A* плотность по мере увеличения радиуса слоя снижалась, а в *B* повышалась (рис. 3). Из рис. 3 видно, что воздухопроницаемость паковок типа *B* приблизительно в 1,5 раза превышает аналогичную величину для паковок типа *A*.

Значение показателя степени n оказывается существенным не только при продувке газа через слой, но и при выполнении со слоем нитей других операций. Кроме того, влияние величины n проявляется как при индивидуальной, так и при групповой сушке паковок в одном аппарате (таблица). При проведении опытов максимальный напор экспериментальной установки не превышал $\Delta p = 5900$ $н/м^2$.

Таблица

Сопоставление экспериментальных значений показателей проницаемости и сушки паковок с различным распределением материала в радиальном направлении

№ опытов	Тип распределения материала по слоям	Средняя плотность паковки δ, $г/см^3$	Объем внутренней прослойки, $см^3$	Плотность внутренней прослойки $\delta_в$, $г/см^3$	Объем наружной прослойки, $см^3$	Плотность наружной прослойки $\delta_н$, $г/см^3$	Сопротивление слоя через 10 *мин* сушки Δp, $н/м^2$	Расход воздуха через 10 *мин* сушки $G_в$, *кг/час*	Сопротивление слоя в конце сушки при $G_в = 42$ *кг/час*, $н/м^2$	Влагосодержание материала после вытеснения воды воздухом	Съем материала при сушке, *г/час*
24*	*A*	0,352	1070	0,408	1490	0,311				1,280	
	B	0,354	1380	0,325	1123	0,394				1,005	
25	*B*	0,355	1396	0,321	1070	0,406	5560	27,9	1360	1,070	365
26	*A*	0,350	1059	0,403	1420	0,312	5780	10,0	2520	1,290	269
29	*B*	0,304	1485	0,274	1175	0,341	3720	42,9	853	1,130	440
30	*A*	0,299	1140	0,360	1540	0,253	5640	19,7	1580	1,483	281
31	*B*	0,308	1425	0,271	1182	0,354	4190	42,1	971	1,160	433

* Паковки высушивались одновременно с одинаковым перепадом давления.

Приведенная серия опытов проводилась на паковках с двумя прослойками; при этом замерялись плотности прослоек, сопротивление слоя, расход воздуха через паковку, влагосодержание мокрого материала после вытеснения воды воздухом (перед сушкой) и съем высушенного материала с установки за час. При индивидуальной сушке все показатели у паковок типа *B* оказались лучшими, чем для паковок типа *A*, а именно: меньше было сопротивление слоя или выше расход воздуха, ниже влажность материала перед сушкой, выше производительность сушильного оборудования; кроме того, меньше был расход тепла на единицу высушенного материала, ниже содержание минеральных примесей в сухих нитях, а в связи с этим меньше износ нитепроводящих элементов в последующих технологических операциях.

При групповой обработке преимущества остаются также за паковками типа *B*. Так, например, в опыте № 24 влагосодержания материала после вытеснения воды воздухом и через 90 *мин* сушки составили соответственно для слоя типа *A* 1,21 и 0,48 *кг/кг*, а у слоя типа *B* 0,92 и 0,07 *кг/кг*.

Дальнейшие опыты показали, что с увеличением числа прослоек все перечисленные показатели в паковках типа *B* улучшаются.

Таким образом, пористый слой с показателем $n < 0$ имеет преимущества не только для проницаемости, но и в отношении вытеснения воды воздухом, сушки и других показателей.

Обозначения

m_0 — пористость; K — коэффициент проницаемости; δ — плотность сухого слоя; γ — объемный вес нитей; μ — вязкость воздуха; V и $G_в$ — объемный и весовой расход воздуха; p — текущее давление воздуха; p_1 и p_2 — давление воздуха до слоя и после слоя; Δp — перепад давления в слое; r — текущий радиус слоя; r_1 и r_2 — внутренний и наружный радиусы паковки; h — высота паковки; T_1 и T_2 — температура воздуха до слоя и после слоя; b и n — коэффициент и показатель степени, характеризующие распределение материала по радиусу; a и c — коэффициенты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Н. Морозов. Технология текстильной промышленности, № 3, 1963.
2. В. М. Кейс, А. Л. Лондон. Компактные теплообменники. Госэнергоиздат, 1962.
3. С. К. Абрамов, В. Д. Бабушкин. Методы расчета притока воды к буровым скважинам. Госстройиздат, 1955.

СОДЕРЖАНИЕ

Авторские поправки

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
41	12 снизу	решение на	решение распространить на
59	Формула (3) и (3а)	$\gamma_м^{0.55}$	$\gamma_м^{0.2}$
59	16 сверху	будет	не будет
82	3 сверху	$\overline{m} = \overline{\tau_2} \cdot \tau_1$	$\overline{m} = \overline{\tau_2}/\overline{\tau_1}$
82	Формула (8)	$\overline{u} = u_А = u_Б$	$\overline{u} = \overline{u}_А = \overline{u}_Б$

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ. Издательство «Наука и техника». Минск, Ленинский проспект, 68

Редакторы издательства *М. Дворкина, Е. Волкинд.* Художественный редактор *Л. Усачев.* Технический редактор *В. Станчук.* Корректор *А. Корниевская*

АТ 02773. Сдано в набор 11/I-1965 г. Подписано к печати 8/III-1965 г. Тираж 1800 экз. Формат 60×90¹/₁₆. Физ. печ. листов 11. Уч.-изд. листов 9,4. Изд. заказ 240. Тип. заказ 104. Цена 62 коп. Типография научно-технической литературы издательства «Наука и техника» АН БССР Госкомитета Совета Министров БССР по печати. Минск, Ленинский проспект, 68

Авторские поправки

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
41	12 снизу	решение на	решение распространить на
59	Формула (3) и (3а)	$\gamma_{м}^{0.55}$	$\gamma_{м}^{0.2}$
59	16 сверху	будет	не будет
82	3 сверху	$m = \tau_2 \cdot \tau_1$	$m = \tau_2/\tau_1$
82	Формула (8)	$\overline{u} = u_А = u_Б$	$\overline{u} = \overline{u}_А = \overline{u}_Б$

ТЕПЛО- И МАССООБМЕН В ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМАХ. Издательство «Наука и техника». Минск, Ленинский проспект, 68

Редакторы издательства *М. Дворкина, Е. Волкинд.* Художественный редактор *Л. Усачев.* Технический редактор *В. Станчук.* Корректор *А. Корниевская*

АТ 02773. Сдано в набор 11/I-1965 г. Подписано к печати 8/III-1965 г. Тираж 1800 экз. Формат 60×90[1]/16. Физ. печ. листов 11. Уч.-изд. листов 9.4. Изд. заказ 240. Тип. заказ 104. Цена 62 коп. Типография научно-технической литературы издательства «Наука и техника» АН БССР Госкомитета Совета Министров БССР по печати. Минск, Ленинский проспект, 68

Sanitized Copy Approved for Release 2011/02/23 : CIA-RDP82-00038R001700080004-3